Institute of Philosophy
Russian Academy of Sciences

LOGICAL INVESTIGATIONS

Volume 30. Number 1

Moscow
2024

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Институт философии Российской академии наук

ЛОГИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

Том 30. Номер 1

Москва
2024

ISSN 2074-1472 (Print)
ISSN 2413-2713 (Online)

Logical Investigations

Scientific-Theoretical Journal

2024. Volume 30. Number 1

Publisher: Institute of Philosophy, Russian Academy of Sciences

Frequency: 2 times per year

First issue: 1993; the journal is a redesigned continuation of the annual *Logical Investigations* that has been published since 1993 till 2015

The journal is registered with the Federal Service for Supervision of Communications, Information Technology, and Mass Media (Roskomnadzor). The Mass Media Registration Certificate No. FS77-61228 on April 3, 2015

Abstracting and indexing: *Web of Science (Russian Science Citation Index)*, *Scopus*, *Zentralblatt MATH*, *Mathematical Reviews*, *Ulrich's Periodicals Directory*, *EBSCOhost (Philosopher's Index with Full Text)*

The journal is included in the list of peer-reviewed scientific editions acknowledged by the Higher Attestation Commission of the Ministry of Education and Science of the Russian Federation

Subscription index in the catalogue of Russian Post is ПН145

All materials published in *Logical Investigations* undergo peer review process

Editorial address: 12/1 Goncharnaya St., Moscow 109240, Russian Federation
Tel.: +7 (495) 697-96-65; **e-mail:** `logicalinvestigations@gmail.com`
Website: `https://logicalinvestigations.ru`

ISSN 2074-1472 (Print)
ISSN 2413-2713 (Online)

Логические исследования

Научно-теоретический журнал

2024. Том 30. Номер 1

Учредитель и издатель: Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт философии Российской академии наук

Периодичность: 2 раза в год

Выходит с 1993 г.; журнал является прямым продолжением ежегодника «Логические исследования», издававшегося с 1993 по 2015 гг.

Журнал зарегистрирован Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор). Свидетельство о регистрации СМИ: ПИ № ФС77-61228 от 3 апреля 2015 г.

Журнал реферируется и индексируется: *Web of Science (Russian Science Citation Index)*, *Scopus*, *Mathematical Reviews*, *Zentralblatt MATH*, *Ulrich's Periodicals Directory*, *РИНЦ*, *EBSCOhost (Philosopher's Index with Full Text)*

Журнал включен в Перечень российских рецензируемых научных журналов, рекомендованных ВАК, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученых степеней доктора и кандидата наук (группа научных специальностей «09.00.00 – философские науки»)

Подписной индекс каталога Почты России — ПН145

Публикуемые материалы прошли процедуру рецензирования и экспертного отбора

Адрес редакции: Российская Федерация, 109240, г. Москва, ул. Гончарная, д. 12, стр. 1, оф. 426
Тел.: +7 (495) 697-96-65; **e-mail:** `logicalinvestigations@gmail.com`

Сайт: `https://logicalinvestigations.ru`

TABLE OF CONTENTS

В НОМЕРЕ

Валерий Сергеевич
МЕСЬКОВ
(16.10.1947–03.12.2023)

3 декабря 2023 г. стало известно, что российское философское и логическое сообщество понесло еще одну тяжелую утрату в лице доктора философских наук, профессора Валерия Сергеевича Меськова.

По окончании философского факультета МГУ в 1970 г. и аспирантуры в 1973 г. он был принят на работу преподавателем кафедры логики. В круг его интересов входили эмпирические методы познания, вероятностная и индуктивная логика, применение логики для решения трудных вопросов методологии науки – систематизации научных теорий, роли мысленного эксперимента в науке, проблемы дополнительности в квантово-механических теориях. В 1991 г. В.С. Меськов защитил докторскую диссертацию на тему «Квантовая логика: логико-метатеоретические и логико-методологические проблемы», его перу принадлежит первая в СССР монография о применении логических методов в квантовой механике «Очерки по логике квантовой механики». Наступление новой компьютерной эпохи и работы в области искусственного интеллекта также не остались без его внимания. Он интересовался вопросами применения вероятностных и правдоподобных рассуждений в компьютерных системах. В.С. Меськов является автором более 150 научных работ, в том числе 13 монографий и учебно-методических пособий.

Не разрывая связей с кафедрой логики, с 1988 г. В.С. Меськов продолжил работу в структурах министерства образования, в 1993 г. был назначен на должность заместителя Председателя Государственного комитета РФ по высшему образованию, а в 1996 г. стал заместителем министра общего и профессионального образования РФ. С 1998 по 2009 г. работал в должности помощника директора по международным программам ИИТО ЮНЕСКО. Последние восемь лет В.С. Меськов работал в МПГУ, где создал и возглавлял учебно-научный центр междисциплинарных проблем образования и когнитивистики.

Все, кто знал Валерия Сергеевича Меськова и как ученого, и как человека, сохранят о нем самую добрую память.

Сотрудники сектора логики Института философии РАН

Ньютон Карнейро Аффонсо да КОСТА (16.09.1929–16.04.2024)

16 апреля 2024 г. ушел из жизни всемирно известный бразильский логик, философ и математик Ньютон Карнейро Аффонсо да Коста. Он родился в Куритибе (Бразилия) 16 сентября 1929 г., изучал математику в Федеральном университете штата Параны (Бразилия), тема его диссертации 1961 г. – «Топологические пространства и непрерывные функции».

Российским логикам да Коста был известен в первую очередь как основатель и лидер бразильской школы паранепротиворечивой логики (его габиталиционная диссертация 1963 г. была озаглавлена «Противоречивые логические системы», термин «паранепротиворечивая логика» был придуман перуанским логиком Франсиско Миро Кесада в 1975 г., которого да Коста попросил об этом). Исследования да Косты были в значительной степени инспирированы работами казанского логика Н.А. Васильева, переведенными на португальский язык в конце 60-х гг. XX в. Развивая тему паранепротиворечивости, да Коста построил паранепротиворечивую теорию множеств, паранепротиворечивую теорию категорий и паранепротиворечивый математический анализ. Помимо этого да Коста разработал теорию квазиистины, которая представляет собой обобщение теории истины Альфреда Тарского, и применил ее к основаниям науки. В сферу его научных интересов также входили теория моделей, аксиоматические основания квантовой теории, теория сложности и абстрактные логики. Он занимал пост президента Бразильской ассоциации логики и директора Института математики в Университете Сан-Паулу. Он получил множество наград и многочисленных стипендий в университетах и исследовательских центрах на всех континентах.

В сентябре 2014 г., к 85-летию да Косты, была учреждена премия Ньютона да Косты по логике (`https://www.uni-log.org/newton-da-costa-prize.html`), а к его 90-летию в Рио-де-Жанейро (Бразилия) состоялся конгресс в его честь (`https://sites.google.com/view/creativity2019/`).

Сотрудники сектора логики Института философии РАН

Владимир Михайлович
ПОПОВ
(25.07.1951–10.05.2024)

10 мая 2024 г. скоропостижно ушел из жизни наш коллега Владимир Михайлович Попов, кандидат философских наук, доцент кафедры логики философского факультета МГУ.

По окончании философского факультета МГУ в 1974 г. и аспирантуры в 1978 г. В.М. Попов долгое время работал преподавателем в Тверском государственном университете. В 2000 г. он был принят на работу на кафедру логики философского факультета МГУ на должность доцента, где и трудился до самого последнего времени. В 1979 г. им была защищена кандидатская диссертация на тему «Логический анализ релевантных систем».

Основной круг интересов В.М. Попова был так или иначе связан с проблемами теории доказательств в неклассических логиках. В.М. Попов доказал разрешимость ряда силлогистических, релевантных, паранепротиворечивых и параполных систем. Ему принадлежит заслуга открытия для логического сообщества работ И.Е. Орлова, построившего еще в 1928 г. исторически первую систему релевантной логики.

Результаты, полученные В.М. Поповым, были отражены в многочисленных докладах на научных конференциях и публикациях в отечественных и зарубежных журналах по логике. На кафедре логики В.М. Попов читал специально им разработанные курсы по символической логике для студентов и аспирантов. Под его руководством были защищены две кандидатские диссертации.

Владимир Михайлович останется в нашей памяти и как высокопрофессиональный логик, и как человек, у которого всегда было чему поучиться и с которым было действительно интересно общаться.

Сотрудники сектора логики Института философии РАН

Логические исследования
2024. Т. 30. № 1. С. 11–26
УДК 162

Logical Investigations
2024, Vol. 30, No. 1, pp. 11–26
DOI: 10.21146/2074-1472-2024-30-1-11-26

Символическая логика
Symbolic Logic

Д.В. Зайцев

Рассуждения по модулю I. Логика невыводимости*

Дмитрий Владимирович Зайцев
Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова.
Российская Федерация, 119991, г. Москва, Ломоносовский пр-т, д. 27, корп. 4.
E-mail: zaitsev@philos.msu.ru

Аннотация: Целью данной работы является обеспечение возможности формализации одного из вариантов рассуждений по модулю, в котором заключение следует из множества посылок и множества дополнительных условий (модуля), но не следует из этих множеств по отдельности. Будучи построена, такая логика, во-первых, позволит описать важные типы правдоподобных аргументативных рассуждений, во-вторых, представляет собой интересный пример немонотонной логики.
Для решения поставленной задачи предлагается на первом этапе формализовать отношение невыводимости между множеством посылок и заключением в виде системы своеобразных невыводимостей. В статье сначала семантически характеризуется такая логика. Затем строится соответствующее исчисление и доказывается его семантическая адекватность. Получившаяся система обладает рядом интересных свойств. В ней больше нет стандартных парадоксов следования, но их заменили новые парадоксы: «противоречие следует из любой выполнимой формулы», «закон не следует не из чего». Для аксиматизации потребовалось существенно модифицировать понятие подстановки формулы на место переменной так, чтобы сохранить невыводимость.
Дальнейшие перспективы работы в этом направлении связаны с построением семейства логик, в которых комплексное отношение выводимости будет включать невыводимость как свою составную часть.

Ключевые слова: рассуждения по модулю, невыводимость, немонотонность, формальная аргументация

Для цитирования: *Зайцев Д.В.* Рассуждения по модулю I. Логика невыводимости // Логические исследования / Logical Investigations. 2024. Т. 30. № 1. С. 11–26. DOI: 10.21146/2074-1472-2024-30-1-11-26

* Исследование поддержано РНФ, проект № 20-18-00158 «Формальная философия аргументации и комплексная методология поиска и отбора решений спора», реализуемый в Санкт-Петербургском государственном университете. Автор выражает благодарность рецензенту за внимательное прочтение работы и полезные советы.

1. Введение. Мотивация

Несколько лет назад, в работе [Зайцев, Беликов, 2020] был анонсирован новый подход к формализации аргументативных рассуждений. В основу этого подхода авторы положили так называемое «рассуждение по модулю» – особый тип модифицируемых рассуждений, в которых заключение следует из множества посылок при условии принятия определенных дополнительных условий (допущений, соглашений и т.п.). Идея подобного рода рассуждений встречается в литературе, а сами формализмы известны также как рассуждения на основе допущений или предпосылок (assumption-based argumentation). Укажу лишь наиболее важные источники: [Gärdenfors, Makinson, 1994; Makinson, 2003; Toni, 2014; Borg, 2020].

В упомянутой выше работе [Зайцев, Беликов, 2020] представлен особый оригинальный вариант таких рассуждений: заключение следует из посылок с использованием дополнительных условий, е.т.е. заключение классически следует из посылок и дополнительного условия («модуля»), но не следует из посылок и модуля по отдельности.

В качестве примера рассмотрим хорошо известное рассуждение по схеме Modus Ponenes: $p \supset q \vDash_p q$. Заключение, совпадающее с консеквентом импликативной формулы, нельзя получить ни из импликативной посылки, ни из антецедента импликации по отдельности, для этого требуются обе посылки.

В общем виде семантически отношение следования по модулю определяется следующим образом.

Определение 1. $\Gamma \vDash_\Delta T \Leftrightarrow \Gamma, \Delta \vDash T$, и $\Gamma \nvDash T$, и $\Delta \nvDash T$.

Интересная особенность отношения следования по модулю состоит в том, что оно является немонотонным. Вернемся к примеру с Modus Ponens: расширение множества посылок за счет включения в него антецедента импликации, как и расширение множества допущений («модуля») включением в него самой импликативной формулы, явным образом нарушают условия определяющей части и, таким образом, препятствуют получению $p \supset q, p \vDash_p q$ и $p \supset q \vDash_{p,\ p \supset q} q$.

Несмотря на то, что приведенное определение следования по модулю является достаточно прозрачным с семантической точки зрения, очевидная проблема с его формальной экспликацией состоит в отсутствии стандартной формализации отношения невыводимости, соответствующего неследованию (условимся далее называть это отношение «н-выводимостью» и обозначать символом $\mid\!\sim$, используя при необходимости символ $\mid\!\approx$ для неследования).

Таким образом, описанный подход содержит в себе своеобразный двойной вызов для исследователя, решившего ему следовать: во-первых, необходимо формализовать отношение невыводимости, во-вторых, найти адекватную экспликацию отношения следования по модулю в виде соответствующего исчисления. Нижеследующая статья открывает цикл работ по исследованию отношения следования по модулю и будет посвящена преимущественно построению логики невыводимости. В случае успешного решения этой проблемы появляется возможность двигаться следующим способом: (I) представить отношение $\Gamma \vdash_\Delta A$ как сокращение для $\Gamma, \Delta \vdash A$ и $\Gamma \mid\!\sim A$ и $\Delta \mid\!\sim A$. Альтернативный вариант (II) состоит в том, чтобы непосредственно аксиоматизировать трехместное отношение выводимости. В данной статье я исследую возможность осуществления первого варианта, стремясь обеспечить базис для его реализации в виде исчисления невыводимости. Само по себе построение формальной системы, эксплицирующей понятие невыводимости, уже представляет собой крайне интересную творческую задачу.

Общий план работы таков. В следующем параграфе акцент будет сделан на семантических свойствах неследования, существенно влияющих на способ аксиоматизации. В разделе 3 строится исчисление невыводимостей, а в следующем за ним доказывается семантическая адекватность построенного исчисления. В 5-м разделе обсуждается возможность формализации логики с ограниченной (так называемой рациональной) немонотонностью. Заключение традиционно подводит итоги исследования и намечает дальнейшие направления работы.

2. Неследование, семантические соображения

Будем исходить из следующих предпосылок: во-первых, речь пойдет о классической логике, во-вторых, отношение неследования (и, далее, невыводимости) задается между конечным множеством формул (посылок) и формулой (заключением), в-третьих, ограничим рассмотрение пропозициональной логикой.

Язык $\mathcal{L}$ задается обычным образом: $A ::= p|\neg A|A \wedge A|A \vee A$.

Условия истинности для формул стандартные.

Определение 2.

(1) $v(A \wedge B) = \textbf{и} \Leftrightarrow v(A) = v(B) = \textbf{и}$,

$v(A \wedge B) = \textbf{л} \Leftrightarrow v(A) = \textbf{л}$ *или* $v(B) = \textbf{л}$;

(2) $v(A \vee B) = \textbf{и} \Leftrightarrow v(A) = \textbf{и}$ *или* $v(B) = \textbf{и}$,

$v(A \vee B) = \textbf{л} \Leftrightarrow v(A) = v(B) = \textbf{л}$;

(3) $v(\neg A) = $ **и** $\Leftrightarrow v(A) = $ **л**,
$v(\neg A) = $ **л** $\Leftrightarrow v(A) = $ **и**.

Отношение неследования (далее – н-следования для избегания парадоксальных интерпретаций) представляет собой в точности отсутствие классического отношения следования: из множества Γ не следует заключение A, если существует приписывание, при котором все формулы из Γ истинны, а формула A ложна.

Определение 3. $\Gamma \mathrel{|\!\!\approx} A \Leftrightarrow \exists v.\forall C \in \Gamma.v(C) = $ **и** *и* $v(A) = $ **л**.

С семантической точки зрения построение логики отбрасывания следований не вызывает особых затруднений, но ведет к интересным наблюдениям и непривычным заключениям. В силу этого представляется оправданным последовать примеру старомодных статей по логике и привести список некоторых валидных и невалидных утверждений о н-следовании.

Например, следующие, весьма странные, на первый взгляд, утверждения о неследовании будут валидны:

$p \mathrel{|\!\!\approx} q$; $p \mathrel{|\!\!\approx} \neg p$; $p \mathrel{|\!\!\approx} \neg q \wedge q$; $p \mathrel{|\!\!\approx} p \wedge q$; $p \vee q \mathrel{|\!\!\approx} p$; $p \vee \neg p \mathrel{|\!\!\approx} q$.

При этом также очевидно, что утверждения, получаемые из приведенных выше стандартной подстановкой (формул вместо пропозициональных переменных), уже не будут верны:

$p \mathrel{|\!\!\approx} p$; $p \wedge q \mathrel{|\!\!\approx} p$; $p \wedge \neg p \mathrel{|\!\!\approx} q$; $p \mathrel{|\!\!\approx} q \vee \neg q$.

Кроме того, не действуют ни в какой форме принципы рефлексивности и транзитивности. Зато очевидно верна контрапозиция. Пусть из формулы A н-следует формула B, то есть существует приписывание, при котором формула A истинна, а формула B ложна. Тогда при этом же приписывании формула $\neg B$ истинна, а формула $\neg A$ – ложна, то есть из $\neg B$ н-следует $\neg A$.

Первое и достаточно очевидное обобщение этих наблюдений состоит в том, что в развиваемой пока семантически логике больше нет стандартных парадоксов следования. Зато на смену им появляются свои парадоксы: «противоречие следует из любого неложного высказывания – contradictio sequitur ex aliqua non falsa propositio», «закон не следует не из чего – nihil ex quo veritas», «из закона следует любое опровержимое высказывание».

Уместно отметить, что отношение неследования является немонотонным: например, $p \mathrel{|\!\!\approx} q$, но неверно, что $p, q \mathrel{|\!\!\approx} q$.

Также очевидно, что при построении соответствующего исчисления необходимо будет, во-первых, явным образом использовать правило подстановки, и, во-вторых, модифицировать его так, чтобы избежать нежелательных следствий.

