Прикладная логика
Applied logic

В.К. Финн

О логиках эмпирических модальностей

Виктор Константинович Финн
ФИЦ УИ РАН.

Российская Федерация, 119333, г. Москва, ул. Вавилова, 44, корп. 2.
Российский государственный гуманитарный университет.
Российская Федерация, 125993, г. Москва, Миусская пл., 6.
E-mail: ira.finn@gmail.com

Аннотация: В статье рассматривается класс ERA-логик с эмпирическими модальностями $\Box$ (необходимость) и $\Diamond$ (возможность), которые характеризуют, соответственно, высказывания, представляющие эмпирические законы и эмпирические тенденции, т. е. эмпирические закономерности. Эмпирические закономерности являются результатом ДСМ-рассуждений, которые образованы взаимодействием правил индуктивного вывода и правил вывода по аналогии, а также процедурами абдуктивного принятия гипотез. Рассматриваемые ERA-логики являются пропозициональной имитацией ДСМ-рассуждений, применимых к последовательностям расширяемых баз фактов интеллектуальных систем. Характерной особенностью ERA-логик является применение двух концепций истины – когерентной и корреспондентной. Применение когерентной концепции истины обусловлено порождением гипотез посредством правил индуктивного вывода и вывода по аналогии. Применение же корреспондентной концепции истины обусловлено применением абдуктивного вывода, принятие результатов которого использует верификацию гипотез о предсказаниях. С этой целью ERA-логики применяют оператор Т: «истинно, что...». В заключении статьи обсуждаются нефинитные расширения ERA-логик, а также их отличия как логик эмпирических модальностей от логики М логических модальностей Г.Х. фон Вригта.

Ключевые слова: ДСМ-рассуждения, правила индуктивного вывода, правила вывода по аналогии, абдукция, эмпирические закономерности, эмпирический закон, эмпирическая тенденция, эмпирические модальности, логические модальности, оператор «истинно, что...», номологические высказывания

Для цитирования: Финн В.К. О логиках эмпирических модальностей // Логические исследования / Logical Investigations. 2020. Т. 26. № 1. С. 124–143. DOI: 10.21146/2074-1472-2020-26-1-124-143

Универсальность двужначной логики связана как с её простотой, порождаемой законом исключенного третьего и законом противоречия, а также

с тем фактом, что в некоторых «интересных» неклассических логиках (например, V_3 Д.А. Бочвара, L_n Я. Лукасевича, модальных логиках) либо сохраняются логические связки двузначной логики на ограничении истинностных значений «истина» и «ложь», либо предполагается использование двузначной логики в соответствующих фрагментах этих неклассических логик.

Однако имеются и логики для специфических рассуждений, порожденных ориентацией на решение соответствующих проблем. Интуиционистская логика формализует конструктивность доказательств, трехзначная логика V_3 применима для анализа парадоксов, логики L_n связаны с простыми числами [Бочвар, 1938; Łukasiewicz, 1920], четырехзначные логики аргументации [Финн, 2006] используются для формализации социологических опросов.

ДСМ-метод автоматизированной поддержки исследований (ДСМ-метод АПИ) реализует ДСМ-рассуждения и ДСМ-исследования, которые посредством применения ДСМ-рассуждений к расширяемым последовательностям баз фактов («возможным мирам») порождают эмпирические закономерности (ЭЗК) – эмпирические законы и эмпирические тенденции [Аншаков, 2009; Финн, Шестерникова, 2018; Финн, 2019; Финн, 2020a].

Этап применения ДСМ-метода АПИ к расширяемым последовательностям баз фактов образует ДСМ-исследования, результатом которых является поддержка и расширение открытых эмпирических теорий (квазиаксиоматических теорий [Финн, 2019]).

Квазиаксиоматические теории образованы множествами фактов, открытым и пополняемым множеством аксиом и правилами вывода (правдоподобными и дедуктивными). Правдоподобными выводами являются правила индуктивного вывода и вывода по аналогии. Взаимодействие этих правил, принятие порожденных гипотез о причине (результат индукции) и гипотез о предсказании (результат аналогии) посредством абдукции ¹_{ого} рода образуют ДСМ-рассуждения, применяемые к базе фактов («возможному миру»). Заметим, что правила индуктивного вывода ДСМ-рассуждений являются формализацией и усилением известных канонов индукции Д.С. Милля [Финн, 2020b].¹

Продолжение применений ДСМ-рассуждений к последовательностям расширяемых баз фактов, представляющих истории возможных миров HPW_h , образуют **ДСМ-исследование**, завершаемое абдуктивным выво-

¹В Приложении в [Финн, 2020b] представлены формализации индуктивных канонов Д.С. Милля.

дом гипотезы о причине с соответствующим модальным оператором (результат абдукции $2^{\text{ого}}$ рода [Финн, 2019; Финн, 2020a]).²

Правила индуктивного вывода ДСМ-рассуждений образуют дистрибутивную решетку [Финн, 2014; Финн, 2016], представляющую возможные стратегии ДСМ-рассуждений $Str_{x,y}$. Каждая $Str_{x,y}$ из множества всех стратегий $\overline{Str}$ применяется к множеству всех историй возможных миров $\overline{HPW}$ для обнаружения **эмпирических закономерностей**. Эмпирической закономерностью является сохранение гипотез о причинах и гипотез о предсказаниях в историях возможных миров $\overline{HPW}_h$ из $\overline{HPW}$ таких, что в последней базе фактов этих историй возможных миров гипотезы о предсказаниях **верифицируются**. Эта верификация используется в абдуктивном выводе абдукции $2^{\text{ого}}$ рода, посредством которой принимается гипотеза о причине, сохраняемая в историях возможных миров. К этой гипотезе и применим соответствующий модальный оператор³.

Порождаемые ДСМ-исследованием эмпирические закономерности являются **эмпирическими номологическими высказываниями**, понятие номологических высказываний было предложено Гансом Рейхенбахом в [Reichenbach, 1947; Reichenbach, 1954]. Посредством номологических высказываний он определял физические модальности. Однако номологические высказывания Г. Рейхенбаха выражали как физические закономерности, так и логические законы.

В [Финн, Шестерникова, 2018; Финн, 2019; Финн, 2020a] были определены эмпирические модальности, порожденные ДСМ-исследованиями и соответствующие пропозициональные модальные логики семейства ERA – логики эмпирических закономерностей (ER) и абдукции (A).

В [Финн, Шестерникова, 2018; Финн, 2019] были определены четырнадцать модальностей, соответствующих эмпирическим законам (8 модальностей), эмпирическим тенденциям (4 модальности) и слабым эмпирическим тенденциям (2 модальности). Факторизация частично упорядоченного множества модальностей порождает два варианта модальных логик – модальные логики трех модальностей (необходимость $\Box$, возможность $\Diamond$ и слабая возможность ∇), соответствующие эмпирическим законам, тенденциям и слабым тенденциям [Финн, Шестерникова, 2018] и модальные логики двух модальностей ($\Box$, $\Diamond$).

²В [Фейс, 1965] Р. Фейс замечает, что модальности могут применяться для описания физического мира и что модальности могут быть использованы для анализа причинности [Фейс, 1965, с. 24]. Эта идея реализована в ДСМ-методе АПИ в компьютерных системах интеллектуального анализа данных [Аншаков, 2009; Финн, 2019; Финн, 2020a]

³Множество модальных операторов частично упорядочено и имеет наибольший и наименьший элементы [Финн, Шестерникова, 2018].

