УДК 162.2

В.И. МАРКИН

Силлогистика как логика антиобъемов терминов

Маркин Владимир Ильич

Кафедра логики, философский факультет, МГУ им. М.В. Ломоносова.

Россия, 119991, Москва, ГСП-1, Ломоносовский проспект, д. 27, корп. 4.

e-mail: vladimirmarkin@mail.ru

Для двух систем силлогистики (фундаментальной и традиционной) предлагаются нестандартные переводы в исчисление предикатов. Данные переводы позволяют трактовать эти силлогистические теории как логики антиобъемов субъектов и предикатов категорических высказываний. Согласно первому переводу, SaP означает, что антиобъем термина S включается в антиобъем термина P , SeP означает, что антиобъемы терминов S и P не содержат общих элементов, SiP означает, что пересечение антиобъемов S и P непусто, SoP означает, что антиобъем термина S не включается в антиобъем термина P . Второй перевод для любой силлогистической формулы A содержит дополнительную предпосылку о непустоте антиобъемов терминов, входящих в A . Доказано, что эти переводы погружают указанные силлогистики в классическое исчисление предикатов.

Ключевые слова: силлогистика, исчисление предикатов, погружающая операция, объемы и антиобъемы терминов

Обычно силлогистику трактуют как теорию правильных рассуждений, основанную на отношениях между объемами общих терминов, выступающих в роли субъектов и предикатов категорических высказываний. Силлогистические теории, как правило, строятся в языке, содержащем четыре силлогистические константы: a , i , e , o , каждая из которых фиксирует некоторое отношение между объемом субъекта и объемом предиката соответствующего высказывания. Так, в фундаментальной силлогистике константа a рассматривается в качестве знака отношения включения объема субъекта в объем предиката, константа i как знак отношения совместимости терминов высказывания по объему (непустоты пересечения объемов), константа e представляет отношение несовместимости, а o — отношение не включения. В других силлогистических теориях могут накладываться дополнительные ограничения на пустоту или непустоту объемов терминов. В частности, в традиционной силлогистике принимается исходная предпосылка о непустоте всех общих терминов, т.е. при решении вопроса, является ли некоторая формула

законом этой теории, исходят из предположения, что все термины, содержащиеся в ней, репрезентируют непустые множества.

Данная интерпретация категорических высказываний в *фундаментальной силлогистике* находит свое адекватное отражение в широко известном переводе * силлогистических формул в язык классического одноместного исчисления предикатов:

$$\begin{aligned} SaP^* &= \forall x(Sx \supset Px), & SeP^* &= \forall x(Sx \supset \neg Px), \\ SiP^* &= \exists x(Sx \wedge Px), & SoP^* &= \exists x(Sx \wedge \neg Px), \\ (\neg A)^* &= \neg A^*, & (A \nabla B)^* &= A^* \nabla B^*, \end{aligned}$$

где ∇ есть бинарная пропозициональная связка.

Класс законов позитивного фрагмента фундаментальной силлогистики формализует аксиоматическая система **ФС**, которая дедуктивно эквивалентна исчислению, предложенному Дж. Шефердсоном [10, р. 144]. Схематическими аксиом **ФС** являются:

- Ф0.** Схемы аксиом классического исчисления высказываний,
Ф1. $(MaP \wedge SaM) \supset SaP$, **Ф5.** $SiP \supset SiS$,
Ф2. $(MeP \wedge SaM) \supset SeP$, **Ф6.** $SoP \supset SiS$,
Ф3. $SeP \supset PeS$, **Ф7.** $SiP \equiv \neg SeP$,
Ф4. SaS , **Ф8.** $SoP \equiv \neg SaP$,

а единственным правилом вывода – *modus ponens*.

Доказано [5, с. 18-27], что перевод * погружает силлогистику **ФС** в классическое исчисление предикатов.

Позитивный фрагмент *традиционной силлогистики* формализуется известным аксиоматическим исчислением Я. Лукасевича [4]. Дедуктивно эквивалентная ему система получается за счет добавления к системе **ФС** новой схемы аксиом $SaP \supset SiP$ (схемы аксиом **Ф5** и **Ф6** становятся при этом излишними).