3. Исчисление н-выводимостей. Логика LUd

Аксиоматизация системы н-выводимостей **LUd** (***Logic of Undeducibility***) содержит следующие (недедуктивные) постулаты.

LUd

$(u1)\ p \mid\!\sim \neg p$ $(u2)\ p \mid\!\sim q$

$(u3)\ p \wedge q \mid\!\sim \neg p$ $(u4)\ p \wedge q \mid\!\sim \neg q$

$(u5)\ p, q \mid\!\sim \neg(p \wedge q)$ $(u6)\ p \mid\!\sim q \wedge \neg q$

$(u7)\ p \vee q \mid\!\sim \neg p$ $(u8)\ p \vee q \mid\!\sim \neg q$

$(u9)\ p \vee q \mid\!\sim p$ $(u10)\ p \vee q \mid\!\sim q$

$(ur1)\dfrac{\Gamma \mid\!\sim \neg\neg A}{\Gamma \mid\!\sim A}$ $(ur2)\ \dfrac{\Gamma \mid\!\sim A}{\Gamma \mid\!\sim \neg\neg A}$

$(ur3)\dfrac{\Gamma \mid\!\sim A \vee A}{\Gamma \mid\!\sim A}$ $(ur4)\ \dfrac{\Gamma \mid\!\sim A}{\Gamma \mid\!\sim A \vee A}$

$(ur5)\dfrac{\Gamma \mid\!\sim A, \quad \Gamma \mid\!\sim B}{\Gamma \mid\!\sim A \wedge B}$ $(ur6)\ \dfrac{\Gamma, \Delta \mid\!\sim A}{\Gamma \mid\!\sim A}$

$(ur7)\dfrac{\Gamma \mid\!\sim \neg(A \wedge B)}{\Gamma \mid\!\sim \neg A \vee \neg B}$ $(ur8)\ \dfrac{\Gamma \mid\!\sim \neg A \vee \neg B}{\Gamma \mid\!\sim \neg(A \wedge B)}$

$(ur9)\dfrac{\Gamma \mid\!\sim \neg(A \vee B)}{\Gamma \mid\!\sim \neg A \wedge \neg B}$ $(ur10)\ \dfrac{\Gamma \mid\!\sim \neg A \wedge \neg B}{\Gamma \mid\!\sim \neg(A \vee B)}$

$(ur11)\ \dfrac{\Gamma, A, A \mid\!\sim B}{\Gamma, A \mid\!\sim B}$ $(ur12)\ \dfrac{\Gamma, A, B \mid\!\sim C}{\Gamma, B, A \mid\!\sim C}$

$(ur13)\ \dfrac{\Gamma \mid\!\sim A \vee (B \wedge C)}{\Gamma \mid\!\sim (A \vee B) \wedge (A \vee C)}$ $(ur14)\ \dfrac{A \mid\!\sim B}{\neg B \mid\!\sim \neg A}$

$(ur15)\ \dfrac{\Gamma \mid\!\sim A}{\Gamma^* \mid\!\sim A^*}$, где Γ^*, A^* – результат правильной подстановки.

Определение 4.
(Параллельная) подстановка формулы B вместо всех вхождений переменной p в формулы из Γ и формулу A называется правильной, если выполняются следующие условия:

1. Конъюнкция формул из Γ^* приводима к СДНФ;

2. Формула A^* приводима к СКНФ;

3. Существует элементарная конъюнкция в составе СДНФ формул из Γ^* и элементарная дизъюнкция в составе СКНФ A^*, не имеющие общего члена.

Смысл введенных ограничений на применение правила подстановки состоит в избежании получения невалидных н-выводимостей. Другими словами, нельзя допустить, чтобы в результате подстановки отношение невыводимости заменилось на отношение классической выводимости – подстановка должна сохранять н-выводимость. Все верифицируемые в классической логике утверждения о выводимости можно разделить на две группы: парадоксальные утверждения о выводимости типа $p \wedge \neg p \vdash q$ и $p \vdash q \vee \neg q$ и релевантные выводимости, соответствующие критерию тавтологического следования, как, например, $p \vdash p$ и $p \wedge q \vdash p$. Условия 1 и 2 предохраняют от парадоксов следования, поскольку СДНФ существует только для выполнимых формул, а СКНФ – для опровержимых. В свою очередь условие 3 является отрицанием критерия тавтологического следования (см. [Anderson, Belnap, 1975]), что позволяет отбраковывать релевантные (непарадоксальные) выводимости.

В приведенной аксиоматизации, по сути дела, правила $ur1 - ur4, ur7 - ur10$ можно было бы заменить универсальным правилом: если $\Gamma \mid\!\sim A$ и $A \dashv\vdash B$ (в классическом смысле), то $\Gamma \mid\!\sim B$.

Интересно отметить, что правило $ur6$, двойственное утончению, заменяет его в аксиоматизации н-выводимости.

Приведем обоснование двух полезных выводимостей.

$t1$ $\neg p \mid\!\sim p \wedge q$

1.	$p \mid\!\sim \neg p$	$(u1)$
2.	$\neg p \mid\!\sim \neg\neg p$	подстановка:1
3.	$\neg p \mid\!\sim p$	$(ur1)$:2
4.	$p \mid\!\sim q$	$(u2)$
5.	$\neg p \mid\!\sim q$	подстановка:4
6.	$\neg p \mid\!\sim p \wedge q$	$(ur5)$:3, 5

$t2$ $\neg(p \wedge q) \mid\!\sim p$

1.	$\neg p \mid\!\sim p \wedge q$	$(t1)$
2.	$\neg(p \wedge q) \mid\!\sim \neg\neg p$	$(ur14)$:1
3.	$\neg(p \wedge q) \mid\!\sim p$	$(ur1)$:2

4. Семантическая адекватность

Демонстрация семантической непротиворечивости (корректности) не представляет большого труда. Рассмотрим несколько примеров. Сохранность н-следования для выводимостей $u1 - u10$ очевидна на основании Определений 2 и 3.

$\Rightarrow$ ($u3$) Предположим, $v(p \wedge q) =$ **и**. Следовательно, $v(p) =$ **и** и $v(\neg p) =$ **л**.

Примерно также обстоит дело с правилами $ur1 - ur14$.

$\Rightarrow$ ($ur1$) Предположим, $\Gamma \not\approx A$, то есть $\exists v.\forall C \in \Gamma.v(C) =$ **и** *и* $v(A) =$ **л**. Следовательно, $v(\neg\neg A) =$ **л**, и $\Gamma \not\approx \neg\neg A$.

Для верификации правила $ur15$ достаточно допустить, что $\Gamma \not\approx A$ и неверно, что $\Gamma^* \not\approx A^*$. В силу условий 1 и 2 из определения правильной подстановки второе допущение означает, что между Γ^* и A^* наличествует отношение непарадоксальной выводимости. Но такое отношение должно удовлетворять критерию тавтологического следования, что противоречит условию 3.

Для доказательства полноты будет использован модифицированный метод Генкина, применяемый при аксиоматизации исчислений выводимости. Предположим, $\Gamma \not\approx A$ и неверно, что $\Gamma \not\sim A$. Далее, задав каноническую оценку в терминах теорий и используя аналог Леммы Линденбаума, приходим к противоречию.

В случае системы классических выводимостей доказательство полноты по сути означает установление соответствия $\Gamma \vdash A \Leftrightarrow \forall\alpha.\ \Gamma \subseteq \alpha \Rightarrow A \in \alpha$, где α – классическая (нормальная) теория. Импликация слева направо – это условие замкнутости относительно выводимости, которое постулируется для классических теорий, а импликация справа налево равносильна формулировке Леммы Линденбаума: $\Gamma \nvdash A \Rightarrow \exists\alpha.\ \Gamma \subseteq \alpha$ *и* $A \notin \alpha$.

В случае н-выводимости логики **LUd** искомое соответствие должно иметь вид $\Gamma \not\sim A \Leftrightarrow \exists\alpha.\ \Gamma \subseteq \alpha$ *и* $A \notin \alpha$. Соответствующие изменения претерпевают и свойство замкнутости теорий, и формулировка леммы, замещающей Лемму Линденбаума.

Итак, пусть теория α удовлетворяет свойству нормальности:

(1) $\neg A \in \alpha \Leftrightarrow A \notin \alpha$ и дополнительно свойствам,

(2) $(\Gamma \subseteq \alpha \Rightarrow A \in \alpha) \Rightarrow \Gamma \not\not\sim A$ и

(3) $\Gamma \subseteq \alpha \Rightarrow \Gamma \not\sim A$ или $\Gamma \not\sim \neg A$.

Последнее свойство нужно для доказательства леммы, замещающей Лемму Линденбаума. Его принятие представляется вполне очевидным. Наличие теории, которой принадлежит Γ, в семантической терминологии означает наличие приписывания, при котором все формулы из Γ истинны. Принимая во внимание трактовку н-выводимости (и н-следования) как отсутствие классической выводимости (и классического следования), становится очевидно, что при этом приписывании для произвольной формулы A будет верно, что ложна она или ее отрицание.

Лемма 1. *Пусть α – теория, удовлетворяющая свойствам (1),(2) и (3), и пусть каноническая оценка v_c задана следующим образом:*
$v_c(p) = \textbf{\textit{и}} \Leftrightarrow p \in \alpha$ *и*
$v_c(p) = \textbf{\textit{л}} \Leftrightarrow \neg p \in \alpha.$
Тогда каноническая оценка удовлетворяет Определению 2 для произвольной формулы.

Доказательство. Используется стандартный метод доказательства леммы о канонической оценке. Ограничимся рассмотрением негативных и конъюнктивных формул, поскольку дизъюнкция выразима обычным образом через конъюнкцию и отрицание.

$A ::= \neg B$

Начнем со случая истинности.

$v_c(\neg B) = \textbf{и} \Leftrightarrow v_c(B) = \textbf{л}$	по Определению 2
$v_c(B) = \textbf{л} \Leftrightarrow \neg B \in \alpha$	по индуктивному допущению

Случай ложности.

$v_c(\neg B) = \textbf{л} \Leftrightarrow v_c(B) = \textbf{и}$	по Определению 2
$v_c(B) = \textbf{и} \Leftrightarrow B \in \alpha$	по индуктивному допущению
$B \in \alpha \Leftrightarrow \neg B \notin \alpha$	по свойству (1) теории
$\neg B \notin \alpha \Leftrightarrow \neg\neg B \in \alpha$	по свойству (1) теории

$A ::= B \wedge C$

Рассмотрим случай истинности.

$\Rightarrow$

$v_c(B \wedge C) = \textbf{и} \Leftrightarrow v_c(B) = v_c(C) = \textbf{и}$	по Определению 2
$B \in \alpha$ и $C \in \alpha$	по индуктивному допущению
$B \in \alpha$ и $C \in \alpha \Rightarrow \{B, C\} \subseteq \alpha$	по определению множества
$B \wedge C \notin \alpha$	допущение от противного
$\neg(B \wedge C) \in \alpha$	по свойству (1) теории
$\{B, C\} \subseteq \alpha \Rightarrow \neg(B \wedge C) \in \alpha$	введение импликации
$B, C \mid\!\approx \neg(B \wedge C)$	по свойству теории (2)
	Противоречие с ($и5$)

$\Leftarrow$

$B \wedge C \in \alpha$	допущение
$B \notin \alpha$ или $C \notin \alpha$	допущение от противного
$B \notin \alpha$	допущение
$\neg B \in \alpha$	по свойству теории (1)
$B \wedge C \subseteq \alpha \Rightarrow \neg B \in \alpha$	введение импликации
$B \wedge C \mid\!\nsim \neg B$	по свойству теории (2)
	Противоречие с $(u3)$
Аналогично для случая $C \notin \alpha$	Противоречие с $(u4)$

Доказательство для случая ложности получается следующим образом.
$\Rightarrow$

$v_c(B \wedge C) = \textbf{л} \Leftrightarrow v_c(B) = \textbf{л}$ или $v_c(C) = \textbf{л}$	по Определению 2
$v_c(B) = \textbf{л}$	допущение
$\neg B \in \alpha$	по индуктивному допущению
$\neg(B \wedge C) \notin \alpha$	допущение от противного
$B \wedge C \in \alpha$	по свойству (1) теории
$\neg B \in \alpha \Rightarrow B \wedge C \in \alpha$	введение импликации
$\neg B \mid\!\nsim B \wedge C$	по свойству теории (2)
	Противоречие с $(t1)$

Аналогично для случая $v_c(C) = \textbf{л}$

$\Leftarrow$

$\neg(B \wedge C) \in \alpha$	допущение
$B \in \alpha$	допущение от противного
$\neg(B \wedge C) \subseteq \alpha \Rightarrow B \in \alpha$	введение импликации
$\neg(B \wedge C) \mid\!\nsim B$	по свойству теории (2)
	Противоречие с $(t2)$
$B \notin \alpha$	введение отрицания
$\neg B \in \alpha$	по свойству теории (1)
$v_c(B) = \textbf{л}$	по индуктивному допущению
$v_c(B \wedge C) = \textbf{л}$	по Определению 2

■

Теперь перейдем к лемме, замещающей Лемму Линденбаума (Lindenbaum Lemma Stand-in – **LLS**)

Лемма 2 (LLS). *Пусть* $\Gamma \mid\!\nsim A$, *тогда для всякой теории* α *будет верно* $\Gamma \subseteq \alpha \Rightarrow A \in \alpha$.

Доказательство.

Примем исходные допущения: пусть

1. $\Gamma \not\mathrel{|\!\sim} A$,
2. $\Gamma \subseteq \alpha$ и
3. $A \notin \alpha$.

$\Gamma \mathrel{|\!\sim} \neg A$, из 1. и 2. по свойству (3).
Из 3. по свойству (1) получаем $\neg A \in \alpha$.
Соответственно, на основании классической выводимости будет иметь место $\Gamma \subseteq \alpha \Rightarrow \neg A \in \alpha$.
Отсюда по свойству (2), применяя исключение импликации, получаем $\Gamma \not\mathrel{|\!\sim} \neg A$.
Таким образом, имеет место противоречие, что позволяет отрицать последнее допущение 3. – $A \in \alpha$.
Введение импликации и последующее введение квантора общности позволяют получить $\forall\alpha(\Gamma \subseteq \alpha \Rightarrow A \in \alpha)$. ■

Теорема 1 (Семантическая полнота). *Для любых* $\Gamma, A \in \mathcal{L} : \Gamma \mathrel{|\!\approx} A \Rightarrow \Gamma \mathrel{|\!\sim} A$.

Доказательство. Построим рассуждение по контрапозиции.

1.	$\Gamma \not\mathrel{|\!\sim} A$	допущение
2.	$\forall\alpha(\Gamma \subseteq \alpha \Rightarrow A \in \alpha)$	из 1. по лемме 2
3.	$\Gamma \subseteq \alpha \Rightarrow A \in \alpha$	из 2. удалением $\forall$
4.	$\forall C \in \Gamma . v_c(C) = \textbf{и} \Rightarrow v_c(A) = \textbf{и}$	из 3. по определению канонической оценки
5.	$\forall v(\forall C \in \Gamma . v(C) = \textbf{и} \Rightarrow v(A) = \textbf{и})$	из 4. введением $\forall$
6.	$\Gamma \not\mathrel{|\!\approx} A$	из 5. на основании определения 3

■

5. Рассуждения по модулю и рациональная монотонность

К немонотонной логике можно идти различными путями, построение логики рассуждений по модулю – это далеко не единственная возможность. Более традиционный путь лежит через ограничение свойства монотонности. Наиболее сильный вариант такого ограничения, так называемая рациональная монотонность (Rational Monotony, см. например: [Strasser, Antonelli, 2019]), предполагает, что расширение множества посылок возможно только при соблюдении определенного условия, обеспечивающего непротиворечивость такого расширения. При этом в самой формулировке этого свойства явным образом присутствует невыводимость:

$$\frac{\Gamma \Vdash B \text{ и } \Gamma \nVdash \neg A}{\Gamma, A \Vdash B},$$

где $\Vdash$ – особое отношение модифицируемой выводимости, часто называемое супра-выводимостью, «над-выводимостью».

Применительно к построенной логике н-выводимости, свойство рациональной монотонности можно было бы несколько модифицировать, сохранив его смысл. Для этого сначала введем отношение супра-выводимости следующим образом:

Определение 5. $\Gamma \Vdash A \Leftrightarrow \Gamma \vdash A$ и $\Gamma \mid\!\sim \neg A$, где $\vdash$ отношение классической выводимости.

Очевидно, что множество посылок обоснованной супра-выводимости должно быть классически непротиворечивым.

Теперь свойство модифицированной рациональной монотонности можно сформулировать следующим образом:

$$\frac{\Gamma \Vdash B \text{ и } \Gamma, A \mid\!\sim \neg B}{\Gamma, A \Vdash B}.$$

Обоснование этого свойства вытекает из определения супра-выводимости. $\Gamma \Vdash B$ означает, что из Γ классически выводимо B и, следовательно, $\Gamma, A \vdash B$. В сочетании со второй посылкой это обеспечивает утверждение о супра-выводимости в заключении. С семантической точки зрения присутствие утверждения о невыводимости (неследовании) в определяющей части минимально меняет определение следования:

Определение 6. $\Gamma \mid\models A \Leftrightarrow \forall v(\forall C \in \Gamma . v(C) = \textbf{и} \Rightarrow v(A) = \textbf{и})$ *и* $\exists v . \forall C \in \Gamma . v(C) = \textbf{и}$.

Как показывают Определения 5 и 6, предположительная логика ограниченной монотонности будет очень близка к классической. Важными отличиями станут отсутствие утончения (его заменит рациональная монотонность), контрапозиции, при сохранении законов ДеМоргана, и принципа «из противоречия следует что угодно» при сохранении прямого удаления дизъюнкции.