В этих логиках импликация $\rightarrow$ истолковывается как «если p – причина эффекта, то q – предсказание эффекта». $\Box(p \rightarrow q)$, $\Diamond(p \rightarrow q)$, $\nabla(p \rightarrow q)$ истолковываются как представление ЭЗК типа «эмпирический закон», «эмпирическая тенденция» и «слабая эмпирическая тенденция», соответственно. Tq означает верификацию q , а T – оператор «истинно, что ...», который аналогичен оператору T Г. фон Вригта [фон Вригт, 1971], но отличается от него.

В [Финн, 2019] представлена модальная логика двух модальностей $(\Box, \Diamond)$ $ERA_{0,1}$, имеющая аксиомы, выражающие абдукцию $2^{\text{ого}}$ рода [Финн, Шестерникова, 2018; Финн, 2019; Финн, 2020a]: $((\Box(p \rightarrow q) \& Tq) \rightarrow \Box p)$ и $((\Diamond(p \rightarrow q) \& Tq) \rightarrow \Diamond p)$.

Важно отметить, что в [Финн, Шестерникова, 2018; Финн, 2019] эмпирические закономерности характеризуются соответствующими регулярными кодами $Cd(j, h)$ такими, что для возможных миров $j = 0, 1, \dots, s$ и их историй $h = 1, \dots, (s + 1)!$ имеются последовательности $\nu \dots \nu$, где $\nu = 1, -1$ и $\tau \dots \tau \nu \dots \nu$ длины s такие, что $\nu \dots \nu$ характеризует эмпирический закон, а $\tau \dots \tau \nu \dots \nu$ – эмпирическая тенденция, где $1, -1, \tau$ – типы истинностных значений гипотез – фактическая истина, фактическая ложь и неопределенность, соответственно. Коды $\nu \dots \nu$ и $\tau \dots \tau \nu \dots \nu$ есть значения пропозициональных переменных, представляющих ЭЗК, любой отличный от них код является нерегулярным и соответствует отсутствию ЭЗК. Регулярные коды $\nu \dots \nu$ и $\tau \dots \tau \nu \dots \nu$ делают истинными пропозициональные переменные $p, q, \dots$, а нерегулярные коды делают истинными отрицания пропозициональных переменных $\neg p, \neg q, \dots$.⁴

Итерации модальностей в логиках семейства ERA означают вид расширений возможных миров – сохранение гипотез в возможных мирах, что представимо кодами типа $\nu \dots \nu$, где $\nu = 1, -1$ (только истина или только ложь) и кодами типа $\tau \dots \tau \nu \dots \nu$, где начало кода – подпоследовательность неопределенностей (τ), выражающая эмпирическую тенденцию.

Рассмотрим возможные итерации модальностей: $\Box\Box p, \Box\Diamond p, \Diamond\Box p$ и $\Diamond\Diamond p$. Имеются два способа (направления) расширений возможных миров: справа налево (от переменной p $\leftarrow p$) и слева направо (от левой модальности $M : M \rightarrow$, где M есть $\Box, \Diamond$).

В [Финн, 2019] $ERA_0, ERA_{0,1}, ERA_1$ используют расширения возможных миров справа налево, что представимо аксиомами $\Box\Diamond p \rightarrow \Diamond p$, $\Diamond\Box p \rightarrow \neg p$, $\Box\Box p \rightarrow \Box p$, $\Diamond\Diamond p \rightarrow \neg p$.

⁴Нерегулярные коды ЭЗК могут содержать вхождение 0 – тип истинностных значений «фактическое противоречие» [Финн, Шестерникова, 2018].

В настоящей статье рассмотрим исчисление ERA_{0*} , $ERA_{0.2}$ и ERA_2 такие, что итерации модальностей рассматриваются слева направо (в направлении от левой модальности к переменной p).

Таким образом, $\Box\Diamond p$ имеет следующий код ЭЗК $\nu \dots \nu \tau \dots \tau \nu \dots \nu$ такой, что он является нерегулярным, а, следовательно, характеризует отсутствие ЭЗК, а потому истинна аксиома $\Box\Diamond p \rightarrow \neg p$, так как результирующий код $\Box\Diamond p$ есть $\nu \dots \nu \tau \dots \tau \nu \dots \nu$ такой, что он нерегулярный. Аналогично получим истинную формулу $\Diamond\Box p \rightarrow \Diamond p$, соответствующую регулярному коду $\tau \dots \tau \nu \dots \nu$.

Ниже сформулируем исчисления ERA_{0*} , $ERA_{0.2}$ и ERA_2 .

Алфавит:

$p, q, r, \dots$, (быть может с нижними индексами) – пропозициональные переменные;

$\neg, \&, \vee, \rightarrow, \Box, \Diamond, T$ – логические связки;

$(,)$ – скобки.

Посредством букв греческого алфавита будем обозначать метасимволы для формул.

Определение 1. Определение формулы

- 1⁰. $p, q, r, \dots$ – формулы;
- 2⁰. $\neg p, \neg q, \neg r, \dots$ – формулы;
- 3⁰. если φ, ψ – формулы, то $(\varphi \& \psi), (\varphi \vee \psi), (\varphi \rightarrow \psi)$ – формулы;
- 4⁰. если φ – формула, то $\Box\varphi, \Diamond\varphi$ – формулы;
- 5⁰. если φ – формула, то $T\varphi$ – формула;
- 6⁰. если φ – формула, то $\neg\varphi$ – формула;
- 7⁰. других формул нет.

ERA_{0*} .

(1) Аксиомы двузначной логики L_2 .

(2) Аксиомы ERA_{0*}

- $(\Box 2) \Box p \rightarrow p$
 $(\Diamond 2) \Diamond p \rightarrow p$
 $(\Box 3) \Box(p \& q) \leftrightarrow (\Box p \& \Box q)$
 $(\Box 4) \Box(p \vee q) \leftrightarrow (\Box p \vee \Box q)$
 $(\Diamond 3) \Diamond(p \& q) \leftrightarrow (\Diamond p \& \Diamond q)$
 $(\Diamond 4) \Diamond(p \vee q) \leftrightarrow (\Diamond p \vee \Diamond q)$
 $(\neg\Box) \neg\Box p \rightarrow (\Diamond p \vee \neg p)$
 $(\neg\Diamond) \neg\Diamond p \rightarrow (\Box p \vee \neg p)$
 $(\Box\Box) \Box\Box p \rightarrow \Box p$
 $(\Box\Diamond)_2 \Box\Diamond p \rightarrow \neg p$
 $(\Diamond\Box)_2 \Diamond\Box p \rightarrow \Diamond p$
 $(\Diamond\Diamond) \Diamond\Diamond p \rightarrow \neg p$
 $(\Box \& \Diamond) \neg(\Box p \& \Diamond p)$
 $(\Box \& \neg) \neg(\Box p \& \neg p)$
 $(\Diamond \& \neg) \neg(\Diamond p \& \neg p)$
 $(\Box\neg) \neg\Box\neg p$
 $(\Diamond\neg) \neg\Diamond\neg p$
 $(\Box\neg\Diamond) \Box p \rightarrow \neg\Diamond p$
 $\varphi \leftrightarrow \psi \equiv (\varphi \rightarrow \psi) \& (\psi \rightarrow \varphi)^5$
 $f \equiv p \& \neg p$
 $t \equiv \neg f$

(3) Правила вывода ERA_0^* :

- R1. $\varphi, (\varphi \rightarrow \psi) \vdash \psi$, где « $\vdash$ » есть метасимвол отношения выводимости;
 R2. $\varphi(p) \vdash \varphi(q)$, $\varphi(\chi) = \int_p^\chi \varphi(p)$ – правило подстановки (*Sub*);
 R3. $\Box\varphi, \Box(\varphi \rightarrow \psi) \vdash \Box\psi$;
 R4. $\Diamond\varphi, \Diamond(\varphi \rightarrow \psi) \vdash \Diamond\psi$;
 R5. $\varphi(\chi) \vdash \varphi(\chi_1)$, где $(\chi \leftrightarrow \chi_1)$, – правило замены эквивалентных формул.