В.А. Смирнов [7] предложил иную аксиоматизацию силлогистики Лукасевича. Построенное им исчисление **С4** содержит следующие силлогистические схемы аксиом:

- A1.** $(MaP \wedge SaM) \supset SaP$, **A5.** $SiP \supset SaS$,
A2. $(MeP \wedge SaM) \supset SeP$, **A6.** SiS ,
A3. $SeP \supset PeS$, **A7.** $SiP \equiv \neg SeP$,
A4. $SaP \supset SiP$, **A8.** $SoP \equiv \neg SaP$.

Силлогистика **C4** погружается в классическое одноместное исчисление предикатов посредством перевода Θ , предложенного М.Н. Бежанишвили и Л.И. Мchedlishvili [1]:

$$\Theta(A) = (\exists x S_1 x \wedge \dots \wedge \exists x S_n x) \supset A^*,$$

где $S_1, \dots, S_n$ – все силлогистические термины в составе формулы A . Перевод Θ как раз и выражает принимаемую в традиционной силлогистике предпосылку о непустоте общих терминов.

Известно, что для некоторых систем позитивной силлогистики существуют неэквивалентные друг другу адекватные переводы в классическое одноместное исчисление предикатов. Однако все рассматриваемые обычно переводы категорических высказываний SaP , SeP , SiP и SoP являются *стандартными* в следующем смысле: они представляют собой булевы комбинации формул языка логики предикатов, причем одной из обязательных составляющих для перевода SaP является формула $\forall x(Sx \supset Px)$, для перевода SeP – формула $\forall x(Sx \supset \neg Px)$, для перевода SiP – формула $\exists x(Sx \wedge Px)$, для перевода SoP – формула $\exists x(Sx \wedge \neg Px)$. Другими составляющими этих переводов могут быть формулы типов $\exists x Sx$ и $\exists x \neg Sx$, соответствующие утверждениям о непустоте и о неуниверсальности терминов.

Далее мы предложим нестандартные (в указанном смысле) переводы, погружающие в исчисление предикатов позитивные фрагменты фундаментальной и традиционной силлогистик.

Для системы фундаментальной силлогистики **ФС** адекватным является следующий нестандартный перевод $\otimes$:

$$\begin{aligned} SaP^\otimes &= \forall x(Px \supset Sx), & SeP^\otimes &= \forall x(Sx \vee Px), \\ SiP^\otimes &= \exists x(\neg Sx \wedge \neg Px), & SoP^\otimes &= \exists x(Px \wedge \neg Sx), \\ (\neg A)^\otimes &= \neg A^\otimes, & (A \nabla B)^\otimes &= A^\otimes \nabla B^\otimes. \end{aligned}$$

Согласно данному переводу, константа a рассматривается как знак отношения включения объема предиката в объем субъекта, константа o – как знак отсутствия объемного включения предиката в субъект, константа e – как знак универсальности объединения объемов субъекта и предиката, константа i – как знак неуниверсальности такого объединения.

Вместе с тем, этот перевод позволяет интерпретировать силлогистические константы не только как знаки отношений между *объемами* субъекта и предиката, но и как знаки определенных отношений между их *антиобъемами*.

Поскольку формула $\forall x(Px \supset Sx)$ эквивалентна в классической логике предикатов формуле $\forall x(\neg Sx \supset \neg Px)$, $\otimes$ -перевод SaP утверждает, что антиобъем субъекта включается в антиобъем предиката. Формула $\forall x(Sx \vee Px)$ эквивалентна формуле $\forall x(\neg Sx \supset \neg \neg Px)$, а следовательно, SeP в соответствии с переводом $\otimes$ трактуется как утверждение о несовместимости антиобъемов S и P (всё, что входит в антиобъем S , не входит в антиобъем P). $\otimes$ -перевод SiP содержит информацию о совместимости антиобъемов S и P (непустоте пересечения антиобъемов субъекта и предиката), а перевод SoP эквивалентен формуле $\exists x(\neg Sx \wedge \neg \neg Px)$, то есть константа o понимается здесь как знак отсутствия включения антиобъема S в антиобъем P .

Таким образом, перевод $\otimes$ задает стандартную трактовку силлогистических констант a, i, e, o , но не применительно к объемам субъектов и предикатов соответствующих категорических высказываний, а применительно к их антиобъемам!