Последние две особенности выглядят непривычно. Обычно контрапозиция оказывается допустимым правилом в присутствии законов ДеМоргана, в данном случае этого не происходит. Точно так же в классическом случае «из противоречия следует что угодно» и прямое удаление дизъюнкции равносильны, но не в этот раз. Это объясняется тем, что для получения парадоксального следствия из противоречия с использованием удаления дизьюнкции необходим принцип исключения конъюнкции, однако в логике ограниченной монотонности этот принцип в виде схемы выводимости не проходит. Из $A \wedge \neg A$ не только не следует произвольная формула, из противоречия не следует ничего, даже A. Таким образом, насколько мне известно, предполагаемая логика ограниченной монотонности может стать первой формальной теорией, в которой принцип прямого удаления дизъюнкции отделяется от принципа «из противоречия следует что угодно» и тем самым «восстанавливается в правах» как схема вполне корректного, надежного рассуждения.

6. Заключение

Целью данной работы было обеспечить возможность эффективной формальной экспликации отношения выводимости по модулю на основе классической выводимости и невыводимости. Для этого нужно было построить систему невыводимости. Этот, казалось бы, промежуточный результат важен по целому ряду причин.

Во-первых, построенная логика невыводимости служит основой для формализации рассуждений по модулю. Это делает возможным реализацию заявленного во введении способа I представить отношение выводимости по модулю как сокращение для трех утверждений о выводимости:

Определение 7. $\Gamma \vdash_\Delta A \Leftrightarrow \Gamma, \Delta \vdash A$, и $\Gamma \mathrel{|\!\!\sim} A$, и $\Delta \mathrel{|\!\!\sim} A$.

По сути дела, в соответствии с приведенным определением и учитывая предложенную аксиоматизацию исчисления **LUd**, далее необходимо сформулировать систему классических выводимостей по принципу «множество–формула», формализующую отношение выводимости между множеством формул-посылок и формулой-заключением. Хорошо известна и тщательно изучена система **FDE**, аксиоматизирующая первоуровневое непарадоксальное (релевантное) отношение выводимости. Также хорошо известно, что добавление к постулатам этой системы парадоксальной выводимости («из противоречия следует что угодно» или принципа прямого исключения дизъюнкции, известного как дизьюнктивный силлогизм, и т.п.) ведет к системе классических выводимостей. Все это верно для выводимостей, построенных по принципу «формула–формула». Традиционно классическая логика строится как аксиоматическое исчисление, формулировка системы выводимостей «множество–формула» обычно не рассматривается. В качестве примера такой системы можно взять логику, построенную в работе [Shramko et al., 2017] под названием **VCL**.

Таким образом, в соответствии с Определением 7, наличие классической выводимости из множества посылок и модуля обеспечивается в соответствии с постулатами системы **VCL**, а за невыводимость отвечает система **LUd**. Задача точной характеристики множества корректных выводимостей вида $\Gamma \vdash_\Delta A$ будет рассмотрена в следующей статье цикла.

Во-вторых, логика невыводимости сама по себе – важный объект исследования, она позволяет отбрасывать пары вида множество–формула, в которых из множества посылок не выводимо (в классическом смысле) заключение. Другими словами, это своеобразная логика фальсификации выводимостей. Интересно было бы рассмотреть варианты систем невыводимости для других, неклассических логик.

В-третьих, как было показано в предыдущем разделе, построенная система может быть использована для формализации немонотонного отношения выводимости. Очевидная и самая большая трудность в формализации модифицируемой выводимости состоит в проблеме экспликации невыводимости. Как представляется, построенная в этой статье логика позволит продвинуться в этом направлении.

В следующей (ближайшей) работе этого цикла предполагается реализовать описанную во введении возможность II, то есть построить логику рассуждений по модулю как формализацию трехместного отношения выводимости и (в идеале) показать эквивалентность двух вариантов построения исчисления рассуждений по модулю.

Литература

Зайцев, Беликов, 2020 – *Зайцев Д.В., Беликов А.А.* Моделируя аргументацию: оценки и рассуждения // Вестник Томского государственного университета. Философия. Социология. Политология. 2020. Т. 57. С. 13–24.

Anderson, Belnap, 1975 – *Anderson A.R., Belnap N.D.* Entailment. The Logic of Relevance and Necessity, Vol. 1. Princeton, NJ: Princeton University Press, 1975. 543 p.

Borg, 2020 – *Borg A.* Assumptive sequent-based argumentation // IfCoLog Journal of Logics and their Applications. 2020. Vol. 7. № 3. P. 227–294.

Gärdenfors, Makinson, 1994 – *Gärdenfors P., Makinson D.* Nonmonotonic inference based on expectations // Artificial Intelligence. 1994. Vol. 65. № 2. P. 197–245.

Makinson, 2003 – *Makinson D.* Bridges between classical and nonmonotonic logic // Logic Journal of IGPL. 2003. Vol. 11. № 1. P. 69–96.

Shramko et al., 2017 – *Shramko Y., Zaitsev D., Belikov A.* First-degree entailment and its relatives // Studia Logica. 2017. Vol. 105. № 6. P. 1291–1317.

Strasser, Antonelli, 2019 – *Strasser Ch., Antonelli G.A.* Non-monotonic Logic // The Stanford Encyclopedia of Philosophy (Summer 2019 Edition), Edward N. Zalta (ed.). URL: `https://plato.stanford.edu/archives/sum2019/entries/logic-nonmonotonic` (дата обращения: 10.01.2024).

Toni, 2014 – *Toni F.* A tutorial on assumption-based argumentation // Argument and Computation. 2014. Vol. 5. № 1. P. 89–117.

Dmitry V. Zaitsev

Modulo reasoning I. Logic of undeducibility

Dmitry V. Zaitsev
Lomonosov Moscow State University,
27/4 Lomonosovskiy prospect, Moscow, 119991, Russian Federation.
E-mail: `zaitsev@philos.msu.ru`

Abstract: The aim of this paper is to formalize one of the variants of modulo reasoning, in which the conclusion follows from a set of premises and a set of additional assumptions (module), but does not follow from these sets separately. Being constructed, such logic, firstly, will allow describing important types of plausible argumentative reasoning, and secondly, it is an interesting example of defeasible logic, which satisfies the criterion of Rational Monotony.

In order to support this objective, it is proposed at the first stage to formalize the relation of non-derivability between the set of premises and the conclusion in the form of a system of peculiar undeducibility. In this paper, first I semantically characterize such logic. Then the corresponding calculus is constructed and its semantic adequacy is proved.

The resulting system has a number of interesting properties. It no longer contains the standard paradoxes of entailment, but they have been replaced by new paradoxes: "contradiction follows from any feasible formula", "the law does not follow from nothing". For axiomatization, it was necessary to significantly modify the concept of substituting a formula in place of a variable so as to preserve non-derivability.

Further prospects for work in this regard are related to the construction of a family of logics in which the complex relation of derivability will include non-derivability as its component part. One of such possible presumptive logics will be intended to formalize the so called Rational Monotony.

Keywords: modulo reasoning, undeducibility, non-monotonicity, formal argumentation

For citation: Zaitsev D.V. "Rassuzhdeniya po modulyu I. Logika nevyvodimosti" [Modulo reasoning I. Logic of undeducibility], *Logicheskie Issledovaniya / Logical Investigations*, 2024, Vol. 30, No. 1, pp. 11–26. DOI: 10.21146/2074-1472-2024-30-1-11-26 (In Russian)

Acknowledgements. The research was supported by the Russian Science Foundation, project № 20-18-00158 "Formal Philosophy of Argumentation and a Comprehensive Methodology for the Search and Selection of the Dispute Resolutions", implemented at St. Petersburg State University. The author thanks the reviewer for the careful reading of the paper and useful advice.

References

Anderson, Belnap, 1975 – Anderson, A.R., Belnap, N.D. *Entailment. The Logic of Relevance and Necessity. Vol. 1.* Princeton, NJ: Princeton University Press, 1975. 543 p.

Borg, 2020 – Borg, A. “Assumptive sequent-based argumentation”, *IfCoLog Journal of Logics and their Applications*, 2020, Vol. 7, No. 3, pp. 227–294.

Gärdenfors, Makinson, 1994 – Gärdenfors, P., Makinson, D. “Nonmonotonic inference based on expectations”, *Artificial Intelligence*, 1994, Vol. 65, No. 2, pp. 197–245.

Makinson, 2003 – Makinson, D. “Bridges between classical and nonmonotonic logic”, *Logic Journal of IGPL*, 2003, Vol. 11, No. 1, pp. 69–96.

Shramko et al., 2017 – Shramko, Y., Zaitsev, D., Belikov, A. “First-degree entailment and its relatives”, *Studia Logica*, 2017, Vol. 105, No. 6, pp. 1291–1317.

Strasser, Antonelli, 2019 – Strasser, Ch., Antonelli, G.A. “Non-monotonic Logic”, *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Summer 2019 Edition), Edward N. Zalta (ed.) [`https://plato.stanford.edu/archives/sum2019/entries/logic-nonmonotonic`, accessed on 10.01.2024].

Toni, 2014 – Toni, F. “A tutorial on assumption-based argumentation”, *Argument and Computation*, 2014, Vol. 5, No. 1, pp. 89–117.

Zaitsev, Belikov, 2020 – Zaitsev, D.V., Belikov, A.A. “Modeliruya argumentatsiyu: otsenki i rassuzhdeniya” [Modelling argumentation: valuations and reasoning], *Tomsk State University Journal of Philosophy, Sociology and Political Science*, 2020, Vol. 57, pp. 13–24.

Логические исследования
2024. Т. 30. № 1. С. 27–40
УДК 16

Logical Investigations
2024, Vol. 30, No. 1, pp. 27–40
DOI: 10.21146/2074-1472-2024-30-1-27-40

Философия и логика
Philosophy and Logic

Murat Kelikli

On the structural properties of paradoxes: the distinction between formal language and natural language that comes with the use of the liar paradox

Murat Kelikli
Afyon Kocatepe University,
Ahmet Necdet Sezer Kampusu, Afyon Karahisar, 03200, Turkiye.
E-mail: kelikli@aku.edu.tr

Abstract: This study delves into the intriguing realm of paradoxes that have long fascinated philosophers and logicians throughout history. It begins by discussing the nature and purpose of paradoxes, ranging from their role in entertainment to their capacity to reveal flaws within logical systems. This work emphasizes the challenge paradoxes pose to the completeness of systems and the subsequent development of axiomatic systems that aim to eliminate paradoxes. Rather than providing definitive solutions to paradoxes, the primary aim of this study is to defend the idea that systems containing paradoxes can coexist with completeness. The focus is on categorizing paradoxes, with special attention given to the group known as liar paradoxes, including Russell's famous variation. The text demonstrates how these paradoxes are intrinsically linked to the principle of non-contradiction and argues that the truth and contradiction of propositions are both the cause and consequence of these paradoxes, presenting a dilemma within the system. The work introduces the concept of Aristotelian Sets (A-Sets) and Empty Sets as potential solutions to these paradoxes. It explores the idea that these sets, when carefully defined, can provide a meaningful representation of individual substances and predicates without violating the principle of non-contradiction. By proposing the inclusion of non-existents within a naive set theory and introducing A-Sets, this work seeks to contribute to the ongoing discourse surrounding paradoxes and their resolution. Ultimately, this study offers a fresh perspective on the handling of paradoxes, emphasizing the importance of reevaluating the foundations of formal and natural languages in the pursuit of a more comprehensive understanding of logic and philosophy.

Keywords: paradoxes, empty set, liar paradox, aristotelian sets, non-contradiction

For citation: Kelikli M. "On the structural properties of paradoxes: the distinction between formal language and natural language that comes with the use of the liar paradox", *Logicheskie Issledovaniya / Logical Investigations*, 2024, Vol. 30, No. 1, pp. 27–40. DOI: 10.21146/2074-1472-2024-30-1-27-40

1. Introduction

Throughout the history of thought, paradoxes have emerged for many purposes such as entertainment, manipulation, and revealing the problems of the system. Solutions have been sought for paradoxes and new systems have been proposed to eliminate the existence of paradoxes. The expression of paradoxes in logic and the set theory based on it has troubled the completeness of the system and axiomatic systems without paradoxes have been produced.

In this study, our aim is not to provide a solution to paradoxes. My aim is to defend the belief that a system with paradoxes can be constructed in a way that does not violate completeness. It is possible to categorise paradoxes into groups according to their structure. In this paper, I will specially consider the group of liar paradoxes. This group is especially important for our purpose since it includes Russell's paradox, which led to the search for axioms of selection in set theory.

I will show why the paradoxes given in the first section can be grouped under the liar paradox group, and I will evaluate these paradoxes under some logic systems. I will show that the reason for this group of paradoxes is related to the principle of non-contradiction. Accordingly, it will be seen that the truth of a proposition and its contradiction is the cause and consequence of the paradox. This situation appears as a dilemma of the system. However, I cannot close the subject by saying that the thing that causes the paradox does not exist, because it continues to contradict in the system that does not exist. Thus, I will show that paradoxes are a problem in a system whose definition of the empty set is designed to prove the non-existent.

In the second part, I will give a new set definition using Aristotle's theory of predication and I will try to see why the liar paradox group does not pose a problem in the system with these additions. In order to create a new empty set structure to cover the non-existent, we need to define a new set. This new set definition is a completely new definition, but since I was inspired by Aristotle's theory of predicates in arriving at this definition, I will call it the Aristotelian Set. Of course, Aristotle and his followers do not have such a definition.

I am not proposing a completely new system here, but an extension of the existing set theory into a broader system. My proposal is to extend and renew the set theory on which the existing logic systems are based. Thus, the logic systems will also adapt to it. Thus, I believe that the logic systems that will be caused by a new extended set theory will produce solutions to some problems. One of these problems is paradoxes. As I hope, paradoxes will continue to exist in this extended system, but they will appear as natural structures.

In the paper I will show that many logic systems suffer from the same error due to the lack of set theory on which they are based.

2. Liar Paradoxes

Let's evaluate the Liar paradox as given by Fowler. Liar Paradox says that Epimenides the Cretan says that all the Cretans are liars,

1. but Epimenides is himself a Cretan; therefore, he is himself a liar. But if he is a liar, what he says is untrue, and consequently, the Cretans are veracious.

2. but Epimenides is a Cretan, and therefore what he says is true; saying the Cretans are liars, Epimenides is himself a liar, and what he says is untrue.

Thus, we may go on alternately proving that Epimenides and the Cretans are truthful and untruthful [Fowler, 1869, p. 163].

In main sentence 'says' must be as 'says truth'. Because 'says' is taken as its contradiction 'does not say', which does not bring the paradox, but 'says truth' is taken as its contradiction 'does not say truth', which is met with 'says liar'. Main sentence has two propositions, according to this we can take the terms as G: 'Cretan', F: 'Say truth', L: 'to be Liar'. So, we can give the problems as:

1. $(F_x \rightarrow\ L_x) \wedge (L_x \rightarrow \sim F_x) \equiv\ F_x \rightarrow \sim F_x$,

2. $(\sim F_x \rightarrow \sim L_x) \wedge (\sim L_x \rightarrow F_x) \equiv \sim\ F_x \rightarrow\ F_x$.

We found these equivalencies forms are Hypothetical Syllogisms. If we take 1 and 2 together, $F_x \leftrightarrow \sim F_x$. This is a contradiction, but to have a contradiction is not necessarily to collapse into paradox. So, if we take 1 and 2;

$$F_x \leftrightarrow \sim F_x \ \equiv\ (F \rightarrow L_x) \wedge (L_x \rightarrow \sim F_x) \wedge (\sim F_x \rightarrow \sim L_x) \wedge \\ (\sim L_x \rightarrow \sim F_x)\ \equiv \sim F_x \wedge F_x.$$

We can see that the choice of L has no effect on the paradox. However, it is not possible to take L randomly to make sense. If L is 'red', our explanation is as follows:

1. (x says truth $\rightarrow$ x is Red) and (x is Red $\rightarrow$ x does not say truth);

2. (x does not say truth $\rightarrow$ x is not Red) and (x is not Red $\rightarrow$ x says truth).

Although this does not give a meaningful expression, it is sufficient to create a paradox. However, we cannot establish a meaningful main sentence. In the Cretan paradox, we can say that L is made contradictory with F and made meaningful. In this case, if the main clause is designed as a set and evaluated with $\sim F_x \wedge F_x$:

$$for\ x \in G, x \in F\ \wedge\ G \subset \sim F\ \therefore F \cap \sim F = \{x\},$$

but it must be $F \cap \sim F = \emptyset$. Here, there is an impossible condition in set theory. Clearly, the paradox is that $\sim F_x \wedge F_x$ must be inconsistent, and an element $F \cap \sim F \neq \emptyset$ is added to make it valid.

In this case, for an 'a' that makes F_x true, if it makes $\sim F_x$ false; for any 'b' that makes $\sim F_x$ true, if it makes F_x false, there seems to be no problem. However, if 'x' makes F_x and $\sim F_x$ true, this reveals a contradiction. Then such a thing cannot make F_x true and cannot make $\sim F_x$ true; that is, it will be false for F_x and $\sim F_x$.

If there is no such a Cretan, i.e. $G = \emptyset$, then $\forall_x (G_x \rightarrow F_x)$ and $\forall_x (G_x \rightarrow \sim F_x)$ are co-truth. Because $\forall_x (\emptyset_x \rightarrow F_x)$ then it is true and $\forall_x (\emptyset_x \rightarrow \sim F_x)$ is true. That is, it is a co-truth that a Siren sings or does not sing. Because there is no existing Siren. Therefore, x, which causes the paradox, should not exist. The solution is to introduce a structure in which x does not exist.

We can see that in the Russell Paradox. It defines the set R of all sets that are not members of themselves, and,

1. if R contains itself, then R must be a set that is not a member of itself;

2. if R does not contain itself, then R is one of the sets that is not a member of itself, and is contained in R

here, F is 'contains itself' and L, i.e. $\sim F$ is 'does not contain itself'. Thus, the element whose $F \cap \sim F \neq \emptyset$ is valid is taken as R, i.e. $R \in F$ and $R \in \sim F$. There are more similar for liar paradox as 'I say truth that, I say untruth' or 'I am lying'. Russell thought that his paradox was of a kind with the paradox of the Liar, but Sainsbury finds this view controversial. Sainsbury said that "The Liar paradox has been of the utmost importance in theories of truth" [Sainsbury, 2009, p. 123]. Sainsbury wrote simplest version for liar paradox:

L1: L1 is false.

And this has two conditional claims:

a) If L1 is true, then it is false.

b) If L1 is false, then it is true.