Определение доказуемой формулы (обозначение: $\vdash \varphi$) стандартно.

⁵Символ « $\equiv$ » означает равенство по определению.

Утверждение 1. ERA_{0*} является противоречивым.

Доказательство. $\neg\Box p \rightarrow (\Diamond p \vee \neg p), \Box p \vee \Diamond p \vee \neg p, \Box\neg p \vee \Diamond\neg p \vee \neg\neg p,$
 $\Box\neg p \leftrightarrow f, \Diamond\neg p \leftrightarrow f [(\Box\neg), (\Diamond\neg), \neg t \leftrightarrow f]; f \vee f \vee p, p.$

Таким образом, $Sub \neg p$ в $\Box p \vee \Diamond p \vee \neg p$ порождает $\vdash p$ – противоречивость в смысле Э. Поста. Поэтому в силу Sub получаем $\vdash \varphi$ для любой φ , то есть, абсолютную (или тривиальную) противоречивость ERA_{0*} ■

Получим тогда исчисление $ERA_{0.2}$ посредством ограничения R2 следующим образом: $R_2^* \varphi(p) \vdash \varphi(\chi), \varphi(\chi) = \int_p^\chi \varphi(p) \mid$, где $\chi \in [\{(p \& q), (p \vee q)\}]$, а $[\{(p \& q), (p \vee q)\}]$ – замыкание $\{(p \& q), (p \vee q)\}$, соответствующее подмножеству множества монотонных булевских функций.

Таким образом, исчисление $ERA_{0.2}$ имеет аксиомы ERA_{0*} и правила вывода R1, R_2^* , R3, R4 и R5 (то есть, ограниченную Sub). Это ограничение вызвано тем, что $ERA_{0.2}$ и ERA_2 , формулируемое ниже, пропозициональными средствами имитируют рассуждения относительно эмпирических закономерностей, которые являются значениями пропозициональных переменных p таких, что им соответствуют регулярные коды ЭЗК.

Заметим, что $ERA_{0.2}$ получено из $ERA_{0.1}$ [Финн, 2019] заменой $\Box\Diamond p \rightarrow \Diamond p$ на $\Box\Diamond p \rightarrow \neg p$ и заменой $\Diamond\Box p \rightarrow \neg p$ на $\Diamond\Box p \rightarrow \Diamond p$.

В [Финн, 2019] была установлена непротиворечивость $ERA_{0.1}$ относительно семантики историй возможных миров HPW_h из HPW .

Расширим исчисление $ERA_{0.2}$, добавив фрагмент TM_2 , формулируемый ниже, и получим исчисление ERA_2 .

TM_2

T1. $Tp \rightarrow \neg T\neg p$

T2. $T(Tp) \leftrightarrow Tp$

T3. $Tp \rightarrow p$

T4. $T\neg p \rightarrow \neg p$

T5. $T(p^{\sigma_1} \& q^{\sigma_2}) \leftrightarrow (Tp^{\sigma_1} \& Tp^{\sigma_2})$

T6. $T(p^{\sigma_1} \vee p^{\sigma_2}) \leftrightarrow (Tp^{\sigma_1} \vee Tp^{\sigma_2})$

$$p^\sigma = \begin{cases} p, & \text{если } \sigma = 1 \\ \neg p, & \text{если } \sigma = 0 \end{cases}$$

T7. $T\neg(p \& q) \leftrightarrow (T\neg p \vee T\neg q)$

$$T8. T\neg(p \vee q) \leftrightarrow (T\neg p \& T\neg q)$$

$$T9. T(p \rightarrow q) \leftrightarrow (Tp \rightarrow Tq)$$

$$T10. T\Box p \leftrightarrow (\Box p \& Tp)$$

$$T11. T\Diamond p \leftrightarrow (\Diamond p \& Tp)$$

$$T12. ((\Box(p \rightarrow q) \& Tq) \rightarrow T\Box p)$$

$$T13. ((\Diamond(p \rightarrow q) \& Tq) \rightarrow T\Diamond p)$$

$$R6. T\varphi, T(\varphi \rightarrow \psi) \vdash T\psi$$

TM_2 может быть расширено добавлением

(1) конечного множества аксиом $T_n = \{Tq_1, \dots, Tq_n\}$,

(2) бесконечного множества $T = \{Tq_1, \dots, Tq_n, \dots\}$.

Тогда получим два варианта исчислений: $TM_2^{(1)}$ и $TM_2^{(2)}$.

Соответственно, получим исчисления $ERA_2^{(1)}$ и $ERA_2^{(2)}$.

(3) Третий вариант исчисления ERA_2 получим посредством добавления к ERA_2 базисного фрагмента TM_2 , тогда формулы вида Tq будут применяться как **предположения** для выводов с их использованием.

Таким образом, имеем исчисления ERA_2 , $ERA_2^{(1)}$ и $ERA_2^{(2)}$, правилами вывода которых являются R1, R*2, R3, R4, R5 и R6, где ERA_2 есть $ERA_{0.2}$ с добавлением TM_2 .

Замечание 1. В исчислениях ERA_2 , $ERA_2^{(1)}$ и $ERA_2^{(2)}$ имеются аксиомы абдукции T12 $((\Box(p \rightarrow q) \& Tq) \rightarrow T\Box p)$ и T13 $((\Diamond(p \rightarrow q) \& Tq) \rightarrow T\Diamond p)$ такие, что они являются усилением аксиом A10 $((\Box(p \rightarrow q) \& Tq) \rightarrow \Box p)$ и A11 $((\Diamond(p \rightarrow q) \& Tq) \rightarrow \Diamond p)$ из [Финн, 2019]. Заметим, что A10 и A11 доказуемы в указанных исчислениях.

Замечание 2. Семантика ДСМ-исследований основана на применении двух концепций истины – **когерентной** [Rescher, 1973; Вейнгартен, 2000] и **корреспондентной** [Вейнгартен, 2000; Tarski, 1956]. Когерентная концепция использует соответствие оценки высказывания и некоторого множества непротиворечивых знаний, а корреспондентная – соответствие высказывания и «положения дел», к которому оно относится.