Для обоснования тезиса о том, что фундаментальная силлогистика может рассматриваться как логика антиобъемов субъектов и предикатов высказываний (в указанном выше смысле), необходимо доказать, что перевод $\otimes$ погружает систему **ФС** в классическое исчисление предикатов.

Данное утверждение можно обосновать средствами исчисления предикатов, сличая переводы $*$ и $\otimes$ и используя правило подстановки вместо предикатных символов и правило эквивалентной замены. Мы же будем вести доказательство, оставаясь «внутри» силлогистики и опираясь на результаты, изложенные в малоизвестной работе И.И. Гани-янца и В.И. Маркина [3]. В ней были построены системы, исходными константами которых, наряду с a и o , являются не i и e , а новые, нестандартные константы «исчерпываемости» (u) и «неисчерпываемости» (j) предметной области объемами субъекта и предиката. В языке этой силлогистики помимо SaP и SoP имеются две новых разновидности элементарных формул – SuP и SjP . SuP может быть прочитана так: «Всякий объект есть S или P », а SjP – как: «Некий объект не есть ни S , ни P ». Высказывания подобных типов впервые были исследованы А. Де Морганом [9].

Первое исчисление силлогистического типа в языке с константами a, u, j, o – система **ФУ** – кроме классических тавтологий и правила *modus ponens* содержит аксиомы следующих типов:

$$\begin{array}{ll} \mathbf{У1.} (MaP \wedge SaM) \supset SaP, & \mathbf{У5.} SjP \supset SjS, \\ \mathbf{У2.} (MaP \wedge SuM) \supset SuP, & \mathbf{У6.} SoP \supset PjP, \end{array}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{Y3.} \quad & SuP \supset PuS, \\ \mathbf{Y4.} \quad & SaS,\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{Y7.} \quad & SjP \equiv \neg SuP, \\ \mathbf{Y8.} \quad & SoP \equiv \neg SaP.\end{aligned}$$

Исчисление **ФУ** так же, как и система фундаментальной силлогистики **ФС**, является подсистемой обобщенной фундаментальной силлогистики **ОФС**, которая построена и проанализирована в работе [6] и содержит в качестве исходных силлогистические константы a, i, e, o, u, j .

Для системы **ФУ** в [3] предложен следующий адекватный перевод $^\odot$ в язык классического исчисления предикатов:

$$\begin{aligned}SaP^\odot &= \forall x(Px \supset Sx), & SuP^\odot &= \forall x(Sx \vee Px), \\ SjP^\odot &= \exists x(\neg Sx \wedge \neg Px), & SoP^\odot &= \exists x(Sx \wedge \neg Px), \\ (\neg A)^\odot &= \neg A^\odot, & (A \nabla B)^\odot &= A^\odot \nabla B^\odot.\end{aligned}$$

Функция $^\odot$ погружает систему **ФУ** в исчисление предикатов (подробное доказательство содержится в дипломной работе И.И. Ганиянца, оно аналогично доказательству погружаемости **ФС** в исчисление предикатов посредством перевода * , представленному в [5, с. 18–27]).

Силлогистики **ФС** и **ФУ** названы в [3] *зеркальными*. Смысл этого отношения состоит в следующем. Если в любой теореме системы **ФС** заменить все подформулы вида SaP на PaS , подформулы вида SoP на PoS , подформулы вида SeP на SuP , а подформулы вида SiP на SjP , то полученная формула окажется доказуемой в **ФУ**. При обратной замене подформул в любой теореме системы **ФУ** мы получим формулу, доказуемую в **ФС**.