Sainsbury assumes that anything that false is not true and anything that is true is not false; so (a) and (b) yield:

a') If L1 is true, then it is not true.

b') If L1 is not true, then it is true.

From $A \longrightarrow \sim A \models \sim A$[1], he found that L1 is not true and L1 is not false. So, he summarized that

G: L1 is neither true nor false.

And he says that 'Is this paradoxical? Not unless we have some independent reason to suppose that L1 is either true or false'. But similarly we can find that:

a") If L1 is not false, then it is false.

b") If L1 is false, then it is not false.

From $\sim A \rightarrow A \models A$, So:

G': L1 is both true and false.

In this way, Sainsbury falls on a paradox through G and G'. However, Sainsbury tries to explain the possibility of G by giving 'neither true nor false' values of expressions such as 'question sentences, exclamation sentences'. However, by giving the values 'true and false', the effort to not fall into the paradox for the principle of non-contradiction with the G' status to be formed here reduces it to the paradox for the principle of excluded middle. If we include the fact that G and G' are true or false, wouldn't we be in paradox? This is not an escape from the paradox, but a fall to another paradox. Modal structures are close to answering us, however, if the assessment is carried out over G' and without escaping the fact that there is a proposition.

In the Kripke system, for liar paradox, we can evaluate an assessment in the direction of addressing the expression in the successor state. In wff and $M = \langle W, R, \vdash \rangle$ let be $\sim F \wedge F \not\equiv \bot$. Main sentence is $w0$, 1 is $w1$ and 2 is $w2$, such that $w0, w1, w2 \in W$.

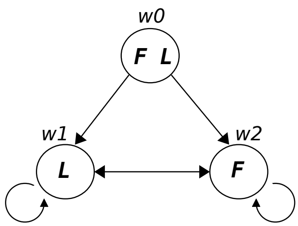


Fig. 1. Liar in the Worlds

[1] Consequentia Mirabilis.

As seen in Figure 1, it is concluded that[2]:

$w0 \vdash (\Box F_x \to \Box L_x) \wedge (\Box L_x \to \Box \sim F_x)$

$w0 \vdash \Box[(F_x \to L_x) \wedge (L_x \to \sim F_x)]$

$w1 \vdash (\Box F_x \to \Box L_x) \wedge (\Box L_x \to \Box \sim F_x)$

$w1 \vdash \Box[(F_x \to L_x) \wedge (L_x \to \sim F_x)]$

$w2 \vdash (\Box F_x \to \Box L_x) \wedge (L_x \to \sim F_x)]$

$w2 \vdash \Box[(F_x \to L_x) \wedge (L_x \to \sim F_x).$

So,

$\vdash \Box(F_x \to L_x) \wedge (L_x \to \sim F_x)]$

$\vdash \Box[(\sim F_x \to \sim L_x) \wedge (\sim L_x \to \sim F_x)]$

$\vdash \Box(F_x \leftrightarrow \sim F_x).$

In this case, in addition to the choice of F_x and L_x, we see that the established structure is the necessarily cause of the paradox. We found that structurally, above, the paradox of the structure in which we take L as 'red' is independent of the choice of expressions. In other words, $L_x \equiv \sim F_x$ is not the reason for the formation of the paradox. Taking this way made the paradox meaningful.

Therefore, paradox does not arise because of right and wrong. Paradox arises because of the truth of contradictory statements. So it is not a paradox to say that F_x is both true and false, the paradox is that F_x and $\sim F_x$ are true at the same time.

Returning to the Russel paradox, it appears that this paradox came to us as a result of the examination of the sets of Cantor. The source of both Russell and Cantor paradox is said to originate from the expression 'a set is an element of itself'. To get rid of this paradox, Zermelo received Axiom of Pairing[3].

Russell thinks that the occurrence of paradox is due to the fact that judgements try to make judgements about themselves. Accordingly, he wants to bring a solution by arguing that a proposition cannot be the predication of itself, so a set cannot be an element of itself. For this reason, for the axioms of selection, he rules that a set cannot be an element of itself. If the set containing itself as an element is the cause of the paradox;

(I) A1: Sentence A1 is false.
(II) A2: Sentence A2 is true.
(III) A3: Sentence A3 is beautiful.

Why does a paradox occur in statement I but not in statements II and III?

[2] $(\bot \to \bot) \wedge (\bot \to \bot) \equiv \top \wedge \top \equiv \top.$

[3] $\forall x (x \neq \varnothing \to \exists y \in x : y \cap x = \varnothing).$

However, the selection of the set x here prevents other expressions:

> A Cretan says that all the Cretans are smart; L2: L2 is a good sentence

more seriously

> A Cretan says that all the Cretans are honest (says truth);
> L3: L3 is true

and similarly. These expressions are meaningful, just like any other paradox. But they do not give us any paradox. The commentators saw paradoxes as defective expressions and aimed to establish reasonable general principles in which these statements were flawed.

Tarski started the semantic approach to reality by establishing meta-language. However, Tarski's approach is not entirely semantic, but also includes elements of the axiomatic approach. I see that Tarski is basically trying to adapt 'axiom of pairing' to logic by establishing a meta-language. Here we evaluate the L1 expression for an object-language w0 and meta-language w1:

> L1: L1 is false.

So,

> L1 is existing in w0.

We have to assume that w0 does not go through the truth, only L1 in w0 depending on the object-language.

So $\ulcorner L1 \urcorner$ and L1 must be in w1 and true. Now we have attributed truth value to L1. But since L1 is true, i.e. 'L1 is false' is true, so L1 does not exist in w0 and $\ulcorner\ulcorner L1 \urcorner\urcorner$ will be true in w2 (meta-language of w1) but L1 will not be included in w2. To better understand this, we have to look at the passage that Tarski used in Aristotle. In 1011b26-29:

> To say of what is that it is not, or of what is not that it is, is false, while to say of what is that it is, and of what is not that it is not, is true; so that he who says of anything that it is, or that it is not, will say either what is true or what is false; but neither what is nor what is not is said to be or not to be.

Here 'τὸ ὂν' means 'to be'. L1 is true in w1, meaning that L1 is loaded in w0, meaning 'w0 is L1'. But in w2, L1 is true in w1 and from here L1 is false w0. Thus, for w2, L1 will be both true (from w1) and false (from w0). Tarski seems to have exceeded paradox for a meta-language here, however paradox for meta-meta-language reconstructs itself. Therefore, Tarski's axiomatic approach needs to be arranged for semantic theory [Tarski, 2006, p. 63]

Tarski says that false and not true are used interchangeably. Thus 'it is true that all cats are black' simply says 'all cats are black' and 'it is not true that all cats are black' simply says 'not all cats are black'. Let us try to simplify this statement; 'A is true' says 'A' and 'A is not true' says 'non-A'. So, A is true then non-A is false and A is false then non-A is true, and vice versa.

Aristotle evaluated beings 'as true', but he did not see right and wrong as an entity. Thus, it is out of the question to attribute truth to a substance. Similarly, accident, substance, force-act cannot be predicated. It can also be said that 'set' cannot be predicated in Russell and Cantor's paradoxes. Thus, there is no set of sets. Thus, in classical set theory, the sets of forces to be taken (especially on infinite sets) are problematic, but in Aristotelian sets, predications are realised smoothly.

On the other hand, we can say that such a co-truth statement cannot be realised in assertoric statements. That is, nothing makes its contradiction true, that is, something cannot belong both to the set and to the complement of this set.

However, we can talk about something that does not belong to both the set and its complement. This allows it to be something that does not exist (at least not defined in our universal set). Thus, we can talk about this thing not belonging to this set and not belonging to its complement. For example, we say that sirens are not human and not non-human. Even in a situation where our universal set is taken as animals, we say that apples will not be in the human set and will not be in the complement of the human set.

The biggest problem in paradoxes, then, arises from the fact that we cannot define that the set of the Cretan and other self-containing sets will not exist. Because although we say that they do not exist, they continue to exist. The definition of the empty set does not allow them not to exist.

The definition of non-contradiction is the objection that something can be both A and non-A at the same time. In paradoxes, since $F \cap \sim F \neq \emptyset$, we can talk about something that is both F and non-F. In this case, we need to define such a set that its intersection with its contradiction yields nonexistence.

The problem that arises here is that the empty set is something that exists. The system is built on what exists. The inclusion of non-existents in the system leads to contradiction. For this reason, selection axioms are used to remove non-existents from the system. What we will do here will be to make arrangements in which non-existents can be taken in the naive set theory. For this, we need to introduce an additional set definition to sets.

3. Aristotelian Sets (A-Sets)

In 133a32-34 Aristotle argues that identical things have the same properties, and in 152a33-37 he states that identical things have the same accidents. However, in 152b25-29, Aristotle claims that there is a sameness for all predicates without making a distinction between accidents and attributes. In 152a33-37, Aristotle argues that identical things must share the same accidents and that things with the same accidents must be identical. Similarly, in 133a32-34, he puts forward an analogous argument based on adjectives. Then, at 152b25-29, he extends his previous explanation to its most general form.

Aristotle's principle of the indiscernibles of identicals is made explicit at 152b27-29, where it is associated with the term 'predication' [Barnes, 1977, p. 49]. Barnes argues that this term is the same one previously used by Aristotle. As a result, Barnes concludes that this law can be derived from Aristotle. In contrast, White argues that Aristotle later revises his position at 152b27-29 and expresses the concept of identity as 'A and B are identical and each is true' [White, 1971, p. 179]. Barnes also equates the claim 'z is true of x' with 'z is a property of x', which coincides with White's interpretation of Aristotle's identity. Thus, the relation between identity and predication becomes the focus of this discussion.

In this case, in accordance with Aristotle's predicate, with the opposite evaluation of being an element, 'a belongs to A'; 'A is the predicate of a'. If all predicates of 'a' are A, B, C, then $a = \{|A, B, C|\}$. For example:

$$A = B \quad for \quad A = \{a, b, c\} \quad and \quad B = \{a, b, c\}$$

$$A \approx B \quad for \quad A = \{|X, Y, Z|\} \quad and \quad B = \{|X, Y, Z|\}.$$

It can be seen that identity and equality do not entail each other. What is equal is identical, but the converse is not always true, i.e. if $A = B$ then $A \approx B$. Does saying that A and B are the same mean that 'A is B'? It can be seen that the structure Aristotle defines with predicates is not on the set to which it belongs, but on the predicates.

Let us look at how the predication 'A is B' should be realised in set theory. If the phrase 'A is B' is said, is B_A, that is $A \in B$. In this case, it becomes $B = \{a, b, c, A\}$, which gives us A_A, that is $A \in A$, because of $A = B$. In the same way, it will be $A = \{a, b, c, A, B\}$, and B will expand to $B = \{a, b, c, A, B\}$.

In this case, we need to extend our set to infinity for all subsets. So, all sets must be infinite sets. If the expression 'A is B' is associated with $A \subset B$, that is $\forall x\,(x \in A \ \rightarrow x \in B)$, then the statement 'a student of the philosophy department is a student of the university' or 'the philosophy department is a subset of the university' holds true. However, it cannot be said that 'the philosophy department is the university'. Thus, taking the expression 'A is B' as $\forall x\,(A_x \to B_x)$ is meaningless. Thus, there is no question of taking predicate as an equality. So, identity notion and Aristotle's passage in *Prior Analytics* 24b27-30 will guide us. What I understand here is that Aristotle focused on the subject while examining the predicate. Consequently, it can be said that when something is predicated of something else, it is predicated by means of the predicate of what they are predicated. Thus, it should be expressed 'every A is B as $\forall X\,(X_B \to X_A)$'. Also, as we saw from Categories 1b10, predicates as said of subject will comply with this condition and this display will be provided for all predications.

In accordance with Aristotle's predicate, with the opposite assessment of being an element, 'a belongs to A'; 'A is the predicate of a'. If all the predicates of 'a' are A, B, C, then we will show as $a = \{|A, B, C|\}$.

Definition 1. We will refer to the set of predicates attributed to an existing being as the *Aristotelian Set*, abbreviated as A-Set.

Islamic philosophers interpret Aristotle's subject-predicate relationship as 'S, P exists' rather than 'S is P'. Consequently, the statement 'S is P' is understood as 'S exists and is P'. Bäck, however, contends that Aristotle's statement should be construed as 'S exists and P is predicated of S'. Nonetheless, if there exists a P predicated of S, then S must already exist, and this predication serves as evidence of S's existence [Bäck, 2000, p. 2–3]; [Farabi, 1990, p. 46]; [Ibn Sina, 2006, p. 35].

Aristotle does not discuss absolute absence but rather presents the concept of 'non-being (μὴ ὄντος)' in 13b16-18. When X is not a being, the statements 'X is Y' and 'X is not Y' become invalid. Consequently, nothing can be predicated to X, and we have $S = \ominus$. In set theory, an empty set is defined as 'a set that contains no elements'. However, it is important to note that this empty set is not regarded as 'non-being'; there is a structural understanding associated with it. Thus:

$$\forall x(x \notin \varnothing)$$

and

$$\forall Y(\ominus \notin Y).$$

In contemporary terms, when confronted with the statement 'Socrates does not exist', we must express it as $\sim (\exists x)\,(S_x)$. Consequently, it can be asserted that S corresponds to an empty set, as there are no elements belonging to S. The concept of the empty set is defined as having everything predicated to it, yet nothing predicated of it. This aligns with Aristotle's definition of individual substance. In fact, Aristotle's individual substances align with this description. Hence, from Aristotle's perspective, there exists a shared representation of individual substances with $\varnothing$.

Definition 2. If $\exists y \forall x \sim (x_y)$, then y *does not exist* and is denoted by $\ominus$ and called as *A-empty Set*.

Note that the properties of the empty set will not apply to $\ominus$. For the empty set, the $\{\varnothing\}$ set is created and becomes $\varnothing \in \{\varnothing\}$. This indicates that the empty set exists. However, we cannot find a set of $\{\ominus\}$ for $\ominus$, which is contrary to the definition of $\ominus$.

If the general predication is taken as $\forall x\,(A_x \to B_x)$, the expression $\forall x\,(\phi_x \to B_x)$ is valid. However, we take general predication as $\forall X\,(X_B \to X_A)$, the expression $\forall X\,(X_B \to X_\ominus)$ is inconsistent. Thus, a problem that arises semantically is solved.

$\forall x\,(\phi_x \to B_x)$ is valid because, for $\forall x \in \varnothing$ then $x \in B$ statement will be $\varnothing \subset B$. Therefore, all sets predicate to $\varnothing$, ensuring that every predicate holds true for $\varnothing$. For instance, if we consider the Siren, which does not exist, both propositions, 'Every Siren is mortal' and 'Every Siren is immortal', are simultaneously true. According to Aristotle, this implies the existence of sirens, and in this context, sirens become conceivable. What I gather from this is that by embracing $\varnothing$ as a universal notation, it can be demonstrated that there must exist an individual substance to which every predicate is ascribed.

4. Conclusion

In this case, as we have seen, the inadequacy of the existing set theory and the logic systems developed accordingly is revealed. When Aristotelian sets, which will eliminate this deficiency, are combined with the existing structure and applied, we have seen that we have overcome the contradictory structure of paradoxes (which is contrary to the principle of non-contradiction). More importantly, it became clear why paradoxes are problematic in logic systems, even though they are found semantically. We have seen that this problem lies in the definition of the empty set.

This is because the contradictory P and $\sim P$ cannot be true at the same time. When "non-existent", taken as an empty set, is true for P, it makes $\sim P$ true and ensures that the contradictions are true at the same time. On the other hand, if "non-existent" is an A-empty set, P and $\sim P$ are false at the same time and act in a meaningful and systematic way that does not cause problems with the principle of non-contradiction. Therefore, set theory needs Aristotelian sets to be added to extend itself.

Aristotle gives the principle of non-contradiction as that a thing cannot be taken as belonging to both A and non-A [Aristoteles, 1831, 1005b19-20]. Thus, it would be true that what exists is A and false that it is non-A, or true that it is non-A and false that it is A. But something that does not exist can neither belong to A nor to non-A, that is, it is false to be A and false to be non-A. What the principle of non-contradiction tells us is that it is impossible for anything that exists or does not exist to be true to be A and true to be non-A.

It would be false for something that does not exist to be A and false for it to be non-A. However, it is true that A is true and non-A is true for empty sets. In other words, when empty sets are considered as non-existent, they will reveal a contradiction, and as we have seen, they are the paradox itself. Thus, the contradiction arising from the non-existence of A and non-A is eliminated. For the new A-empty sets we have defined, they will not belong to A and non-A together by nature, which does not contradict the principle of non-contradiction. In this case, it is false for a non-existent Cretan to lie or not to lie.

Since empty sets do not denote something that does not exist, they cannot act like non-existent sets, since they denote something that actually exists but is not a set, they can belong to both A and non-A together. However, non-existent sets such as Russell's set will be A-empty set ($R = \ominus$). Thus, the existence of these sets will not disturb the structure of the system.

However, paradoxes are not semantically defective sentences. These are a natural result of natural languages. This situation can be moved by accepting an axiomatic condition for algorithmic language, but it is problematic for human language processing and the connection between the two. Especially in today's artificial intelligence and Search engine, I can say that it will lead to troublesome results. Thus, examination of self-reference situations and determination of foundations are required within the framework of formal language.

It is the non-existents that give rise to paradoxes, and these are intended to be thrown out of the system with axioms. Thus, a formal language was created in which non-existents are not used and non-existents cannot be talked about. One of the main differences between natural language and formal language is that natural language allows paradoxes by talking about non-existents, which does not cause language problems. Formal language does not allow talking about non-existents and tries to get rid of paradoxes by excluding them, because paradoxes break the system.

References

Aristoteles, 1831 – Aristoteles, *Aristotelis Opera*, (I. Bekker, Ed.), apud G. Reimerum, 1831.

Barnes, 1977 – Barnes, K.T. *Aristotle on Identity and Its Problems*, Phronesis, 1977, Vol. 22/1, pp. 48–62.

Bäck, 2000 – Bäck, A.T., *Aristotle's Theory of Predication*, Brill, 2000.

Farabi, 1990 – Farabi, *Farabinin Peri Hermeneias Muhtasari*, (M. Turker-Kuyel, Trans.). Atatürk Kultur Merkezi Yayinlari, 1990.