ДСМ-рассуждение, представляющее взаимодействие индукции, аналогии и абдукции $1^{ото}$ рода [Финн, 2019; Финн, 2020a] основано на **принятии** результатов посредством локальных вынуждений, порождающих их оценки посредством правил индуктивного вывода для гипотез о причинах эффектов, и посредством каузальных вынуждений посредством правил

вывода по аналогии для гипотез о предсказаниях. Принятие результатов ДСМ-рассуждения завершается применением абдукции 1^{ого} рода, реализующей степень объяснения баз фактов («возможных миров») посредством порожденных гипотез о причинах исследуемых эффектов.

Принятие же результатов ДСМ-исследований осуществляется посредством **подтвержденных** ДСМ-рассуждений, применяемых к множеству всех возможных миров с использованием **верификации** гипотез о предсказании исследуемых эффектов и принятия гипотез о причинах посредством абдукции 2^{ого} рода, что означает применение **корреспондентной** концепции истины.

Из Замечания 2 следует необходимость определения оценки результатов ДСМ-исследования посредством совместного применения двух типов оценки, соответствующих когерентной и корреспондентной концепциям истины. Применение двух концепций истины отображается в аксиомах абдукции в исчислениях типа ERA для модальностей необходимости и возможности $((\Box(p \rightarrow q) \& Tq) \rightarrow T\Box p)$ и $((\Diamond(p \rightarrow q) \& Tq) \rightarrow T\Diamond p)$, в которых подформулы $\Box(p \rightarrow q)$ и $\Diamond(p \rightarrow q)$ оцениваются когерентными истинностными значениями, а подформулы Tq – корреспондентными истинностными значениями, соответствующими верификации гипотез о предсказании исследуемых эффектов. Подформулы $T\Box p$ и $T\Diamond p$ оцениваются **одновременно** когерентной и корреспондентной концепциями истины. В связи с чем в [Финн, 2020a] было введено понятие **косвенной** корреспондентной истины, ибо Tq представляет корреспондентно истинное предсказание (то есть, верифицированное), а так как p выражает причину q и когерентно истинно $\Box(p \rightarrow q)$ и $\Diamond(p \rightarrow q)$, то косвенно корреспондентно истинно Tr (то есть, верифицируемо), но в силу $\Box(p \rightarrow q) \& Tq$ и $\Diamond(p \rightarrow q) \& Tq$ имеет место когерентная истина $\Box p$ и $\Diamond p$, соответственно. Следовательно, истинна $Tr \& \Box p$ и $T\Box p$, $Tr \& \Diamond p$ и $T\Diamond p$, соответственно, а потому истинны $T\Box p$ и $T\Diamond p$, соответственно.

Семантическими основаниями логики ERA_2 (как и логики ERA_1 [Финн, 2019]) является конечное множество конечных историй возможных миров $\overline{HPW}$ такое, что возможным миром является база фактов интеллектуальных систем, а историями возможных миров HPW_h являются конструктивно порождаемые последовательности вложенных возможных миров. Если число расширений баз фактов есть s , то число всех возможных историй возможных миров HPW_h есть $|\overline{HPW}| = (s + 1)!$ [Финн, 2019; Финн, 2020a].

Будем использовать метасимвол $\models$ для обозначения утверждения « φ истинно в HPW_h »: $HPW_h \models \varphi$, где φ – формула ERA_2 , HPW_h – история возможных миров длины s , а $1 \leq h \leq (s + 1)!$.

Оценка формул, не содержащих оператора T , реализует **когерентную** концепцию истины [Rescher, 1973; Вейнгартен, 2000], конструктивно реализуемую ДСМ-рассуждениями. Они формализуют **принятие** гипотез о причинах (посредством индукции) и гипотез о предсказаниях (посредством аналогии), а также формализуют абдукцию $1^{\text{ого}}$ рода, которая завершает принятие порожденных гипотез посредством **объяснения** баз фактов.

Оценка формул, содержащих оператор T «истинно, что ...» выражает акт **прямой верификации** гипотез о предсказаниях и акт **косвенной верификации** гипотез о причинах, которые когерентно истинны посредством интегральных каузальных вынуждений [Финн, 2019], реализуемых во всех HPW_h из $\overline{HPW}$. Эти оценки выражают корреспондентную концепцию истины [Tarski, 1956].

Базисом оценок корреспондентной истины является задание множества корреспондентно истинных элементарных формул $\mathbf{T}$, где $\mathbf{T}$ является средством семантики ERA_2 , $ERA_2^{(1)}$ и $ERA_2^{(2)}$, но может быть добавлением соответствующих аксиом для $ERA_2^{(1)}$ и $ERA_2^{(2)}$.

Таким образом, $HPW_h \models Tq$, если и только если $q \in \mathbf{T}$.

Определение 2. Определение истинности формул в HPW_h

1°. $HPW_h \models p$, если и только если $Cd(p, h) = \nu \dots \nu$ или $Cd(p, h) = \tau \dots \tau \nu \dots \nu$, где $\nu = 1, -1$ («1» и «-1» – типы истинностных значений «фактически истинно» и «фактически ложно», соответственно, а « τ » – тип истинностного значения «неопределенно»), $Cd(p, h)$ – код эмпирической закономерности, образованной последовательностями типов истинностных значений гипотез, порожденных ДСМ-рассуждениями в соответствующих базах фактов, h – номер истории возможных миров, $1 \leq h \leq (s + 1)!$.

2°. $HPW_h \models \neg p$, если и только если неверно, что $HPW_h \models p$, то есть: $Cd(p, h) \neq \nu \dots \nu$ и $Cd(p, h) \neq \tau \dots \tau \nu \dots \nu$; где $\nu \dots \nu$ и $\tau \dots \tau \nu \dots \nu$ – регулярные коды ЭЗК [Финн, Шестерникова, 2018; Финн, 2019].

3°. $HPW_h \models Tp$, если и только если $p \in \mathbf{T}$.

4°. $HPW_h \models (\varphi \& \psi)$, если и только если $HPW_h \models \varphi$ и $HPW_h \models \psi$.

5°. $HPW_h \models (\varphi \vee \psi)$, если и только если $HPW_h \models \varphi$ или $HPW_h \models \psi$.

6°. $HPW_h \models (\varphi \rightarrow \psi)$, если и только если «если $HPW_h \models \varphi$, то $HPW_h \models \psi$ ».

7°. $HPW_h \models \Box \varphi$, если и только если $HPW_j \models \varphi$ для всех HPW_j , $HPW_j \in \overline{HPW}$.

8°. $HPW_h \models \Diamond \varphi$, если и только если существует HPW_h такая, что $Cd(\varphi, h) = \tau \dots \tau \nu \dots \nu$ и для всех HPW_j , $HPW_j \in \overline{HPW}$ $Cd(\varphi, j) = \tau \dots \tau \nu \dots \nu$ или $Cd(\varphi, j) = \nu \dots \nu$.

9°. $HPW_h \models \Box(\varphi \& \psi)$, если и только если $HPW_h \models \Box \varphi$ и $HPW_h \models \Box \psi$, где $HPW_h \in \overline{HPW}$.

10°. $HPW_h \models \Box(\varphi \vee \psi)$, если и только если $HPW_h \models \Box\varphi$ или $HPW_h \models \Box\psi$, $HPW_h \in \overline{HPW}$.