В более точных терминах, необходимо рассмотреть два перевода: перевод τ_1 из множества формул системы **ФС** в множество формул системы **ФУ** и перевод τ_2 из множества формул системы **ФУ** в множество формул системы **ФС**:

$$\begin{aligned}\tau_1(SaP) &= PaS, & \tau_2(SaP) &= PaS, \\ \tau_1(SoP) &= PoS, & \tau_2(SoP) &= PoS, \\ \tau_1(SeP) &= SuP, & \tau_2(SuP) &= SeP, \\ \tau_1(SiP) &= SjP, & \tau_2(SjP) &= SiP, \\ \tau_1(\neg A) &= \neg \tau_1(A), & \tau_2(\neg A) &= \neg \tau_2(A), \\ \tau_1(A \nabla B) &= \tau_1(A) \nabla \tau_1(B), & \tau_2(A \nabla B) &= \tau_2(A) \nabla \tau_2(B).\end{aligned}$$

Несложно показать, что τ_1 -перевод любой аксиомы **ФС** доказуем в **ФУ**, а также то, что если $\tau_1(A \supset B)$ и $\tau_1(A)$ являются теоремами **ФУ**,

то и $\tau_1(B)$ доказуема в $\Phi\mathcal{U}$. Следовательно, для любой формулы A языка $\Phi\mathcal{C}$ верно: если A доказуема в $\Phi\mathcal{C}$, то $\tau_1(A)$ доказуема в $\Phi\mathcal{U}$.

Аналогичным образом демонстрируется справедливость следующего утверждения: для любой формулы A языка $\Phi\mathcal{U}$ верно: если A доказуема в $\Phi\mathcal{U}$, то $\tau_2(A)$ доказуема в $\Phi\mathcal{C}$.

Кроме того, индукцией по длине формулы A языка $\Phi\mathcal{C}$ можно доказать, что $\tau_2(\tau_1(A)) = A$. А индукцией по длине формулы A языка $\Phi\mathcal{U}$ можно доказать, что $\tau_1(\tau_2(A)) = A$. Поэтому формула $A \equiv \tau_2(\tau_1(A))$ является теоремой $\Phi\mathcal{C}$ для любой A языка этой системы, а формула $A \equiv \tau_1(\tau_2(A))$ является теоремой $\Phi\mathcal{U}$ для любой A ее языка.

Все сказанное выше, согласно известному критерию погружаемости одного исчисления в другое, предложенному В.А. Смирновым [8, с. 159], означает, что τ_1 погружает систему $\Phi\mathcal{C}$ в $\Phi\mathcal{U}$, а τ_2 погружает систему $\Phi\mathcal{U}$ в $\Phi\mathcal{C}$.

Теперь мы в состоянии доказать метатеорему о погружаемости фундаментальной силлогистики $\Phi\mathcal{C}$ в исчисление предикатов посредством нестандартного перевода $\otimes$:

ТЕОРЕМА 1. *Функция $\otimes$ погружает систему $\Phi\mathcal{C}$ в классическое одноместное исчисление предикатов.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Выше было отмечено, что перевод τ_1 погружает силлогистику $\Phi\mathcal{C}$ в $\Phi\mathcal{U}$, а перевод $\odot$ – систему $\Phi\mathcal{U}$ в классическое исчисление предикатов. Отсюда следует, что $\Phi\mathcal{C}$ погружается в исчисление предикатов посредством композиции функций $\odot$ и τ_1 . То есть для любой формулы A языка $\Phi\mathcal{C}$ верно: A доказуема в $\Phi\mathcal{C}$, если и только если формула $\tau_1(A)^\odot$ доказуема в исчислении предикатов.

Покажем далее, что $\tau_1(A)^\odot = A^\otimes$ для любой формулы A языка $\Phi\mathcal{C}$. Рассуждение ведем возвратной индукцией по числу пропозициональных связок в формуле A . Допустим, что для любой формулы B с меньшим, чем у A , количеством связок верно: $\tau_1(B)^\odot = B^\otimes$. Осуществим разбор шести случаев в зависимости от вида формулы A .

(1) A есть SaP .

$$\tau_1(SaP)^\odot = PaS^\odot = \forall x(Px \supset Sx) = SaP^\otimes.$$

(2) A есть SiP .

$$\tau_1(SiP)^\odot = SjP^\odot = \exists x(\neg Sx \wedge \neg Px) = SiP^\otimes.$$

(3) A есть SeP .

$$\tau_1(SeP)^\odot = SuP^\odot = \forall x(Sx \vee Px) = SeP^\otimes.$$

(4) A есть SoP .

$$\tau_1(SoP)^\odot = PoS^\odot = \exists x(Px \wedge \neg Sx) = SoP^\otimes.$$

(5) A есть $\neg B$. Согласно определениям функций τ_1 и $^\odot$, $\tau_1(\neg B)^\odot = (\neg\tau_1(B))^\odot = \neg(\tau_1(B))^\odot$. Поскольку B содержит меньше связок, чем A , по индуктивному допущению имеем: $\tau_1(B)^\odot = B^\otimes$. Тогда $\neg\tau_1(B)^\odot = \neg B^\otimes$. А по определению функции $^\otimes$, $\neg B^\otimes = (\neg B)^\otimes$. Таким образом, $\tau_1(\neg B)^\odot = (\neg B)^\otimes$.