Fowler, 1869 – Fowler, T., *The Elements of Deductive Logic*, (3rd ed.), Clarendon Press, 1869.

Ibn Sina, 2006 – Ibn Sina, *Yorum Uzerine*, (O. Turker, Trans.), Litera Yayincilik, 2006.

Sainsbury, 2009 – Sainsbury, R.M., *Paradoxes*, Cambridge University Press, 2009.

Tarski, 2006 – Tarski, A., "Truth and Proof", *Scientific American*, 1969, Vol. 220, June, pp. 63–77.

White, 1971 – White, N.P. "Aristotle on Sameness and Oneness", *The Philosophical Review*, 1971, Vol. 80/2, pp. 177–197.

О структурных свойствах парадоксов: различие между формальным языком и естественным, возникающее при использовании парадокса лжеца

Мурат Келикли
Университет Афйон Коджатепе
Ахмет Неджет Сезер Кампюс, Афйон Карахисар, 03200, Турция.
E-mail: kelikli@aku.edu.tr

Аннотация: Это исследование посвящено интригующей области парадоксов, которые издавна привлекали внимание философов и логиков на протяжении всей истории. Оно начинается с обсуждения природы и назначения парадоксов, от их развлекательной роли и до способности выявлять недостатки в логических системах. В этой работе подчеркивается сложность, которую парадоксы представляют для полноты систем и последующего развития аксиоматических систем, направленных на устранение парадоксов. Вместо того, чтобы предлагать окончательные решения парадоксов, основная цель данного исследования – защитить идею о том, что системы, содержащие парадоксы, могут сосуществовать в полной мере. Работа фокусируется на классификации парадоксов, причем особое внимание уделяется группе, известной как парадоксы лжеца, включая знаменитую вариацию Рассела. В тексте демонстрируется, как эти парадоксы неразрывно связаны с принципом непротиворечия, и утверждается, что истинность и противоречивость утверждений являются одновременно причиной и следствием этих парадоксов, представляя собой дилемму внутри системы. В работе вводится концепция аристотелевых множеств (А-множеств) и пустых множеств как потенциальных решений этих парадоксов. В ней исследуется идея о том, что эти множества, при надлежащем определении, могут обеспечить осмысленное представление индивидуальных субстанций и предикатов, не нарушая принципа непротиворечия. Предлагая включить несуществующие элементы в теорию множеств и вводя А-множества, эта работа стремится внести свой вклад в продолжающийся дискурс, касающийся парадоксов и их разрешения. В конечном счете, это исследование предлагает новый взгляд на работу с парадоксами, подчеркивая важность переоценки основ формального и естественного языков в стремлении к более полному пониманию логики и философии.

Ключевые слова: парадоксы, пустое множество, парадокс лжеца, аристотелевы множества, непротиворечие

Логические исследования
2024. Т. 30. № 1. С. 41–61
УДК 162.1+514::164.3

Logical Investigations
2024, Vol. 30, No. 1, pp. 41–61
DOI: 10.21146/2074-1472-2024-30-1-41-61

Традиционная логика
Traditional Logic

О.В. Черкашина

Логический многоугольник для реляционных высказываний: правила построения и применения

Оксана Викторовна Черкашина
МГУ имени М.В. Ломоносова.
Российская Федерация, 119991, г. Москва, Ломоносовский пр-т, д. 27, корп. 4.
E-mail: Ch.O.Logic@zohomail.com

Аннотация: Цель настоящей работы – сформулировать правила построения и применения геометрических фигур для выявления и выражения логических отношений (контрарности, субконтрарности, контрадикторности, подчинения) между высказываниями об n-местных отношениях (n – натуральное число, $n > 1$; пример подобного высказывания для $n = 2$: «Каждый юрист знает некоторого логика»). Такие фигуры должны быть построены по аналогии с логическим квадратом, однако для высказываний с n-местным предикатом, а не одноместным, как квадрат. Правила сформулированы и фигуры построены. Эти правила и графическое представление основаны на теоретических положениях, также сформулированных в настоящей работе.

Предлагаемые правила направлены на выявление, а не только на выражение логических отношений между рассматриваемыми высказываниями. Будучи алгоритмами, названные правила представляются более удобными для выявления этих отношений, чем рассуждение с использованием исчисления предикатов (когда оно применяется для той же цели).

Построенное в настоящей работе графическое представление отношений между высказываниями, в сочетании с правилами его построения и применения, можно называть «логическим многоугольником».

Предлагаемое в работе графическое представление является первым и, на момент написания статьи, единственным успешным решением проблемы построения сходных с логическим квадратом фигур для выражения отношений между высказываниями о многоместных отношениях (для $n \geqslant 3$), а также проблемы единого представления таких фигур, построенных для разных n.

Настоящая работа, вместе с другими статьями ее автора, может быть одним из исходных пунктов в новом направлении исследования – построении и изучении аналогов силлогистических теорий, но для высказываний об отношениях.

Ключевые слова: логический многоугольник, логический квадрат, расширения логического квадрата, высказывания об отношениях, суждения об отношениях, n-местный предикат, силлогистические теории, диаграммы, логическая геометрия

Для цитирования: *Черкашина О.В.* Логический многоугольник для реляционных высказываний: правила построения и применения // Логические исследования / Logical Investigations. 2024. Т. 30. № 1. С. 41–61. DOI: 10.21146/2074-1472-2024-30-1-41-61

Введение

Настоящая работа ставит целью сформулировать правила построения и применения геометрических фигур для выявления и выражения логических отношений между реляционными высказываниями (высказываниями о двух-, трех- и более -местных отношениях). При этом требуется, чтобы такие фигуры могли быть сконструированы по аналогии с логическим квадратом, выражающим отношения между высказываниями о свойствах. Будем называть отличные от логического квадрата фигуры, правила построения и применения которых мы намерены сформулировать, «логическими многоугольниками для высказываний об отношениях» или «. . . для реляционных высказываний».

Для достижения цели определяется, применительно к высказываниям какого вида строятся искомые многоугольники. Выясняется, какие отношения между высказываниями должны получить геометрическое выражение. Выявляются характерные черты этих отношений, в том числе выразимость одних из них через другие, специфика отношений между реляционными высказываниями. Выясняется, как характеристики этих отношений могут быть использованы для их графического представления.

Задача построения фигур для выражения отношений между высказываниями о трех- и более -местных отношениях и обобщения их в одной фигуре сформулирована Ю. В. Ивлевым. Он же классифицировал реляционные высказывания, сформулировал правила их отрицания и представил отношения между высказываниями о двухместных отношениях в виде квазишестиугольников[1] (см., например, [Ивлев, 2008, с. 32, 38–41, 47–48, 118]; изображение квазишестиугольника на рис. 1 настоящей статьи приведено оттуда. Используемые на рис. 1 обозначения: названия вершин – «О» на первом или втором месте в обозначении – для общих высказываний, «Ч» для частных, «У» для утвердительных, «О» на третьем месте для отрицательных. Двойные стрелки показывают отношение контрадикторности, простые стрелки – подчинения, простые линии – контрарности, двойные линии – субконтрарности, прерывистые – независимости. Для построенной нами фигуры обозначения будут немного отличаться).

[1] Впервые эти результаты представлены не позже 1988 г., в [Ивлев, 1988], вероятно, раньше – в [Ивлев, 1976].

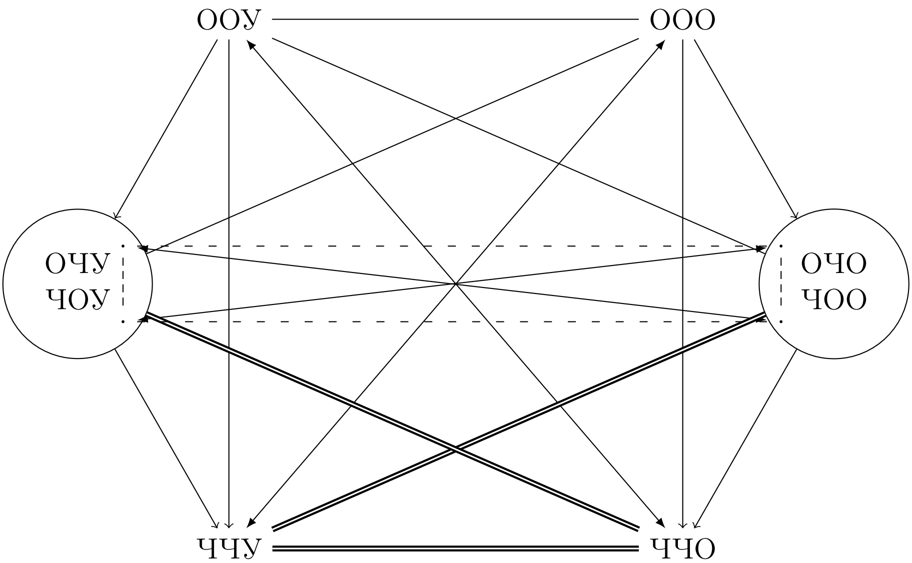


Рис. 1. Квазишестиугольник Ю.В. Ивлева

Некоторые из результатов, представленных в настоящей работе, были обнародованы нами в качестве доклада на Шестой международной конференции по логическому квадрату в ноябре 2018 г. ([Cherkashina, 2018b]). Независимо от нас доклад на близкую тему представил там же профессор Йорген Фишер Нильссон, изучающий возможности графического выражения отношений между высказываниями о двухместных отношениях. Его результаты ([Nilsson, 2018]) близки по существу с полученными раньше результатами профессора Ивлева ([Ивлев, 1988]) и нашими ([Черкашина, 2018a; Cherkashina, 2018b]), однако у профессора Нильссона они ограничиваются частным случаем $n = 2$ (впрочем, в этих рамках он рассматривает расширение для модальной логики и некоторые другие вариации). По словам профессора Нильссона, он намерен использовать свои выводы для целей «компьютерной обработки естественного языка для создания основанных на содержании поисковых систем». Таким образом, поставленный еще в советское время теоретический вопрос сейчас переживает интерес, связанный с новыми практическими задачами.

Насколько нам известно, результаты, полученные автором настоящей работы, являются первыми для высказываний об n-местных отношениях для произвольных n, и на момент написания статьи единственными.

Обратимся к вопросу о том, применительно к высказываниям какого вида должны быть сформулированы искомые нами правила и построены геометрические фигуры.

1. Рассматриваемые высказывания

В настоящей работе рассматриваются отношения внутри наборов ассерторических высказываний с одинаковыми для всех высказываний в рамках набора субъектами и предикатом, при этом каждое из высказываний содержит предикат, обозначающий n-местное отношение между субъектами (n – натуральное число, $n > 1$). На каждом месте предиката имеется квантифицированный субъект (указание, что некоторые или что все элементы некоторого множества находятся в данном отношении и на данном месте этого отношения). Эти высказывания сходны с рассматриваемыми в рамках силлогистики (напр., [Бочаров, Маркин, 2010, с. 11]), однако, в отличие от последних, являются не атрибутивными (о факте наличия или отсутствия некоторого свойства), а реляционными (о факте наличия или отсутствия некоторого отношения). Все термины в рассматриваемых нами высказываниях предполагаются непустыми и неуниверсальными; термины, обозначающие единичный объект, считаются общими; внутренняя структура терминов не принимается во внимание. Допускается отрицание предиката. Все рассматриваемые высказывания имеют форму «Все/некоторые $S_1, \dots,$ все/некоторые S_n находятся/не находятся между собой в отношении R^n». В каждом случае от каждой из пар «все/некоторые» и «находятся/не находятся» присутствует строго один элемент: или «все», или «некоторые» (хотя термин «некоторые» при этом понимается в смысле «по крайней мере некоторые, а возможно, и все»); или «находятся», или «не находятся». Глубина анализа высказывания для формализации и дальнейшего рассмотрения высказывания в многоугольнике такая же, как для логического квадрата: и там, и там выявляются субъекты, предикат, утвердительное это высказывание или отрицательное, частное или общее (см. далее). Сложные высказывания, образованные при помощи пропозициональных связок, не рассматриваются (как и в логическом квадрате).

Хотя выражающие логические отношения геометрические фигуры могут строиться и для высказываний других типов (например, модальных), выбранный тип не только обеспечивает аналогию с логическим квадратом, но и позволяет начать исследование с наиболее простого случая.

Используя классификацию Ю.В. Ивлева, будем рассматривать высказывания в соответствии с их количеством (числом и видом кванторов при записи на языке логики предикатов) и качеством (отсутствием или наличием отрицания). В зависимости от качества, высказывания являются или утвердительными, или отрицательными. Когда местность предиката велика, бывает удобно не упоминать качественную характеристику соответствующего высказывания там, где такой пропуск допустим. Вместе с тем иметь в виду ее необходимо.

В то время, как высказывания, рассматриваемые в рамках логического квадрата, могут быть охарактеризованы в терминах количества как просто либо общие, либо частные, для высказываний об n-местных отношениях количественная характеристика состоит из n элементов. Так, для двухместных отношений высказывания могут быть обще-общими (оба квантора в формуле – общности), обще-частными, частно-общими и частно-частными. Будем использовать для количественной характеристики высказываний обозначения, состоящие из знаков «О» и «Ч». Например, высказывания, имеющие форму (1),

$$\exists x \forall y (S(x) \,\&\, (P(y) \supset R(x,y))) \tag{1}$$

частно-общие, обозначим «ЧО». В дальнейшем, говоря о форме высказываний, будем иметь в виду в первую очередь их количественную (а также в ряде случаев качественную) характеристику, если прямо не указано иное.

Продолжая аналогию с логическим квадратом и используя рассмотренную классификацию, будем для обозначения формы высказываний использовать буквенную запись, состоящую из n букв количественной характеристики (каждая буква характеризует квантификацию соответствующего субъекта), стоящих в том порядке, в котором стоят на первом, втором и т.д. местах предиката квантифицированные субъекты. К этой последовательности букв добавляется (за исключением случаев, когда она нас не интересует) качественная характеристика высказывания, выраженная словами «утвердительное» или «отрицательное».

2. Рассматриваемые логические отношения и их характеристики

Обратимся к логическим отношениям между реляционными высказываниями. По аналогии с логическим квадратом, рассмотрим отношения контрадикторности, подчинения, контрарности и субконтрарности.

Высказывание и результат его отрицания несовместимы как по истинности, так и по ложности и находятся в отношении контрадикторности. «При отрицании суждений об отношениях их качество и количество ... меняются на противоположные» ([Ивлев, 2008, с. 41]). То есть утвердительные – на отрицательные, обще-частные – на частно-общие и т.п. В настоящей работе мы берем это правило в качестве исходного положения.

Отношение подчинения имеет место между двумя высказываниями, когда одно из них, «подчиненное», логически следует из другого, «подчиняющего», в то время как подчиняющее не следует из подчиненного. Поэтому, если подчиняющее высказывание истинно, таковы и все подчиненные ему высказывания. Если подчиненное высказывание ложно, таковы, по контрапозиции, и все подчиняющие его высказывания.

В то время, как среди составляющих логический квадрат высказываний о свойствах каждому подчиняющему высказыванию соответствует строго одно подчиненное и наоборот, а высказывание не может быть и подчиняющим, и подчиненным одновременно, применительно к искомой фигуре дело обстоит иначе. Поскольку предикат в высказывании об отношении является многоместным (в записи на языке логики предикатов это выражается наличием многоместного предиката и более чем одной квантифицированной переменной), одному общему высказыванию (в записи имеется квантор общности) могут быть подчинены и более одного частного, и одно частное (в записи имеется квантор существования) может подчиняться более чем одному общему. (Частное предполагает смысл «некоторые, возможно все»).

Отношение подчинения имеет место между двумя высказываниями, одним частным и одним общим, если субъекты и предикат одного высказывания совпадают, соответственно, с субъектами и предикатом другого (порядок субъектов тоже имеет значение), совпадает качественная характеристика высказываний, а их количественные характеристики удовлетворяют в точности одному из следующих двух условий. Первое – характеристики рассматриваемых высказываний различаются ровно в одной букве, стоящей на k-м месте количественной характеристики каждого из них. Высказывание, у которого k-я буква – «О», является подчиняющим для высказывания, у которого k-я буква – «Ч». Отношение подчинения является транзитивным. Отсюда второе условие. Оно предусматривает, что есть разница в более чем одной букве, и что на каждом месте, где количественные характеристики сопоставляемых высказываний различаются, характеристика одного высказывания имеет только буквы «О». (Конечно, это означает, что у другого на этих местах будут только буквы «Ч».) Если ни одно из этих двух условий не соблюдено, высказывания будут независимы друг от друга по своей форме. Например, высказывание, имеющее форму (1), то есть частно-общее, утвердительное (ЧО), является подчиняющим для частно-частного (ЧЧ), утвердительного, подчиненным для обще-общего (ОО), утвердительного, и независимым с обще-частным (ОЧ), утвердительным. Другой пример – высказывание с трехместным предикатом, имеющее форму ОЧЧ, утвердительное, является подчиняющим для ЧЧЧ, утвердительного, и подчиненным для утвердительных высказываний ООО, ООЧ, ОЧО.

Отношения подчинения имеют место только между высказываниями одного качества, а специфика этих отношений одинакова для утвердительных и для отрицательных высказываний. Это позволяет в ряде случаев абстрагироваться от качественной характеристики высказываний при рассмотрении отношений подчинения. Графическое выражение этих отношений для множества всех форм утвердительных высказываний и для множества всех форм отрицательных высказываний также будет совпадать.

Для реляционных высказываний как отношение контрарности (при котором два или более высказывания не могут быть одновременно истинными, но могут быть одновременно ложными), так и отношение субконтрарности (при котором два или более высказывания могут быть одновременно истинными, но не могут быть одновременно ложными) в общем случае имеют место между некоторым высказыванием и каждым из соответствующей группы других высказываний, в отличие от отношений в рамках логического квадрата, где и контрарность, и субконтрарность имеют место только внутри одной пары высказываний. Некоторые, но не все, реляционные высказывания находятся и в отношении контрарности (с высказываниями из одной группы), и в отношении субконтрарности (с высказываниями из другой группы). В этом состоит еще одна их особенность по сравнению с атрибутивными высказываниями, для которых построен логический квадрат.