11°. $HPW_h \models \Diamond(\varphi \& \psi)$, если и только если $HPW_h \models \Diamond\varphi$ и $HPW_h \models \Diamond\psi$, $HPW_h \in \overline{HPW}$.

12°. $HPW_h \models \Diamond(\varphi \vee \psi)$, если и только если $HPW_h \models \Diamond\varphi$ или $HPW_h \models \Diamond\psi$, $HPW_h \in \overline{HPW}$.

13°. $HPW_h \models T\Box\varphi$, если и только если $HPW_h \models T\varphi$ и $HPW_h \models \Box\varphi$, $HPW_h \in \overline{HPW}$.

14°. $HPW_h \models \neg\varphi$, если и только если неверно, что $HPW_h \models \varphi$, $HPW_h \in \overline{HPW}$.

Аксиомы ERA_2 $(\Box\Diamond)_2$ $\Box\Diamond p \rightarrow \neg p$ и $(\Diamond\Box)_2$ $\Diamond\Box p \rightarrow \Diamond p$ сохраняют истинность относительно Определения 2 при применении R^*2 .

Приведем некоторые теоремы ERA_2 : $p \vee \neg p$, $(\Box p \vee \Diamond \neg p)$, $(p \leftrightarrow (\Diamond p \vee \Box p))$, $(\neg\Box p \leftrightarrow (\Diamond p \vee \neg p))$, $(\neg\Diamond p \leftrightarrow (\Box p \vee \neg p))$, $((\Box(p \rightarrow q) \& Tq) \rightarrow \Box p)$, $((\Box(p \rightarrow q) \& Tq) \rightarrow Tp)$.

Доказательство $\neg\Box p \leftrightarrow (\Diamond p \vee \neg p)$: $\Box p \rightarrow \neg\Diamond p$, $\Diamond p \rightarrow \neg\Box p$; $\neg\Box p \rightarrow (\Diamond p \vee \neg p)$ ($\neg\Box$); $\Box p \rightarrow p$ ($\Box 2$), $\neg p \rightarrow \neg\Box p$; $\Diamond p \rightarrow \neg\Box p$, $\neg p \rightarrow \neg\Box p \vdash (\Diamond p \vee \neg p) \rightarrow \neg\Box p$, из $\neg\Box p \rightarrow (\Diamond p \vee \neg p)$ и $(\Diamond p \vee \neg p) \rightarrow \neg\Box p$ следует $\neg\Box p \leftrightarrow (\Diamond p \vee \neg p)$.

Добавим к исчислению ERA_2 в качестве допустимого правила вывода R7 теорему дедукции:⁶

$$\frac{\Gamma, \varphi \vdash \psi}{\Gamma \vdash (\varphi \rightarrow \psi)}.$$

Из аксиом T12 и T13 выведем производные правила вывода R8 $\Box(p \rightarrow q)$, $Tq \vdash \Box p$ и R9 $\Diamond(p \rightarrow q)$, $Tq \vdash \Diamond p$.

Тогда получим, применяя R8 и R7 $\Box(p \rightarrow q)$, $Tq \vdash \Box p$; и Tq , $\Box(p \rightarrow q)$, $\Box p \vdash \Box q$; и Tq , $\Box(p \rightarrow q) \vdash \Box p \rightarrow \Box q$; и $Tq \vdash \Box(p \rightarrow q) \rightarrow (\Box p \rightarrow \Box q)$.

Это означает, что из эмпирического предположения Tq выводима дистрибутивность $\Box$ относительно $\rightarrow$. Аналогично получим, используя R9 $Tq \vdash \Diamond(p \rightarrow q) \rightarrow (\Diamond p \rightarrow \Diamond q)$.

Если же добавить R7 к исчислениям $ERA_2^{(1)}$ и $ERA_2^{(2)}$, то для их аксиом Tq получим доказуемость дистрибутивности $\Box$ и $\Diamond$ относительно $\rightarrow$: $\vdash (\Box(p \rightarrow q) \rightarrow (\Box p \rightarrow \Box q))$, $\vdash (\Diamond(p \rightarrow q) \rightarrow (\Diamond p \rightarrow \Diamond q))$.

Исчисления с правилом R7 обозначим посредством ERA_{2*} , $ERA_{2*}^{(1)}$ и $ERA_{2*}^{(2)}$.

Обратим внимание на интересный факт: дистрибутивность $\Box$ и $\Diamond$ относительно $\rightarrow$ в рассмотренных исчислениях связана с аксиомами абдукции T12, T13 и с эмпирическими аксиомами Tq , а, следовательно, она зависит

⁶Правило вывода называют допустимым, если его добавление к исчислению не порождает противоречий.

и от двух концепций истины – **когерентной** и **корреспондентной**, ибо логики типа ERA являются логиками двух концепций истины.

Рассмотрим теперь аксиомы ERA_2 , выражающие итерации модальностей $(\Box\Box)$, $(\Box\Diamond)_2$, $(\Diamond\Box)_2$ и $(\Diamond\Diamond)$. Они имитируют пропозициональными средствами расширение баз фактов (возможных миров) для продолжения ДСМ-рассуждений в ДСМ-исследованиях, порождающих эмпирические закономерности относительно множества историй возможных миров $\overline{HPW}$ [Финн, 2019].

В силу ограничения правила подстановки R2 посредством правила R^*2 из $\Box\Box p \rightarrow \Box p$ не выводимы $\underbrace{\Box \dots \Box}_k p \rightarrow \Box p$, из $\Box\Diamond p \rightarrow \neg p$ не выводимы $\underbrace{\Box \dots \Box}_k \underbrace{\Diamond \dots \Diamond}_l p \rightarrow \neg p$, из $\Diamond\Diamond p \rightarrow \neg p$ не выводимы $\underbrace{\Diamond \dots \Diamond}_k p \rightarrow \neg p$, а из $\Diamond\Box p \rightarrow \Diamond p$ не выводимы $\underbrace{\Diamond \dots \Diamond}_k \underbrace{\Box \dots \Box}_l p \rightarrow \Diamond p$, где k и l – числа повторений модальных операторов.

Легко показать, что приведенные выше формулы с k и l итерациями модальностей истинны в семантике историй возможных миров.

В самом деле, рассмотрим $\Box \dots \Box p \rightarrow \Box p$. Так как код ЭЗК для $\Box \dots \Box p$ есть $\nu \dots \nu \dots \nu \dots \nu$, то $HPW_h \models \Box \dots \Box p$ и для всех HPW_j , $HPW_j \models \Box \dots \Box p$, но и $HPW_j \models \Box p$ для всех HPW_j , так как код $\Box p$ есть $\nu \dots \nu$, но и $\nu \dots \nu \dots \nu \dots \nu = \nu \dots \nu$.

Таким образом, $\Box \dots \Box p \rightarrow \Box p$ истинно относительно $\overline{HPW}$. Откуда следует неполнота ERA_2 , а также $ERA_2^{(1)}$ и $ERA_2^{(2)}$.

Аналогичные рассуждения имеют место для формул $\Box \dots \Box \Diamond \dots \Diamond \rightarrow \neg p$, $\Diamond \dots \Diamond p \rightarrow \neg p$, $\Diamond \Box \dots \Box p \rightarrow \Diamond p$, $\Box \dots \Box p \rightarrow p$, соответствующей аксиоме $(\Box 2) \Box p \rightarrow p$.