(6) A есть $B \nabla C$. Согласно определениям функций τ_1 и $^\odot$, $\tau_1(B \nabla C)^\odot = (\tau_1(B) \nabla \tau_1(C))^\odot = \tau_1(B)^\odot \nabla \tau_1(C)^\odot$. Поскольку B и C содержат меньше связок, чем A , по индуктивному допущению имеем: $\tau_1(B)^\odot = B^\otimes$ и $\tau_1(C)^\odot = C^\otimes$. Тогда $\tau_1(B)^\odot \nabla \tau_1(C)^\odot = B^\otimes \nabla C^\otimes$. А по определению функции $^\otimes$, $B^\otimes \nabla C^\otimes = (B \nabla C)^\otimes$. Таким образом, $\tau_1(B \nabla C)^\odot = (B \nabla C)^\otimes$.

Итак, произвольная формула A доказуема в системе **ФС**, если и только если $\tau_1(A)^\odot$ доказуема в исчислении предикатов, и при этом $\tau_1(A)^\odot = A^\otimes$. Отсюда следует, что для любой формулы A языка **ФС** верно: A доказуема в **ФС**, если и только если формула $A^\otimes$ доказуема в исчислении предикатов. Иными словами, $^\otimes$ есть перевод, погружающий **ФС** в классическое одноместное исчисление предикатов. $\square$

Предложим теперь нестандартный перевод Λ в исчисление предикатов для другой силлогистической теории – силлогистики Лукасевича (системы **С4**), которая формализует позитивный фрагмент традиционной силлогистики:

$$\Lambda(A) = (\exists x \neg S_1 x \wedge \dots \wedge \exists x \neg S_n x) \supset A^\otimes,$$

где $S_1, \dots, S_n$ – все силлогистические термины в формуле A .

Перевод Λ позволяет истолковывать систему **С4** как логику антиобъемов субъектов и предикатов категорических высказываний в том же самом ключе, что и перевод $^\otimes$ применительно к силлогистике **ФС**. Действительно, Λ определяется через $^\otimes$, который интерпретирует силлогистические константы как знаки отношений между антиобъемами терминов категорических высказываний, а экзистенциальный префикс $\Lambda(A)$ – формула $\exists x \neg S_1 x \wedge \dots \wedge \exists x \neg S_n x$ – выражает предпосылку о непустоте антиобъемов всех терминов силлогистической формулы A .

Для доказательства адекватности перевода Λ силлогистике Лукасевича рассмотрим другое исчисление силлогистического типа в языке с исходными константами a, u, j, o , сформулированное в работе [3]. Исчисление **С4У** наряду с классическими тавтологиями и правилом *modus ponens* содержит аксиомы следующих типов:

$$\begin{array}{ll} \text{Л1. } (MaP \wedge SaM) \supset SaP, & \text{Л5. } SjP \supset SaS, \\ \text{Л2. } (MaP \wedge SuM) \supset SuP, & \text{Л6. } SjS, \end{array}$$

Л3. $SuP \supset PuS$,
Л4. $SaP \supset SjP$,

Л7. $SjP \equiv \neg SuP$,
Л8. $SoP \equiv \neg SaP$.

Исчисление **C4Y**, как и **C4**, является подсистемой обобщенной традиционной силлогистики **OC4**, содержащей в качестве исходных силлогистические константы a, i, e, o, u, j [6].