Отношения контрарности и субконтрарности выразимы при помощи отношений контрадикторности и подчинения. Поскольку это наиболее ясно видно при геометрическом представлении[2] отношений между высказываниями, рассмотрим вопрос подробно при создании логического многоугольника.

3. Построение логического многоугольника для реляционных высказываний

Построим фигуру, выражающую иерархию отношений подчинения между высказываниями об n-местных отношениях. Этот многоугольник имеет 2^n вершин, каждая из которых обозначает одну из всех возможных с точки зрения количественной характеристики форм высказываний. (Все обозначаемые вершинами высказывания попарно различны.) В данном случае удобно абстрагироваться от качественной характеристики высказываний, рассматривая при этом только один из фрагментов искомого логического многоугольника (а именно, его часть для утвердительных

[2]Более формальное рассмотрение данного вопроса см. в [Черкашина, 2021].

высказываний или его часть для отрицательных высказываний; назовем каждую из этих частей «фрагментом для отношений подчинения», утвердительным или отрицательным, соответственно). При этом качественная характеристика должна быть одинаковой для всех рассматриваемых высказываний.

Полученная фигура – еще не искомый многоугольник для реляционных высказываний, а только его отдельный фрагмент. В дальнейшем при построении искомой фигуры эта схема обогащается линиями (или стрелками), выражающими отношения других видов и соединяющими различные вершины соответствующих фрагментов.

Для $n = 2$ фрагменты для отношений подчинения – четырехугольники. Отношения между высказываниями могут быть графически выражены при помощи системы из двух четырехугольников: одного для утвердительных и одного для отрицательных высказываний (рис. 2, пример высказывания о двухместном отношении: «Каждый юрист знает некоторого логика» (ОЧ, утвердительное), соответствующая вершина отмечена на рисунке кругом). Пример с отношениями подчинения и контрадикторности при $n = 2$ представлен на рис. 3, подробнее о частном случае для $n = 2$ см. в [Черкашина, 2019a], построение логических многоугольников для произвольных n рассмотрено далее.

Здесь и в дальнейшем будем располагать фрагменты на изображениях параллельно, то есть так, чтобы одноименные вершины двух фрагментов лежали на одной горизонтали. Сетка на заднем плане рисунка использована, чтобы было легче найти имена вершин, поскольку их обозначения размещены по краям рисунка: вершины обозначаются при помощи количественной характеристики (на рисунке – слева от каждой вершины на одной горизонтали с ней) и качественной характеристики (на рисунке – сверху, на одной вертикали с вершиной).

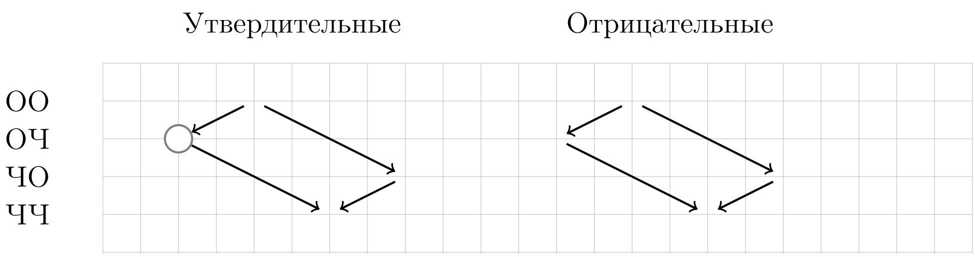


Рис. 2. Фрагменты, выражающие отношения подчинения, для $n = 2$

Для высказываний о двухместных отношениях весьма нагляден квазишестиугольник Ю.В. Ивлева, в то же время при увеличении n возникает

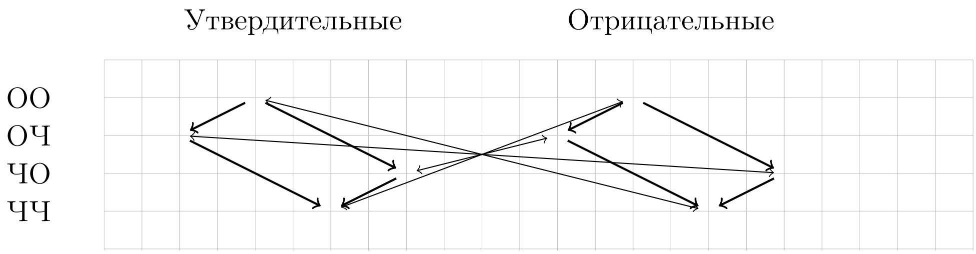


Рис. 3. Отношения подчинения и контрадикторности при $n = 2$

необходимость в графическом представлении, гибко реагирующем на увеличение количества логических отношений.

Для трехместных отношений фрагмент, выражающий отношения подчинения, является «прозрачным» параллелепипедом (рис. 4, пример высказывания о трехместном отношении: «Каждый юрист знает некоторого логика лучше, чем некоторого математика» (ОЧЧ, утвердительное), соответствующая вершина отмечена кругом).

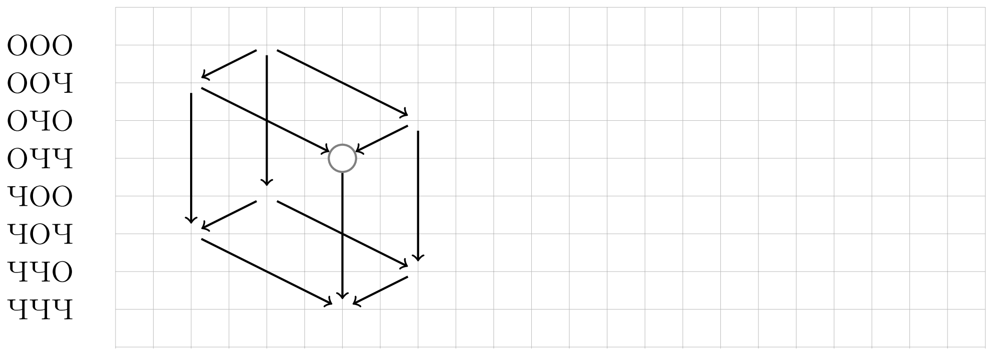


Рис. 4. Фрагмент, выражающий отношения подчинения, для $n = 3$

Для каждого $n+1$ соответствующий фрагмент строится параллельным переносом («проецированием») фрагмента для n вниз (или вниз и вбок) с сохранением линий переноса между каждой из вершин исходного фрагмента и соответствующей вершиной «проекции». «Проекция» находится ниже исходного фрагмента, линии, принадлежащие одной из этих геометрических фигур, не пересекают линий другой (это не относится к линиям переноса). Такая фигура – всегда многоугольник, расположенный так, что все вершины находятся на разном уровне. Обозначения вершин исходного фрагмента сохраняются с прибавлением слева обозначения «О», а обозначения вершин «проекции» дублируют исходные, с прибавлением слева «Ч».

Названия вершин даются в порядке, аналогичном рядам значений на входе в таблицу истинности для пропозициональной логики.

Логический многоугольник, который мы строим, включает в себя в качестве составных частей фрагменты, выражающие отношения подчинения между высказываниями. Эти геометрические объекты, хотя и построены независимо и для других целей, графически совпадают с булевым кубом.

В качестве вспомогательного приема для упрощения графического представления отношений подчинения допустимо заменить стрелки на линии, отметив, что для каждой пары соединенных ими принадлежащих одному фрагменту вершин в силу выбранного принципа их расположения одна всегда находится выше и соответствует высказыванию, которое является подчиняющим относительно расположенного ниже.

Рассмотрим подробно построение искомой фигуры на примере с высказываниями о трехместных отношениях. Начнем с двух выражающих отношения подчинения фрагментов с $2^3 = 8$ вершинами, одного для утвердительных и одного для отрицательных высказываний. Изобразим эти многоугольники вместе со всеми линиями, соединяющими, каждая, обозначающую некоторое высказывание вершину одного фрагмента с обозначающей ее отрицание вершиной другого фрагмента (рис. 5; в силу симметричности получившейся фигуры можно выбрать произвольно, который из параллелепипедов выражает отношения подчинения между утвердительными высказываниями, а какой – между отрицательными).

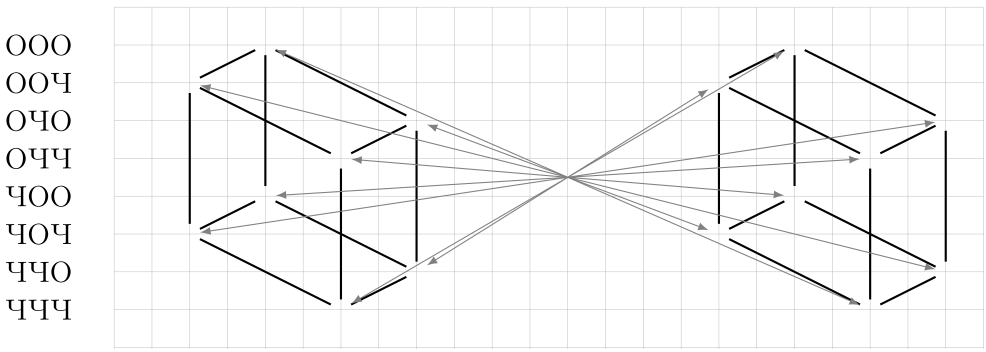


Рис. 5. Отношения подчинения и контрадикторности для $n = 3$

Получившаяся схема – подробное выражение отношений подчинения и контрадикторности. Для больших n такое графическое представление будет менее наглядным. В связи с этим имеет смысл в конкретном случае исключить из рассмотрения те отношения контрадикторности, которые нас в данный момент не интересуют.

Для иллюстрации некоторых закономерностей рассмотрим различные отношения высказывания формы ЧОО, утвердительное («выбранного высказывания») с другими.

Построим (рис. 6) два фрагмента, выражающих отношения подчинения между трехместными реляционными высказываниями, один – для утвердительных высказываний и один – для отрицательных.

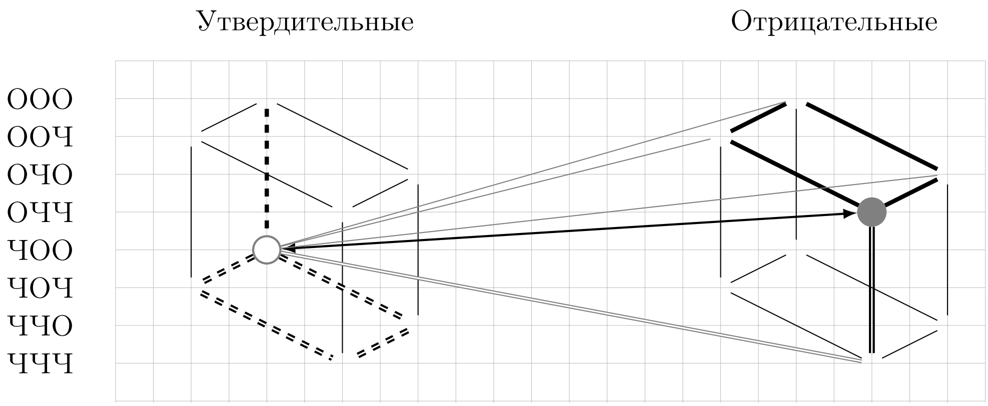


Рис. 6. Пример логического многоугольника для высказываний о трехместных ($n = 3$) отношениях: отношения высказывания формы ЧОО, утвердительное, с высказываниями другого количества и качества

На этом изображении отметим белым кругом вершину, соответствующую выбранному высказыванию. Проследим линии, идущие вниз от нее[3], и выделим эти линии (на рисунке они двойные прерывистые). Вершины, соединенные этими линиями, выражают формы высказываний, в силу подчиненности выбранному высказыванию истинных, если оно истинно. Совокупность этих вершин и линий назовем «фигурой истинности» выбранного высказывания.

Прерывистые одинарные линии, идущие вверх от вершины, соответствующей выбранному высказыванию, позволяют проследить формы тех высказываний, которые являются подчиняющими для него, а значит, ложными, если оно ложно (по контрапозиции). Назовем совокупность соответствующих этим формам высказываний вершин, вместе с соединяющими их линиями, «фигурой ложности» выбранного высказывания.

Стрелка с двумя наконечниками между фрагментами показывает отношение контрадикторности между выбранным высказыванием и высказыванием формы ОЧЧ, отрицательным, которое мы будем называть «противоречащим высказыванием» и отметим на рисунке черным кругом. Линии,

[3]В том числе через другие вершины, поскольку отношение подчинения транзитивно.

идущие вверх от вершины, обозначающей противоречащее высказывание (на рисунке – жирные), позволяют проследить формы высказываний, являющихся подчиняющими для противоречащего. Если выбранное высказывание истинно, то противоречащее высказывание ложно. При этом ложны и все подчиняющие его высказывания. Соответствующие им вершины вместе с выражающими отношения подчинения линиями, идущими вверх от вершины противоречащего высказывания, образуют фигуру его ложности. Она показывает формы высказываний, которые не могут быть истинными, если выбранное высказывание истинно.

Проверим, соблюдается ли аналогичное отношение в обратную сторону, то есть действительно ли для всякого высказывания, подчиняющего противоречащее высказывание, верно, что если первое истинно, то выбранное высказывание (то есть ЧОО, утвердительное) ложно. Этот вопрос также удобно рассматривать графически. Легко видеть (на рис. 5 или по формам высказываний)[4], что всякая вершина, соответствующая этим подчиняющим высказываниям, может быть соединена линией, обозначающей контрадикторность, с одной из вершин, входящих в фигуру истинности выбранного высказывания. То есть всякое из высказываний, подчиняющих противоречащее, является отрицанием некоторого высказывания, подчиненного выбранному. Если первое истинно, то его отрицание ложно. Но из ложности подчиненного высказывания следует ложность подчиняющего, а значит, и выбранное высказывание не может быть в этой ситуации истинным.

Аналогичным образом, когда выбранное высказывание ложно, противоречащее и все подчиненные ему высказывания (показанные фигурой, расположенной вниз от противоречащего, здесь – двойной сплошной линией) истинны. Верно и обратное – когда высказывания, подчиненные противоречащему, ложны, их отрицания, подчиняющие выбранное высказывание, истинны, а с ними и само это высказывание. Выбранное высказывание не может быть ложным одновременно с противоречащим и подчиненными последнему высказываниями.

Итак, мы получили две группы высказываний, одна из которых несовместима с выбранным высказыванием по истинности, а другая – по ложности. Эти две группы совпадают в одном и только одном месте – в вершине, обозначающей противоречащее высказывание, лишь оно несовместимо с выбранным и по истинности, и по ложности (отношение контрадик-

[4]С точки зрения только самих форм высказываний, без обращения к графической стороне, эти закономерности (приведенная здесь, для контрарности, и аналогичная, приведенная далее – для субконтрарности) рассмотрены в [Черкашина, 2021], подробное доказательство для произвольного высказывания и произвольных n мы, в силу его объема, предполагаем опубликовать отдельно.

торности соответствует функции отрицания). В связи с единственностью места совпадения можно утверждать, что первая группа не только несовместима по истинности, но, за исключением противоречащего высказывания, совместима по ложности, то есть находится в отношении контрарности, а вторая, за тем же исключением совместимая по истинности, – в отношении субконтрарности с выбранным. На рис. 6 вершины из первой группы соединены между собой и с вершиной для противоречащего высказывания жирной одинарной линией, а из второй – жирной двойной. Одинарные непрерывные тонкие линии от белого круга к вершинам другого фрагмента явным образом показывают отношения контрарности выбранного высказывания, такая же двойная – субконтрарности; эти линии добавлены для наглядности, но схема работает и без них.

Аналогичным образом можно проследить отношения с участием любого другого из рассматриваемых высказываний.

Следует отметить, что все эти рассуждения опираются на характерные черты отношений между высказываниями и не зависят от иллюстрирующей их геометрической фигуры – она лишь помогает представить рассматриваемые отношения наглядно. В связи с этим и учитывая, что эти характерные черты сохраняются при разных n, приведенные рассуждения будут верны и для других n.

Как видим, сами отношения те же, что и иллюстрируемые логическим квадратом – но их количество велико, и схема отношений между высказываниями об n-местных отношениях с большим n содержит так много компонентов, что удобнее рассматривать их по отдельности. Так предлагаемое графическое представление не столько показывает, сколько содержит в «свернутом» виде схемы логических отношений высказываний.

Аналогичным образом строится логический многоугольник для высказываний о четырехместных отношениях и вообще для любого $n > 1$.

Возможны и внешне отличающиеся представления отношений между высказываниями об n-местных отношениях ($n > 1$), основанные на тех же теоретических соображениях. Например, можно объединить два выражающих отношения подчинения фрагмента в один (при определенных условиях [Cherkashina, 2019b]).

Логический квадрат, иллюстрирующий те же логические отношения, имеющие те же свойства, тоже может быть представлен в предложенной интерпретации (рис. 7). Применяя тот же подход для $n = 1$, рассмотрим произвольно составленную пару диаграмм, где выбранным является в одном случае общее, в другом – частное высказывание. Для $n = 1$ их достаточно для обнаружения всех возможных логических отношений.

Фигура ложности противоречащего высказывания указывает на высказывание, контрарное выбранному, а фигура истинности противоречащего – на субконтрарное выбранному; при этом на схеме контрарность и субконтрарность дополнительно показаны, соответственно, простой и двойной линией (это вопрос внешнего представления). На рис. 7 выбранное высказывание в каждом из двух случаев (слева и посередине) отмечено белым кругом, противоречащее ему – черным. Отношения контрадикторности показаны стрелками с наконечниками с обеих сторон; подчинения – стрелками с одним наконечником и разным типом линий, причем для фигур истинности отмеченных высказываний у этих стрелок двойные линии, для фигур ложности – одинарные.

При соединении рассмотренных двух схем в одну и замене обозначений вершин на традиционные, получается логический квадрат в его классическом виде. Разница состоит в возможности разделить многоугольник на отдельные диаграммы в зависимости от интересующего исследователя в данный момент высказывания. Это требуется для наглядности при больших n, но не для $n = 1$. При этом и логический многоугольник для высказываний об отношениях, и логический квадрат могут рассматриваться как частные случаи фигуры одного типа – логического многоугольника.