Сформулируем ниже нефинитное исчисление ERA_2 такое, что к его аксиомам добавим $\underbrace{\Box \dots \Box}_k p \rightarrow p$, $\underbrace{\Box \dots \Box}_k p \rightarrow \Box p$, $\underbrace{\Box \dots \Box}_k \underbrace{\Diamond \dots \Diamond}_l p \rightarrow \neg p$, $\underbrace{\Diamond \dots \Diamond}_k p \rightarrow \neg p$, $\underbrace{\Diamond \dots \Diamond}_k \underbrace{\Box \dots \Box}_l p \rightarrow \Diamond p$ для любых целых положительных k и l .

Аналогичные исчисления получим для $ERA_2^{(1)}$ и $ERA_2^{(2)}$, а соответствующие исчисления обозначим посредством $\overline{ERA}_2$, $\overline{ERA}_2^{(1)}$ и $\overline{ERA}_2^{(2)}$. Сформулируем также исчисления $\overline{ERA}_{2*}$, $\overline{ERA}_{2*}^{(1)}$ и $\overline{ERA}_{2*}^{(2)}$ с правилами вывода R1, R^*2 , R3–R7.⁷

⁷В [Финн, 2019] логики аргументации, формализованные посредством метода аналитических таблиц, в связи с отсутствием ассоциативности у $\&$ и $\vee$ имеют также нефинитную формализацию.

Замечание 3. В [Финн, 2019] и [Финн, 2020a] решением проблемы индукции средствами ДСМ-метода АПИ для интеллектуальных систем является порождение M -последовательностей модальных операторов ранга r , где r – число периодов длины s , а $r \geq 1$. M -последовательности представляют возможные типы эмпирических закономерностей, являющиеся результатами ДСМ-исследований, применяющих формализованные и усиленные индуктивные каноны Д.С. Милля в качестве правил вывода, порождающих гипотезы о причинах. Нефинитные расширения ERA_2 -логик являются упрощенной попыткой пропозициональной имитации рассуждений относительно историй расширяемых возможных миров (баз фактов)⁸.

Следствием Замечания 3 является потребность в расширениях ERA_2 -логик посредством оператора слабой возможности [Финн, 2019] и оператора N такого, что Np фиксирует существование незакономерности, тогда как $\neg p$ есть отрицание закономерности, а потому $NNp \rightarrow Np$, но $\neg\neg p \leftrightarrow p$, а $Np \rightarrow \neg p$. Если M -последовательность $\overline{M} = M_1 M_2 \dots M_{r-1} N$, то ДСМ-исследование ранга r не является закономерностью для периодов повторения ДСМ-рассуждений r раз.

Кроме того, ERA_2 -логики могут быть расширены добавлением оператора слабой возможности ∇ [Финн, Шестерникова, 2018].

Интересно рассмотреть в связи со сказанным нефинитные ERA_2 -логики с операторами ∇ и N .

Так как аксиома $S4 \Box p \rightarrow \Box \Box p$ истинна в ERA_2 , то возможна логика $ERA_{2.4}$ с аксиомой $\Box p \rightarrow \Box \Box p$.

Заметим, что аксиома $S5 \Diamond p \rightarrow \Box \Diamond p$ [Фейс, 1965; Hughes, Cresswell, 1972] не является истинной в ERA , но она истинна в логике ERA_1 [Финн, 2019], поэтому возможно её расширение $ERA_{1.5}$.

Замечание 4. Логика M Г.Х. фон Вригта [Фейс, 1965; Hughes, Cresswell, 1972] образована аксиомами:

M1. $\Box p \rightarrow p$

M2. $\Box(p \rightarrow q) \rightarrow (\Box p \rightarrow \Box q)$

и правилами:

RM1. $\varphi, \varphi \rightarrow \psi \vdash \psi$

RM2. $\varphi(p) \vdash \varphi(\chi), \varphi(\chi) = \int_p^\chi \varphi(p) \mid$

RM3. $\varphi \vdash \Box \varphi$

Следовательно, в M доказуема любая формула $\Box \varphi$ такая, что φ – тавтология двузначной логики L_2 .

⁸Упрощенность обусловлена тем, что рассматриваются не все модальности из [Финн, Шестерникова, 2018; Финн, 2019], а только $\Box$ и $\Diamond$, тогда как операторов $\Box$ имеется восемь, операторов $\Diamond$ имеется четыре, а операторов слабой возможности ∇ имеется два.

В этом смысле можно говорить, что логика M и её расширения $S4$ и $S5$ являются логиками **логических** модальностей.

Следующие сходства и различия логики M и ERA_2 -логик имеют место.

1. В ERA_2 -логиках (и ERA_1 -логиках [Финн, 2019]) имеется аксиома $\Box p \rightarrow p$.

2. В ERA_2 из предположения Tq выводима $\Box(p \rightarrow q) \rightarrow (\Box p \rightarrow \Box q) : Tq \vdash \Box(p \rightarrow q) \rightarrow (\Box p \rightarrow \Box q)$.

3. В $ERA_2^{(1)}$ и $ERA_2^{(2)}$, имеющих «эмпирические» аксиомы Tq доказуема $\Box(p \rightarrow q) \rightarrow (\Box p \rightarrow \Box q)$.

4. В возможных мирах логики M не является истинной константа f [Chellas, 1980], а, следовательно, истинна константа t , представляющая тавтологию L_2 . Однако истинность и ложность f и t в историях возможных миров HPW_h **не определяемы**, так как выполнимость в HPW_h предполагает конструктивные вынуждения (forcing) посредством правил вывода ДСМ-рассуждений (индукции и аналогии).

5. Правило вывода $RM3 \varphi \vdash \Box \varphi$, где φ доказуема в двузначной логике L_2 , в ERA_i -логиках ($i = 1, 2$) не имеет места.

Дело в том, что введение $\Box$ возможно только в силу двух правил вывода:

$R3 \Box \varphi, \Box(\varphi \rightarrow \psi) \vdash \Box \psi$ и производного правила вывода $Tq, \Box(p \rightarrow q) \vdash \Box p$. Следовательно, должна быть для введения $\Box$ уже доказанная формула вида $\Box(\varphi \rightarrow \psi)$.

Невыполнимость t (тавтологий L_2) в HPW_h согласуется с неприменимостью правила $RM3$ в ERA -логиках.

6. В M имеет место $\Diamond p \leftrightarrow \neg \Box \neg p$, то есть, выразимость $\Diamond$ через $\Box$ и $\neg$, тогда как в ERA -логиках модальные операторы $\Box$ и $\Diamond$ независимы, ибо $\Box$ характеризует эмпирические законы (их коды – $\nu \dots \nu$), а $\Diamond$ – эмпирические тенденции (их коды – $\tau \dots \tau \nu \dots \nu$).

7. Существенным отличием ERA -логик от M , $S4$ и $S5$ является применение двух концепций истины – когерентной и корреспондентной, наличие в ERA -логиках в связи с этим оператора T и аксиом абдукции $T12$, $T13$.

Существенно также, что в $ERA_2^{(1)}$ и $ERA_2^{(2)}$ имеются эмпирические аксиомы Tq , имитирующие использование эмпирических (экспериментальных) данных в ДСМ-рассуждениях.