Системы **C4** и **C4Y** являются зеркальными, то есть перевод τ_1 погружает систему **C4** в **C4Y**, а τ_2 погружает систему **C4Y** в **C4**. Кроме того, силлогистика **C4Y** погружается в классическое одноместное исчисление предикатов посредством следующего перевода Ξ :

$$\Xi(A) = (\exists x \neg S_1 x \wedge \dots \wedge \exists x \neg S_n x) \supset A^\odot,$$

где $S_1, \dots, S_n$ – все силлогистические термины в составе формулы A . Доказательство осуществлено в дипломной работе И.И. Ганиянца, оно основано на методе, использованном в [2, с. 93–95] при доказательстве погружаемости системы **C4** в исчисление предикатов посредством перевода Θ .

Эти результаты позволяют обосновать справедливость следующего метаутверждения:

ТЕОРЕМА 2. *Функция Λ погружает систему **C4** в классическое одноместное исчисление предикатов.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Поскольку τ_1 погружает силлогистику **C4** в **C4Y**, а перевод Ξ – систему **C4Y** в классическое исчисление предикатов, постольку **C4** погружается в исчисление предикатов посредством композиции функций Ξ и τ_1 . То есть для любой формулы A стандартного силлогистического языка верно: A доказуема в **C4**, если и только если формула $\Xi(\tau_1(A))$ доказуема в исчислении предикатов.

Согласно определению Ξ , $\Xi(\tau_1(A)) = (\exists x \neg S_1 x \wedge \dots \wedge \exists x \neg S_n x) \supset \tau_1(A)^\odot$, где $S_1, \dots, S_n$ – все силлогистические термины в составе формулы $\tau_1(A)$. При доказательстве предыдущей метатеоремы было показано, что $\tau_1(A)^\odot = A^\otimes$ для любой формулы A стандартного языка. Поэтому $\Xi(\tau_1(A)) = (\exists x \neg S_1 x \wedge \dots \wedge \exists x \neg S_n x) \supset A^\otimes$. Но, по определению перевода Λ , $\Lambda(A) = (\exists x \neg S_1 x \wedge \dots \wedge \exists x \neg S_n x) \supset A^\otimes$, где $S_1, \dots, S_n$ – все силлогистические термины в составе формулы A . Несложно убедиться в том, что множества силлогистических терминов в составе формул A и $\tau_1(A)$ совпадают для любой формулы A . Поэтому $\Xi(\tau_1(A)) = \Lambda(A)$, то есть Λ представляет собой композицию переводов Ξ и τ_1 .

Из сказанного выше вытекает, что для любой формулы A стандартного силлогистического языка верно: A доказуема в **C4**, если и только

если формула $\Lambda(A)$ доказуема в исчислении предикатов. Таким образом, Λ есть перевод, погружающий **C4** в классическое одноместное исчисление предикатов. $\square$

Итак, мы показали, что две широко известные системы позитивной силлогистики – фундаментальная и традиционная – могут быть истолкованы не только как «логики объемов», но и как «логики антиобъемов» субъектов и предикатов категорических высказываний. Подобное истолкование, опирающееся на нестандартные переводы силлогистических формул в язык классической логики предикатов, может быть осуществлено и для других систем позитивной силлогистики.

Литература

- [1] *Бежанишвили М.Н., Мchedlishvili Л.И.* Позитивная силлогистика и логика предикатов // *Логика Аристотеля*. Тбилиси: Изд-во Тбилисского университета, 1985. С. 36–46.
- [2] *Бочаров В.А., Маркин В.И.* Силлогистические теории. М.: Прогресс-Традиция, 2010. 334 с.
- [3] *Ганиянц И.И., Маркин В.И.* Силлогистики с константой исчерпываемости // *Международная конференция «Развитие логики в России: итоги и перспективы»*. М.: Логос, 1997. С. 56–59.
- [4] *Лукасевич Я.* Аристотелевская силлогистика с точки зрения современной формальной логики. М.: Изд-во иностранной литературы, 1959. 312 с.
- [5] *Маркин В.И.* Силлогистические теории в современной логике. М.: Издательство МГУ, 1991. 96 с.
- [6] *Маркин В.И.* Обобщенная позитивная силлогистика // *Логические исследования*. 1999. Вып. 6. С. 241–258.
- [7] *Смирнов В.А.* Адекватный перевод утверждений силлогистики в исчисление предикатов // *Актуальные проблемы логики и методологии науки*. Киев: Наукова думка, 1980.
- [8] *Смирнов В.А.* Логические методы анализа научного знания. М.: Эдиториал УРСС, 2002. 264 с.
- [9] *De Morgan A.* Formal Logic or the Calculus of Inference, Necessary, and Probable. London: Taylor and Walton, 1847. 336 p.
- [10] *Shepherdson J.C.* On the Interpretation of Aristotelian Syllogistic // *Journal of Symbolic Logic*. 1956. Vol. 21 (2). P. 137–147.