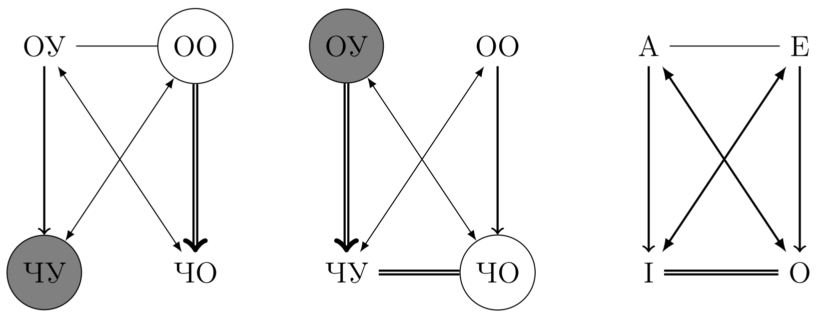


Рис. 7. Применение правил построения логического многоугольника к случаю $n = 1$. Выбраны попеременно высказывания общеотрицательное (ОО, диаграмма слева) и частноотрицательное (ЧО, посередине). При соединении двух схем в одну и замене обозначений вершин на традиционные получается логический квадрат в его классическом виде (справа)

4. Примеры применения логического многоугольника для $n = 3$

Для иллюстрации некоторых возможностей применения логического многоугольника приведем примеры.

Многоугольник позволяет выявить логические отношения между двумя сопоставимыми высказываниями рассматриваемого вида. Пусть нас интересует вопрос о том, каково отношение между утверждениями двух исследователей в области философии сознания: С. Шумейкера и Т. Виллиамсона.

С. Шумейкер (S. Shoemaker) утверждает, что не может быть невозможным замечать «ментальные состояния, к которым обычные люди имеют доступ в интроспекции»[5].

Т. Виллиамсон (T. Williamson) пытается доказать, что условия, с которыми мы имеем дело в повседневной жизни, являются «не-светящимися»[6]. «Светящимися» ("luminous") он называет условия, которые человек, встречающий их, способен обнаружить; под «условиями» Т. Виллиамсон подразумевает некоторые положения дел, зависящие от возможного мира и субъекта, о котором идет речь, например, условие «субъект ощущает холод»; его «условия» можно рассматривать, по крайней мере в первом приближении, как ментальные состояния.

На первый взгляд кажется, что эти утверждения несовместимы по истинности.

Проанализировав, что понимается под невозможностью и о каких объектах идет речь в каждом случае, мы можем сформулировать эти высказывания как сопоставимые (в данном случае нас интересует в основном логическая форма, поэтому мы не приводим здесь философскую аргументацию для именно такой интерпретации высказываний).

Утверждение С. Шумейкера можно переформулировать как «Для всех существ все ментальные состояния являются (по крайней мере) в некоторых случаях доступными в интроспекции» (обозначим это утверждение «A»). Форма этого высказывания – ООЧ, утвердительное.

Утверждение Т. Виллиамсона можно переформулировать как «Для всех существ все ментальные состояния [в повседневной жизни] являются (по крайней мере) в некоторых случаях недоступными в интроспекции» (обозначим это утверждение «B»). Форма этого высказывания – ООЧ, отрицательное.

---

[5]В оригинале на английском. Невозможность действительно упоминается дважды: Self-blindness (the impossibility of noticing "mental facts to which normal people have introspective access") is impossible. Сформулировано нами с использованием цитат из исходного текста. В оригинале несколько длиннее. [Shoemaker, 1996, p. 30, 226].

[6]В оригинале на английском. The conditions with which we engage in our everyday life are non-luminous. Roughly, people having a luminous condition would be able to know that they have it. Сформулировано нами с использованием цитат из исходного текста. В оригинале формулировка значительно длиннее. [Williamson, 2002, p. 94–107].

Найдем на схеме отношений подчинения и контрадикторности для $n = 3$ (рис. 5) соответствующие вершины и построим на ее основе схему, отражающую отношения высказываний A и B с другими высказываниями.

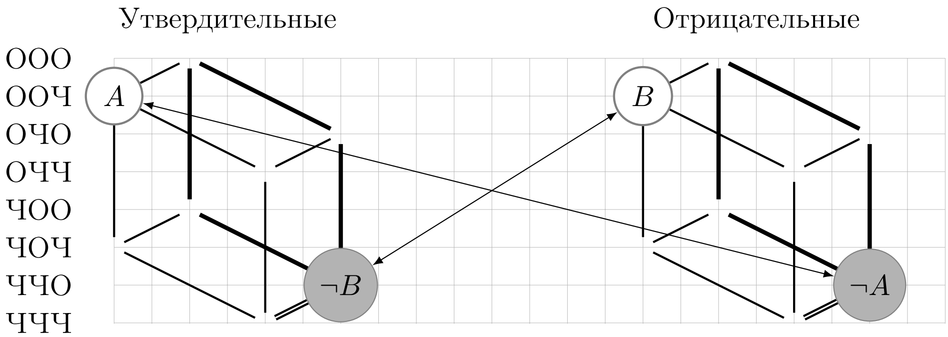


Рис. 8. Логический многоугольник для $n = 3$, сопоставление утверждений С. Шумейкера и Т. Виллиамсона

Найдем вершины, соответствующие отрицанию каждого из высказываний A и B, и обозначим (рис. 8) их соответственно: $\neg A$ и $\neg B$. Согласно с уже рассмотренными алгоритмами найдем высказывания, контрарные и субконтрарные по отношению к A, проследив линии вверх и вниз от $\neg A$ (то есть от вершины, обозначающей высказывание, противоречащее высказыванию A, мы проследим линии, соответственно, жирные и двойные, исходящие от вершины $\neg A$ напрямую или через другие вершины). Аналогично поступим для B. Мы видим, что вершина B не связана с вершиной A линиями, обозначающими контрадикторность или подчинение; вершина B также не входит в показанные жирными и двойными линиями, соответственно, фигуры истинности и ложности для $\neg A$, то есть обозначенное вершиной B высказывание не находится с высказыванием, обозначенным вершиной A, также и в отношениях контрарности или субконтрарности. Аналогично в обратную сторону, A для B. Эти два высказывания находятся в отношении независимости: совместимы и по истинности, и по ложности, ни одно из них не следует из другого. Тогда, если наша формализация утверждений названных философов соответствует их действительным взглядам, то правота любого из них не влияет на правоту другого.

Мы рассмотрели один из способов применения логического многоугольника – выявление логических отношений между имеющимися высказываниями. Возможно и применение для иной цели. Так, многоугольник позволяет для имеющегося высказывания найти высказывания, находящиеся с первым в заданном отношении. Так мы находили, например, высказывания, контрарные высказыванию A.

В качестве еще одного примера дадим интерпретацию формам высказываний на схеме на рис. 6. Пусть выбранное высказывание формы ЧОО, утвердительное (отмечено на схеме белым кругом), интерпретируется как: «Существует исследователь, предпочитающий любую книгу любому лакомству». Тогда противоречащее высказывание, имеющее форму ОЧЧ, отрицательное (отмечено черным кругом), означает: «Для всякого исследователя [найдется] некоторая книга, которую он не предпочитает некоторому лакомству». Несовместимы с выбранным по истинности, но совместимы по ложности (контрарны) отрицательные высказывания с количественными характеристиками ООО, ООЧ, ОЧО. То есть «Всякий исследователь не предпочитает ни одну книгу ни одному лакомству» (ООО), «Всякий исследователь не предпочитает ни одну книгу некоторому лакомству» (ООЧ), «Всякий исследователь не предпочитает некоторую книгу ни одному лакомству» (ОЧО). Совместимо с выбранным по истинности, но несовместимо по ложности (субконтрарно) высказывание формы ЧЧЧ, отрицательное: «Существует исследователь, не предпочитающий некоторую книгу некоторому лакомству». (Напомним, что все термины предполагаются непустыми, то есть предполагается, в частности, что какие-то исследователи существуют). Подчиняющим для выбранного высказывания является высказывание формы ООО, утвердительное: «Всякий исследователь предпочитает любую книгу любому лакомству» – если оно истинно, то и выбранное высказывание истинно, но из истинности выбранного не следует истинность подчиняющего. Подчиненными для выбранного являются утвердительные высказывания с количественными характеристиками ЧОЧ, ЧЧО, ЧЧЧ. То есть «Существует исследователь, предпочитающий любую книгу некоторому лакомству» (ЧОЧ), «Существует исследователь, предпочитающий некоторую книгу любому лакомству» (ЧЧО), «Существует исследователь, предпочитающий некоторую книгу некоторому лакомству» (ЧЧЧ). Эти высказывания истинны, если выбранное высказывание истинно, но из истинности подчиненных не следует истинность выбранного. Высказывания остальных возможных форм (ООЧ, ОЧО, ОЧЧ утвердительные; ЧОО, ЧОЧ, ЧЧО отрицательные) независимы от выбранного, то есть совместимы с ним и по истинности, и по ложности, не находясь при этом с ним в отношениях подчинения.

Заключение

Выявлены правила, позволяющие построить и применять конструируемое по аналогии с логическим квадратом графическое представление логических отношений между высказываниями об n-местных отношениях для произвольных n.

Показано, как эти правила позволяют выявлять логические отношения между высказываниями, а также выявлять высказывания, находящиеся в искомом отношении с некоторым заданным высказыванием.

Вопросы о соотношении высказываний, произвольно выбранных из представленных в рамках рассмотренной фигуры, как и вопросы поиска высказываний, находящихся в заданном отношении с выбранным высказыванием, решаются достаточно удобно и быстро благодаря тому, что эти правила представляют собой простые алгоритмы (последовательности действий), которые, в свою очередь, основаны на специфике отношений между высказываниями. Такая специфика, однако, не проявляется столь же явно при использовании других способов решения этих задач для реляционных высказываний, например, при использовании исчисления предикатов. В этом смысле использование логического многоугольника представляется более удобным.

Построены такие графические представления для $n = 2$ и $n = 3$. Показано, как они могут строиться для других n. Показано, что логический квадрат может рассматриваться как частный случай графического представления отношений между высказываниями с n-местными предикатами. Это представление вместе с принципами построения и правилами применения можно называть «логическим многоугольником» для выбранного n.

Дальнейшие исследования включают доказательства ряда теорем и рассмотрение логических отношений, не представленных в логическом квадрате, но обнаруживаемых между реляционными высказываниями.

Литература

Бочаров, Маркин, 2010 – *Бочаров В.А., Маркин В.И.* Силлогистические теории. М.: Прогресс-Традиция, 2010. 336 с.

Ивлев, 1988 – *Ивлев Ю.В.* Курс лекций по логике. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1988. 160 с.

Ивлев, 1976 – *Ивлев Ю.В.* Логика. РИО Академии МВД. М., 1976. 144 с.

Ивлев, 2008 – *Ивлев Ю.В.* Логика: учеб. 4-е изд., перераб. и доп. М.: ТК Велби: Проспект, 2008. 304 с.

Черкашина, 2021 – *Черкашина О.В.* Логический многоугольник для высказываний об отношениях: два правила для контрарности и субконтрарности // Двенадцатые Смирновские чтения: Материалы Междунар. науч. конф. (г. Москва, 24–26 июня 2021 г.). М.: Русское общество истории и философии науки, 2021. С. 148–150.

Черкашина, 2018а – *Черкашина О.В.* Логический многоугольник для суждений об отношениях // Логико-философские штудии. 2018. Т. 16. № 1–2 (май–июнь 2018). С. 194–195.

Черкашина, 2019a – *Черкашина О.В.* Некоторые аспекты построения логических многоугольников для высказываний о двухместных отношениях // Одиннадцатые Смирновские Чтения: Материалы Междунар. науч. конф. (г. Москва, 19–21 июня 2019 г.). М.: Современные тетради, 2019. С. 89–91.

Cherkashina, 2018b – *Cherkashina O.* Figure of Opposition for Propositions about Relations // Handbook of Abstracts, 6th World Congress on the Square of Opposition. Crete, November 1–5, 2018 / Ed. by J.-Y. Beziau et al. Crete, 2018. P. 68–69.

Cherkashina, 2019b – *Cherkashina O.* Logical polygon for relations among propositions about relations: Symmetry // Symmetry: Art and Science. 2019. № 1–4. P. 86–89.

Nilsson, 2018 – *Nilsson J.F.* The Cube for Relational Subject-Predicate Logic // Handbook of Abstracts, 6th World Congress on the Square of Opposition. Crete, November 1–5, 2018 / Ed. by J.-Y. Beziau et al. Crete, 2018. P. 65–67.

Shoemaker, 1996 – *Shoemaker S.* The First-Person Perspective and Other Essays. Cambridge: Cambridge University Press, 1996. 278 p.

Williamson, 2002 – *Williamson T.* Knowledge and its Limits. Oxford: Oxford University Press, 2002. 354 p.

Oksana V. Cherkashina

Logical polygon for propositions about relations: rules of constructing and application

Oksana V. Cherkashina
Lomonosov Moscow State University,
27/4 Lomonosovskiy prospect, Moscow, 119991, Russian Federation.
E-mail: `Ch.O.Logic@zohomail.com`

Abstract: In this work we formulate rules of constructing and application for geometric figures that graphically express and allow to deduce the logical relations (contrariety, subcontrariety, contradiction, subalternation) among propositions about n-place relations, where n is a natural number greater than 1 (an example of such proposition for $n = 2$ is "Every lawyer knows some logician"). Such representations are constructed in a way analogous to that of the logical square, but, unlike the square, for propositions about relations, not properties. These rules and the suggested graphical representation are based on theoretic ideas also formulated in this work.

The suggested rules allow to deduce the relations among propositions. Being algorithms, those rules make the logical polygon a more convenient instrument in its field of application than predicate calculus (when used in the same field).

This geometric representation of the relations between propositions, together with the rules of its construction and application, can be called the "Logical polygon" for propositions about relations.

The graphical representation proposed by us is the first and, at the moment, the only successful solution of the problem of constructing figures (analogous to the square of opposition) for expressing the relations among propositions about many-place relations (for $n \geqslant 3$), and also of generalization of the obtained results in one figure.

This work, together with other papers by the same author, intends to be useful in a new field of research – constructing and studying analogues of syllogistic theories, but for propositions about relations.

Keywords: Logical polygon, square of opposition, logical square, extensions of the square, propositions about relations, n-place predicate, syllogistic theories, diagrams, geometry in logic, logical geometry

For citation: Cherkashina O.V. "Logicheskii mnogougol'nik dlya relyatsionnykh vyskazyvanii: pravila postroeniya i primeneniya" [Logical polygon for propositions about relations: rules of constructing and application], *Logicheskie Issledovaniya / Logical Investigations*, 2024, Vol. 30, No. 1, pp. 41–61. DOI: 10.21146/2074-1472-2024-30-1-41-61 (In Russian)

References

Bocharov, Markin, 2010 – Bocharov, V.A., Markin, V.I. *Sillogisticheskie teorii* [Syllogistic theories]. Moscow: Progress-Traditsiya, 2010. 336 pp. (In Russian)

Cherkashina, 2018a – Cherkashina, O.V. "Logicheskii mnogougol'nik dlya suzhdenii ob otnosheniyakh" [Logical polygon for propositions about relations], *Logiko-filosofskie shtudii* [Logico-philosophical studies], 2018, Vol. 16, № 1–2 (May–June 2018), pp. 194–195. (In Russian)

Cherkashina, 2018b – Cherkashina, O. "Figure of opposition for propositions about relations", in: *Handbook of Abstracts, 6th World Congress on the Square of Opposition*, ed. by J.-Y. Béziau et al. Orthodox Academy of Crete. Crete, 2018, November 1–5, pp. 68–69.

Cherkashina, 2019a – Cherkashina, O.V. *Nekotorye aspekty postroeniya logicheskikh mnogougol'nikov dlya vyskazyvanii o dvukhmestnykh otnosheniyakh* [Some aspects of constructing figures of opposition for propositions about two-place relations]. Proceedings of the 11th Smirnov readings on logic (Moscow, 19–21 June 2019). Moscow: Sovremennye tetradi Publ., 2019, pp. 89–91. (In Russian)

Cherkashina, 2019b – Cherkashina, O. "Logical polygon for relations among propositions about relations: Symmetry", *Symmetry: Art and Science*, 2019, № 1–4, pp. 86–89.

Cherkashina, 2021 – Cherkashina, O.V. *Logicheskii mnogougol'nik dlya vyskazyvanii ob otnosheniyakh: dva pravila dlya kontrarnosti i subkontrarnosti* [Logical polygon for propositions about relations: Two rules for contrariety and subcontrariety]. Proceedings of the 12th Smirnov readings on logic (Moscow, 24–26 June 2021). Moscow: "Russkoye obshestvo istorii i filosofii nauki" Publ., 2021, pp. 148–150. (In Russian)

Ivlev, 1988 – Ivlev, Yu.V. *Kurs lektsii po logike* [Course of lectures in Logic]. Moscow University publishing. Moscow, 1988. 160 pp. (In Russian)

Ivlev, 1976 – Ivlev, Yu.V. *Logika* [Logic]. Editorial and publishing department of the Ministry of Internal Affairs Academy. Moscow, 1976. 144 pp. (In Russian)

Ivlev, 2008 – Ivlev, Yu.V. *Logika* [Logic]. Moscow: TK Velbi, Prospect Publ., 2008. (4th ed. with corrections). 304 pp. (In Russian)

Nilsson, 2018 – Nilsson, J.F. "The cube for relational subject-predicate logic", in: *Handbook of Abstracts, 6th World Congress on the Square of Opposition*, ed. by J.-Y. Béziau et al. Orthodox Academy of Crete. Crete, 2018, November 1–5, pp. 65–67.

Shoemaker, 1996 – Shoemaker, S. *The First-Person Perspective and Other Essays.* Cambridge: Cambridge University Press, 1996. 278 p.

Williamson, 2002 – Williamson, T. *Knowledge and its Limits.* Oxford: Oxford University Press, 2002. 354 p.