Рассмотренные особенности ERA_2 -логик характеризуют их как логику **эмпирических** (нелогических) модальностей, что согласуется с идеей Р. Фейса о связи модальностей и причинности [Фейс, 1965], ибо источником

ERA_2 -логик (ERA_1 -логик [Финн, 2019]) являются ДСМ-исследования, которые образованы рассуждениями, порождающими гипотезы о причинах эффектов и гипотезы о предсказаниях этих эффектов (с использованием гипотез о причинах и абдукции для принятия порожденных гипотез).

В [Reichenbach, 1947; Reichenbach, 1954] Г. Рейхенбах определил «физические модальности» следующим образом: пусть « p » – имя высказывания p , тогда p – физически необходимо $\Leftrightarrow$ если « p » есть номологическое высказывание,

p – физически невозможно $\Leftrightarrow$ если « $\neg p$ » есть номологическое высказывание,

p – физически возможно $\Leftrightarrow$ если ни « p », ни « $\neg p$ » не являются номологическими высказываниями.

Номологические высказывания у Г. Рейхенбаха определяются посредством специальных условий, выразимых в языке логики предикатов 1^{ого} порядка. Таким образом, возможность у Г. Рейхенбаха не представляет эмпирические закономерности. Тогда как в ДСМ-методе АПИ возможность представляет эмпирические тенденции, а эмпирические законы и эмпирические тенденции в ERA -логиках характеризуются следующими аксиомами: $\neg \Box p \rightarrow (\Diamond p \vee \neg p)$, $\neg \Diamond p \rightarrow (\Box p \vee \neg p)$, которые выражают различие и независимость модальностей $\Box$ и $\Diamond$, характеризующих эмпирические законы и эмпирические тенденции, соответственно.

Таким образом, ERA -логики являются логиками, порожденными ДСМ-рассуждениями, а так как ДСМ-рассуждения являются логическими средствами ДСМ-исследований, порождающими эмпирические закономерности (эмпирические номологические высказывания [Финн, 2019]), то модальности, соответствующие обнаруженным закономерностям, являются **эмпирическими**, отличными от логических модальностей известных модальных логик. Специфические свойства эмпирических модальностей обусловлены их происхождением от средств интеллектуального анализа данных, итогом которого являются эмпирические номологические высказывания, определяющие эмпирические модальности.

Как уже было сказано выше, эпистемологической особенностью ERA -логик является применение двух концепций истины – когерентной (она обусловлена ДСМ-рассуждениями) и корреспондентной (она обусловлена верификацией гипотез о предсказаниях), что вызвало необходимость применения оператора T в ERA -логиках.

Наличие двух типов истинностных оценок породило вопрос: будут ли непротиворечивы (противоречивы) ERA -логики, дополненные условием

$\neg Tp \& p$?⁹ Этот вопрос вызван тем обстоятельством, что когерентные истинностные значения и корреспондентные истинностные значения **независимы**, так как первые порождены ДСМ-рассуждениями, а вторые – верификациями их результатов [Финн, 2019; Финн, 2020a]. Поэтому когерентные истинностные значения можно называть «**внутренними**», а корреспондентные истинностные значения – «**внешними**», используя терминологию Д.А. Бочвара [Бочвар, 1938].

Замечание 5. Система аксиом ERA_2 является **зависимой**, так как доказуемы аксиомы $(\Box 2)$, $(\Diamond 2)$, $(\Box \neg \Diamond)$.

Если добавить к ERA_2 в качестве аксиомы $(\Box p \vee \Diamond p \vee \neg p)$, то будут доказуемы $(\neg \Box)$ и $(\neg \Diamond)$.

Таким образом, получаем экономную формулировку ERA_2 , устранив $(\Box 2)$, $(\Diamond 2)$, $(\Box \neg \Diamond)$, $(\neg \Box)$ и $(\neg \Diamond)$, добавив аксиому $(\Box p \vee \Diamond p \vee \neg p)$: любое высказывание p является необходимым, или возможным, или не представляет эмпирическую закономерность.

Литература

- Аншаков, 2009 – ДСМ-метод автоматического порождения гипотез. Логические и эпистемологические основания / Под общ. ред. О.М. Аншакова. М.: Книжный дом «Либроком», 2009.
- Бочвар, 1938 – Бочвар Д.А. Об одном трехзначном исчислении и его применении к анализу парадоксов классического расширенного функционального исчисления // Математический сборник. 1938. Т. 4. Вып. 46. № 2. С. 287–308.
- Вейнгартен, 2000 – Вейнгартен П. Фундаментальные проблемы истины. М.: Росспэн, 2005. (Weingartner P. Basic question on truth. Dordrecht / Boston / London: Kluwer Academic Publishers, 2000.)
- фон Вригт, 1971 – Вригт фон Г.Х. Логико-философские исследования. М.: Прогресс, 1986. (Von Wright G.H. Explanation and Understanding. London, 1971.)
- Фейс, 1965 – Фейс Р. Модальная логика. М.: Наука, 1974; (Feys R. Modal Logics. Louvain / Paris: E. Nauwelaerts / Gauthier – Villars Publishers, 1965.)
- Финн, 2006 – Финн В.К. Стандартные и нестандартные логики аргументации // Логические исследования. Вып. 13. М.: Наука, 2006. С. 158–189.
- Финн, 2014 – Финн В.К. Дистрибутивные решетки индуктивных ДСМ-процедур // Научно-техническая информация. 2014. Сер. 2. № 11. С. 1–30. (Finn V.K. Distributive Lattices of Inductive JSM Procedures. Automatic Documentation and Mathematical Linguistics, Vol. 48, pp. 265–295.)
- Финн, 2016 – Финн В.К. О классе ДСМ-рассуждений, использующих изоморфизм правил индуктивного вывода // Искусственный интеллект и принятие решений. 2016. № 3. С. 95–108.

⁹Напомним, что $p \leftrightarrow (\Box p \vee \Diamond p)$ соответствует когерентному истинностному значению, а Tp – корреспондентному.

- Финн, 2018 – *Финн В.К.* Искусственный интеллект: методология, применения, философия. М.: КРАСАНД, 2018.
- Финн, Шестерникова, 2018 – *Финн В.К., Шестерникова О.П.* Эвристика обнаружения эмпирических закономерностей посредством ДСМ-рассуждений // Научно-техническая информация. 2018. Серия 2. № 9. С. 7–42.
- Финн, 2019 – *Финн В.К.* Об эвристиках ДСМ-исследований (дополнения к статьям) // Научно-техническая информация. 2019. Серия 2. № 19. С. 1–34.
- Финн, 2020a – *Финн В.К.* Точная эпистемология и искусственный интеллект // Научно-техническая информация. 2020. Серия 2. (В печати)
- Финн, 2020b – Автоматическое порождение гипотез в интеллектуальных системах / Под общ. ред. *В.К. Финна*. М.: Книжный дом «Либроком», 2020.
- Chellas, 1980 – *Chellas B.F.* Modal Logic. An Introduction. Cambridge: Cambridge University Press, 1980.
- Hughes, Cresswell, 1972 – *Hughes G.E., Cresswell M.J.* An Introduction to Modal Logic. London EC4: Methuen and Co. LTD. 11 New Fetter Lanc, 1972.
- Lukasiewicz, 1920 – *Lukasiewicz J.* O logice trójwartościowej // Ruch Filozoficzny. 1920. Vol. V. P. 169–171.
- Reichenbach, 1947 – *Reichenbach H.* Elements of Symbolic Logic. The Macmillan Company, New York, 1947.
- Reichenbach, 1954 – *Reichenbach H.* Nomological Statements and Admissible Operations. Amsterdam: North-Holland Publishing Co., 1954.
- Rescher, 1973 – *Rescher N.* The coherence theory of truth. Oxford: The Clarendon Press, 1973.
- Tarski, 1956 – *Tarski A.* The concept of truth in formalized languages // A Tarski Logic, Semantics, Metamathematics. Oxford: At the Clarendon Press, 1956. P. 152–278.