V.I. MARKIN

Syllogistic Theory as Logic of Anti-extensions of Terms

Markin Vladimir Ilyich

Department of Logic, Faculty of Philosophy, Lomonosov Moscow State University.
Lomonosovsky prospekt 27-4, GSP-1, Moscow, 119991, Russian Federation.
e-mail: vladimirmarkin@mail.ru

For two syllogistics (fundamental and traditional) we define nonstandard translations into the predicate calculus. These translations make it possible to treat syllogistic theories as logics of anti-extensions of the subjects and the predicates of categorical statements. In compliance with the first translation, *SaP* means that anti-extension of *S* is included in anti-extension of *P*, *SeP* means that anti-extensions of *S* and *P* don't contain common elements, *SiP* means that the intersection of anti-extensions of *S* and *P* is nonempty, *SoP* means that anti-extension of *S* is not included in anti-extension of *P*. For arbitrary syllogistic formula *A*, the second translation includes additionally the precondition that anti-extensions of all the terms in *A* are nonempty. It is proved that these two syllogistics are embedded into the classical predicate calculus under the given translations.

Keywords: syllogistic, predicate calculus, embedding function, extensions and anti-extensions of terms

References

- [1] Bezhanishvili, M.N., Mchedlishvili, L.I. "Pozitivnaja sillogistika i logika predmetov" [Positive syllogistic and logic of objects], *Logika Aristotelja* [Aristotle's logic]. Tbilisi: Izdatel'stvo tbilisskogo universiteta, 1985. pp. 36–46. (In Russian)
- [2] Bocharov, V.A., Markin, V.I. *Sillogisticheskie teorii* [Syllogistic theories]. M.: Progress-Tradicija, 2010. 336 p. (In Russian)
- [3] Ganijan, I.I., Markin, V.I. "Sillogistiki s konstantoj ischerpyvaemosti" [Syllogistic with the exhaustive constant], Mezhdunarodnaja konferencija "Razvitie logiki v Rossii: itogi i perspektivy". M.: Logos, 1997. pp. 56–59. (In Russian)
- [4] Lukasevich, Ja. *Aristotelevskaja sillogistika s tochki zrenija sovremennoj formal'noj logiki* [Aristotelian syllogistic in terms of modern formal logic]. M.: Izdatel'stvo inostrannoj literatury, 1959. 312 p. (In Russian)
- [5] Markin, V.I. *Sillogisticheskie teorii v sovremennoi logike* [Syllogistic theories in modern logic]. M.: Izdatel'stvo MGU, 1991. 96 p. (In Russian)
- [6] Markin, V.I. "Obobshhennaja pozitivnaja sillogistika" [Generalized positive syllogistic], *Logicheskie issledovanija* [Logical Investigations]. M.: Nauka, 1999, vol. 6, pp. 241–258. (In Russian)

- [7] Smirnov, V.A. “Adekvatnyj perevod utverzhdenij sillogistiki v ischislenie predikatov” [Adequate translation syllogistic statements in predicate calculus], *Aktual’nye problemy logiki i metodologii nauki* [Actual problems of logic and methodology of science]. Kiev: Naukova dumka, 1980. (In Russian)
- [8] Smirnov, V.A. *Logicheskie metody analiza nauchnogo znanija* [Logical methods of analysis of scientific knowledge]. M.: Jeditorial URSS, 2002. 264 p. (In Russian)
- [9] De Morgan, A. *Formal Logic or the Calculus of Inferense, Nesessary, and Probable*. London: Taylor and Walton, 1847. 336 p.
- [10] Shepherdson, J.C. “On the Interpretation of Aristotelian Syllogistic”, *Journal of Symbolic Logic*, 1956, vol. 21 (2), pp. 137–147.