VICTOR K. FINN

On the logics of empirical modalities

Victor K. Finn

Federal Research Center “Computer Science and Control”, Russian Academy of Sciences,
44/2 Vavilova Str., Moscow, 119333, Russian Federation.

Russian State University for the Humanities,
6 Miusskaya Sq., Moscow, 125993, Russian Federation.

E-mail: ira.finn@gmail.com

Abstract: The article considers a class of ERA-logics with the empirical modalities $\Box$ (necessity) and $\Diamond$ (possibility), which characterize, respectively, statements representing empirical laws and empirical tendencies, i.e., empirical regularities. Empirical regularities are the result of JSM reasoning, which is formed by the interaction of the inductive inference rules and inference rules by analogy, as well as the procedures for abductive acceptance of hypotheses. The ERA-logics under consideration are propositional imitation of JSM reasoning applicable to sequences of extensible fact bases of intelligent systems. A characteristic feature of ERA-logics is the application of two concepts of truth — coherent and correspondent. The application of the coherent concept of truth is due to the generation of hypotheses through the rules of inductive inference and inference by analogy. The application of the correspondent concept of truth is due to the use of an abductive inference, the acceptance of the results of which uses verification of predictions hypotheses. For this purpose, ERA-logics use the operator T: “it is true that...”. In the conclusion of the article, non-finite extensions of ERA-logics are discussed, as well as their differences as logics of empirical modalities from G.H. von Wright’ M-logic of logical modalities.

Keywords: JSM-reasoning, inductive inference rules, inference rules by analogy, abduction, empirical regularities, empirical law, empirical tendency, empirical modalities, logical modalities, operator “it is true that...”, nomological statements

For citation: Finn V.K. “O logikakh empiricheskikh modal’nostei” [On the logics of empirical modalities], *Logicheskie Issledovaniya / Logical Investigations*, 2020, Vol. 26, No. 1, pp. 124–143. DOI: 10.21146/2074-1472-2020-26-1-124-143 (In Russian)

References

- Anshakov, 2009 – *DSM-metod avtomaticheskogo porozhdeniya gipotez. Logicheskie i epistemologicheskie osnovaniya* [JSM Method of Automatic Hypotheses Generation: Logical and Epistemological Foundation], ed. by Anshakov O.M. Moscow: Knizhnyi dom “Librokom”, 2009. (In Russian)
- Bochvar, 1938 – Bochvar, D.A. “Ob odnom trekhznachnom ischislenii i ego primenenii k analizu paradoksov klassicheskogo rasshirennogo funktsional’nogo ischisleniya”

- [On a Three-Valued Logical Calculus and its Application to the Analysis of Contradictions], in: *Matematicheskii sbornik*, 1938, Vol. 4, No. 2, pp. 287–308. (In Russian)
- Chellas, 1980 – Chellas, B.F. *Modal Logic. An Introduction*. Cambridge: Cambridge University Press, 1980.
- Feys, 1965 – Feys, R. *Modal Logics*. Louvain / Paris: E. Nauwelaerts / Gauthier – Villars Publishers, 1965.
- Finn, 2006 – Finn, V.K. “Standartnye i nestandartnye logiki argumentatsii” [Standard and non-standard argumentation logics], *Logical Investigations*, 2006, Vol. 13, pp. 158–189. (In Russian)
- Finn, 2014 – Finn, V.K. “Distributive Lattices of Inductive JSM Procedures”, *Automatic Documentation and Mathematical Linguistics*, 2014, Vol. 48, pp. 265–295.
- Finn, 2016 – Finn, V.K. “O klasse DSM-rassuzhdenii, ispol’zuyushchikh izomorfizm pravil induktivnogo vyvoda” [On the Class of JSM reasoning, using the isomorphism of inductive inference rules], *Artificial Intelligence and Decision Making*, 2016, No. 3, pp. 95–108. (In Russian)
- Finn, 2018 – Finn, V.K. *Iskusstvennyi intellekt: Metodologiya, primeneniya, filozofiya* [Artificial Intelligence: Methodology, Application, Philosophy], Moscow: KRASAND, 2011. (In Russian)
- Finn, Shesternikova, 2018 – Finn, V.K., Shesternikova, O.P. “Evristika obnaruzheniya empiricheskikh zakonomernostei posredstvom DSM-rassuzhdenii” [The Heuristics of Empirical Regularities discovering by JSM Reasoning], *Scientific and Technical Information Processing*, 2018, Ser. 2, No. 9, pp. 7–42. (In Russian)
- Finn, 2019 – Finn, V.K. “Ob evristikakh DSM-issledovaniy (dopolneniya k stat’yam)” [On JSM researches heuristics (additions to the articles)], *Scientific and Technical Information Processing*, 2019, Ser. 2, No. 19, pp. 1–34. (In Russian)
- Finn, 2020a – Finn, V.K. “Tochnaya epistemologiya i iskusstvennyi intellekt” [Precise epistemology and artificial intelligence], *Scientific and Technical Information Processing*, 2020, Ser. 2. (In print)
- Finn, 2020b – *Avtomaticheskoe porozhdenie gipotez v intellektual’nykh sistemakh* [Automatic Hypotheses Generation in Intelligent Systems], ed. by Finn V.K. Moscow: Knizhnyi dom “Librokom”, 2020. (In Russian)
- Hughes, Cresswell, 1972 – Hughes, G.E., Cresswell, M.J. *An Introduction to Modal Logic*. London EC4: Methuen and Co. LTD. 11 New Fetter Lanc, 1972.
- Lukasiewicz, 1920 – Lukasiewicz, J. “O logice trójwartościowej”, *Ruch Filozoficzny*, 1920, Vol. V, pp. 169–171.
- Reichenbach, 1947 – Reichenbach, H. *Elements of Symbolic Logic*. The Macmillan Company, New York, 1947.
- Reichenbach, 1954 – Reichenbach, H. *Nomological Statements and Admissible Operations*. Amsterdam: North-Holland Publishing Co., 1954.
- Weingartner, 2000 – Weingartner, P. *Basic question on truth*. Dordrecht / Boston / London: Kluwer Academic Publishers, 2000.
- Von Wright, 1971 – Von Wright, G.H. *Explanation and Understanding*. London, 1971.

-
- Rescher, 1973 – Rescher, N. *The coherence theory of truth*. Oxford: The Clarendon Press, 1973.
- Tarski, 1956 – Tarski, A. “The concept of truth in formalized languages”, in: *A Tarski Logic, Semantics, Metamathematics*, Oxford: At the Clarendon Press, 1956, pp. 152–278.