Логические исследования
2024. Т. 30. № 1. С. 62–85
УДК 16

Logical Investigations
2024, Vol. 30, No. 1, pp. 62–85
DOI: 10.21146/2074-1472-2024-30-1-62-85

Неклассическая логика
Non-classical Logic

В.В. Долгоруков

Альтернативы семантике Крипке для эпистемической логики*

Виталий Владимирович Долгоруков
Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики».
Российская Федерация, 105066, г. Москва, ул. Старая Басманная, д. 21/4.
E-mail: vdolgorukov@hse.ru

Аннотация: В статье обсуждаются затруднения, которые вызывает использование стандартной семантики Крипке для анализа эпистемических сценариев: присутствие в модели возможных миров, неразличимых никакой формулой; комбинаторный взрыв (экспоненциальный рост множества возможных миров при линейном усложнении сценария); гиперспецификация предлагаемой моделью первоначального эпистемического сценария. Рассматриваются альтернативные варианты построения эпистемической логики, которые стремятся преодолеть данные затруднения: семантика структур знания и синтаксическая эпистемическая логика, также предлагается подход к построению диаграмматической эпистемической логики.

Ключевые слова: эпистемическая логика, модели Крипке, модальная логика, диаграмматическая логика

Для цитирования: *Долгоруков В.В.* Альтернативы семантике Крипке для эпистемической логики // Логические исследования / Logical Investigations. 2024. Т. 30. № 1. С. 62–85. DOI: 10.21146/2074-1472-2024-30-1-62-85

Введение

Эпистемическая логика, изучающая знание и мнение, принадлежит к семейству модальных логик и поэтому в стандартном подходе к ее построению используется наиболее распространенная семантика для модальных логик — семантика Крипке (см.: [Арапова, 2014; Бежанишвили, 2022; Виньков, Фоминых, 2011; Зайцев, 2015; Нечитайлов, 2006; Fagin et al., 2003; Meyer, van der Hoek, 1995]). Что приносит свои плоды: семантика

* Статья подготовлена при поддержке РНФ, проект № 23–18–00695 «Логико-когнитивные модели рассуждений: принципы демаркации нормативного и дескриптивного».

Крипке позволяет пользоваться инструментами общей модальной логики и распространять ее общетеоретические результаты на ее конкретную разновидность – эпистемическую логику.

В частности, одним из примеров успешного применения инструментария модальной логики в эпистемических контекстах – использование логики для прояснения аргументации в философской дискуссии о том, какая именно система эпистемической логики должна соответствовать корректному описанию рассуждений одного агента (см.: [Hintikka, 1962]). Большинство исследователей считают, что такая логика должна располагаться между логиками $S4$ и $S5$; предлагаются и конкретные кандидаты из этого диапазона – $S4.2$, $S4.1$, $S4F$ (см.: [Hendrics, 2005]). Безусловно, исключительно логическими средствами нельзя ответить на вопрос – какая же эпистемическая логика должна считаться правильной, но инструменты общей модальной логики позволяют для многих случаев устанавливать соответствие между эпистемической формулой, которую предлагается принять в качестве закона, и соответствующим классом шкал Крипке. Такой подход позволяет протестировать на соответствие интуиции не только саму аксиомную схему, но и соответствующее ей отношение достижимости.

Инструментарий общей модальной логики оказывается полезным и в других вопросах: техника бисимуляционных игр позволяет сравнивать эпистемические языки по выразительной силе (построение бисимуляции доказывает невыразимость дистрибутивного и общего знания в базовом модальном языке), метод канонических моделей позволяет доказывать теоремы о полноте для различных эпистемических исчислений и т.д.

Однако если не подниматься на уровень общей модальной логики, а сосредоточиться на том, что мы имеем дело не с модальностями вообще, а именно, с эпистемическими модальностями, то стандартная семантика Крипке вызывает целый ряд затруднений содержательного характера. В настоящей статье мы бы хотели сосредоточиться на этих затруднениях, а также рассмотреть возможные альтернативы – семантику структур знания (knowledge structures), предложенную М. Гаттингером [Gattinger, 2018] и синтаксическую эпистемическую логику, предложенную С.Н. Артемовым [Artemov, 2022; Artemov, 2018; Artemov, 2016].

Также мы бы хотели предложить подход к построению эпистемической диаграмматической логики, которую можно рассматривать как реализацию синтаксической эпистемической логики, но в другом синтаксисе.

1. Семантика Крипке для эпистемических сценариев: затруднения

Под *эпистемическим сценарием* мы будем понимать описание ситуации, которое позволяет понять, что известно агенту, а что нет. Например, следующее текстовое описание будет эпистемическим сценарием: «*На полу лежит большая коробка. Ане и Боре известно, что в коробке может лежать кот. Аня на глазах у Бори подошла к коробке и заглянула в нее, но не сказала Боре, что она там увидела*». Из данного описания ситуации мы можем извлечь, что: 1) Аня знает, есть ли в коробке кот; 2) Боря знает, что Аня знает, есть ли в коробке кот; 3) Аня знает, что Боря не знает, что в коробке лежит кот и т.д.

Эпистемический сценарий может явным образом описывать знание или незнание агентов о каком-то факте. Следующее описание ситуации также будет эпистемическим сценарием: «*Пьеро любит Мальвину, но она об этом не знает*». Заметим, что эпистемический сценарий не обязательно является полным описанием ситуации. Последний сценарий, к примеру, ничего не говорит о том, знает ли Пьеро, что Мальвина не знает, что он ее любит.

Построение модели Крипке для эпистемического сценария может оказаться не самым оптимальным вариантом его описания как по количественным параметрам (размер модели), так и по качественным: модель может описывать то, что изначальным сценарием не предполагалось; также в модели могут присутствовать возможные миры, которые не различаются никаким эпистемическим сценарием.

1.1. Семантика Крипке для мультимодальных логик

Рассмотрим семантику Крипке для мультимодальной логики и опишем затруднения, которые вызывает применение этой семантики к описанию эпистемических сценариев.

Определение 1. Зафиксируем Ag – конечное множество агентов, $Prop$ – счетное множество пропозициональных переменных. Моделью Крипке для мультимодальной логики будем называть тройку $M = (W, (R_i)_{i \in Ag}, V)$, где $W \neq \varnothing$, $R_i \subseteq W \times W$, $V : Prop \to \mathcal{P}(W)$.

Определим условия истинности для базового языка, в котором из связок используются только отрицание и конъюнкция, остальные связки будут пониматься как стандартные сокращения.

Определение 2. Определим по индукции истинность формулы относительно модели Крипке и возможного мира из этой модели: $M, w \models p \iff$

$w \in V(p)$, $M, w \models \neg\varphi \iff M, w \not\models \varphi$, $M, w \models \varphi \wedge \psi \iff M, w \models \varphi$ и $M, w \models \psi$, $M, w \models K_i\varphi \iff \forall w'(wR_iw' \Rightarrow M, w' \models \varphi)$.

Мы будем использовать следующие синтаксические сокращения: $\hat{K}_i\varphi := \neg K_i\neg\varphi$, $K_i^?\varphi := K_i\varphi \vee K_i\neg\varphi$. «$\hat{K}_i\varphi$» читается как «*агент i допускает, что φ*», «$K_i^?\varphi$» читается как «*агент i информирован о φ*» (то есть *агент i знает, верно ли φ*).

Также рассмотрим некоторые групповые расширения базового языка эпистемической логики. В частности, модальности дистрибутивного (D_G) и общего знания (C_G) для $G \subseteq Ag$. Опишем условия истинности для групповых модальных операторов.

Определение 3.

- $M, w \models D_G\varphi \iff \forall w'(w(\bigcap\limits_{i \in G} R_i)w' \Rightarrow M, w' \models \varphi)$.
- $M, w \models C_G\varphi \iff \forall w'(w(\bigcup\limits_{i \in G} R_i)^*w' \Rightarrow M, w' \models \varphi)$[1].

1.2. Затруднения

Как нам кажется, применение семантики Крипке к описанию эпистемических сценариев вызывает, по крайней мере, три типа затруднений: 1) «лишние» копии возможных миров в модели, описывающей эпистемический сценарий; 2) комбинаторный «взрыв» при моделировании эпистемического сценария и 3) гиперспецификация формальной моделью изначального эпистемического сценария. Опишем эти затруднения подробнее.

1.3. Затруднение 1: «лишние» копии возможных миров

Под «лишними» копиями возможных миров мы будем подразумевать такие миры, которые не отличаются друг от друга никакой формулой. Семантика Крипке допускает модели с лишними мирами, поскольку миры являются независимыми сущностями по отношению к множеству истинных в мире формул, то есть в модели Крипке могут присутствовать возможные миры, в которых верны одни и те же формулы, но тем не менее формально мы будем иметь дело с разными возможными мирами.

Чтобы проиллюстрировать данное затруднение, рассмотрим следующие модели Крипке (см. рис. 1). Имеем ли мы дело с разными моделями? С одной стороны, да, в модели M – единственный возможный мир, в модели M' – счетное количество возможных миров, эти модели не изоморфны.

[1]Здесь $*$ используется как обозначение для рефлексивного транзитивного замыкания соответствующего отношения.

С другой стороны – нет, поскольку мы не можем сказать, что эти модели выражают различные эпистемические состояния агента, не можем подобрать эпистемический сценарий, который бы различал эти модели. В отмеченных моделях M, x и M', x' будут верны одни и те же формулы, можно сказать, что в случае модели M' мы имеем дело с «лишними» копиями одного и того же мира x'.

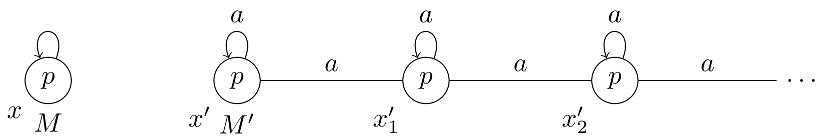


Рис. 1. Модели M и M'. Стрелки, которые получаются по отношению транзитивности, не изображены, но подразумеваются

Кажется, что затруднение, связанное с «лишними» копиями возможных миров, решается достаточно просто: можно работать только с классом модально различимых моделей, то есть моделей, в которых любые миры различаются какой-то формулой. Однако такой вариант решения проблемы приводит к достаточно серьезным затруднениям содержательного характера, если мы перейдем от индивидуального знания к групповому.

Рассмотрим отмеченные модели M_1, x и M'_1, x'. В базовом модальном языке (без групповых операторов) эти модели модально эквивалентны, однако их будет различать формула с модальностью дистрибутивного знания. Но что это значит содержательно? Дистрибутивное знание выражает ту информацию, которую агенты смогут приобрести, обменявшись имеющимися кусочками информации. Но знания агентов a и b в мире x полностью совпадают. Одним из вариантов выхода из этого затруднения может стать рассмотрение отдельной модальности имплицитного знания (см.: [Долгоруков, 2022]). Другой вариант решения связан с заменой семантики Крипке на семантику «структур знания» (см. раздел 2).

Следующие особенности семантики Крипке представляют собой затруднения, для преодоления которых нужен более радикальный пересмотр стандартной семантики.

1.4. Затруднение 2: комбинаторный «взрыв»

Следующее затруднение связано с экспоненциальным ростом сложности модели Крипке при небольшом усложнении эпистемического сценария, такой рост мы будем называть комбинаторным «взрывом». Модель Крипке, которая строится, по текстовому описанию ситуации может оказаться слишком большой, что создает трудности для приложений эпистемической

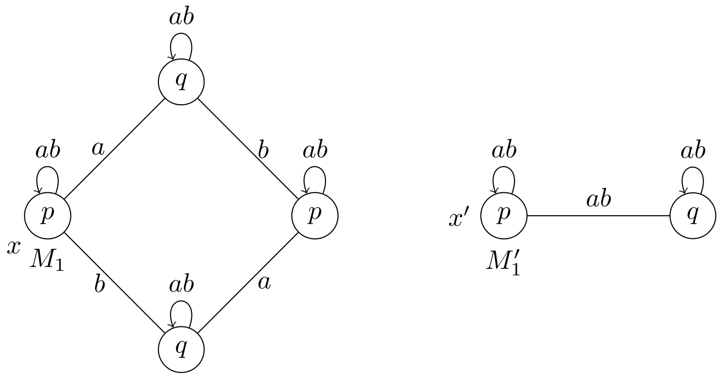


Рис. 2. Модели M_1 и M_1'

логики. В качестве примера рассмотрим известную задачу о чумазых детях: «*Трое детей вернулись с прогулки. Им сообщили, что хотя бы у одного из них чумазый лоб. Если ребенок догадался – чумазый он или нет, то он должен сделать шаг вперед. Через некоторое время каждый ребенок догадался – какой он*». В этой формулировке модель для описания условий оказывается достаточно простой (см. рис. 3). Однако если мы рассмотрим задачу в общем виде для n детей, то для конкретного n модель Крипке может оказаться слишком большой. В частности, при $n = 100$ в модели Крипке для данного эпистемического сценария нужно будет рассмотреть $2^{100} = 1267650600228229401496703205376$ возможных миров, что делает трудным (если невозможным) явное описание этой задачи в общем виде при помощи семантики Крипке, несмотря на то, что текстовое описание задачи о чумазых детях является кратким в силу большой симметрии внутри это задачи. Одному из вариантов решения этой проблемы комбинаторного «взрыва» посвящен раздел 2.

1.5. Затруднение 3: гиперспецификация эпистемического сценария

Рассмотрим следующий эпистемический сценарий: *Монетка упала орлом вверх. Аня видит монетку, Боря не видит монетку.* Какая модель Крипке будет адекватным описанием данного эпистемического сценария? Рассмотрим следующую модель (см. рис. 4). Данная модель является самым простым (с точки зрения количества возможных миров) вариантом описания этого сценария. Пусть p означает, что выпал орел. Действительно, в этой модели, в мире w верно, что $K_a p$ и $\neg K_b p$. Однако в этой модели также верно, что $K_a \neg K_b^? p$. Более того, верно, что $C_{ab}(K_a^? p \wedge K_b^? p)$. Но знание Ани о знании Бори (тем более – общее знание) не было специфицировано

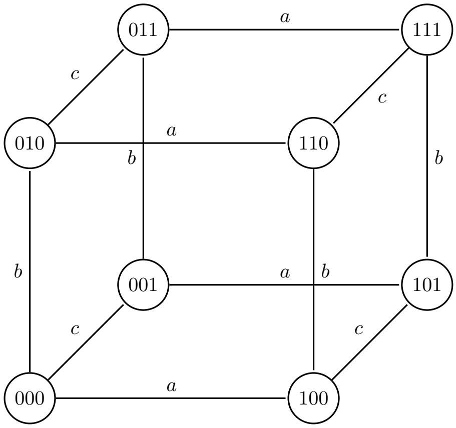


Рис. 3. Модель Крипке для задачи о чумазых детях (при $n = 3$)

в эпистемическом сценарии. Модель Крипке говорит нам больше, чем было изначально описано в сценарии.

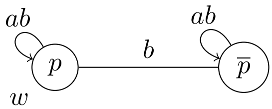


Рис. 4. Модель M_3 для эпистемического сценария «Орел и решка»

Можно описать эту ситуацию и другой моделью, в которой будет неверно, что $K_a \neg K_b^? p$ и, соотвественно, неверно, что $C_{ab}(K_a^? p \wedge K_b^? p)$. Рассмотрим такую модель (см. рис. 5).

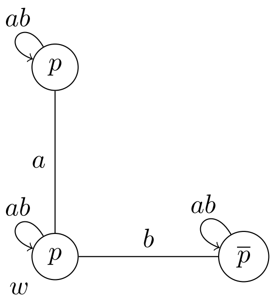


Рис. 5. Модель M_4 для эпистемического сценария «Орел и решка»

Можем ли мы подобрать единственную модель Крипке под данный эпистемический сценарий? Нет, любая модель Крипке будет гиперспецифицировать эпистемический сценарий, поскольку в возможном мире каждая формула будет верной либо нет, а сценарий не обязательно является полным описанием ситуации. Например, эпистемический сценарий про орла и решку не детерминирует, верно ли, что Аня знает, что Боря не видит монету. Проблема состоит не столько в самой семантике Крипке, сколько в интерпретации отношения между предлагаемой моделью и моделируемым эпистемическим сценарием. Одному из вариантов преодоления данного затруднения посвящены разделы 3 и 4.

2. Семантика «структур знания»

Семантика «структур знания» («knowledge structures») была предложена в недавней диссертации М. Гаттингера (см.: [Gattinger, 2018]). Основная мотивация данного подхода состоит в том, чтобы решить проблему комбинаторного взрыва и предложить семантику, которая бы делала эпистемическую логику потенциально пригодной для приложений.

Определение 4. Структурой знания (knowledge structure) будем называть тройку $\mathcal{F} = (V, \theta, O)$, где V – конечное множество пропозициональных переменных, θ – закон состояния (булева формула над переменными из V), $O : Ag \to \mathcal{P}(V)$ – функция, сопоставляющая каждому агенту множество наблюдаемых им переменных.

Заметим, что семантика «структур знания» сразу решает проблему «лишних» копий возможных миров, поскольку миры в данном подходе являются сущностями по отношению к множеству истинных пропозициональных переменных. Множество $s \subseteq V$, удовлетворяющее закону состояния θ будем называть состоянием. Пару $(\mathcal{F}, s)$ будем называть эпизодом (scene).

Определение 5. Пусть $(\mathcal{F}, s)$ – эпизод, определим условия истинности формулы. $\mathcal{F}, s \models \neg\varphi \iff \mathcal{F}, s \not\models \varphi$, $\mathcal{F}, s \models \varphi \wedge \psi \iff \mathcal{F}, s \models \varphi$ и $\mathcal{F}, s \models \psi$, $\mathcal{F}, s \models K_i\varphi \iff \forall t \in S$ т.ч. $s \cap O_i = t \cap O_i$: $\mathcal{F}, t \models \varphi$.

Определим квантификацию по конечному множеству пропозициональных переменных $X = \{p_1, \ldots, p_n\}$. $\forall X\varphi := \forall p_1 \ldots \forall p_n \varphi$, где $\forall p\varphi := \varphi[p \mapsto \top] \wedge \varphi[p \mapsto \bot]^2$.

Определение 6. Пусть $\mathcal{F} = (V, \theta, O)$ – структура знания, φ – эпистемическая формула. Определим *локальный булевский перевод* $||\varphi||_{\mathcal{F}}$ по индукции: $||\top||_{\mathcal{F}} := \top$, $||p||_{\mathcal{F}} := p$, $||\neg\psi||_{\mathcal{F}} := \neg||\psi||_{\mathcal{F}}$, $||\psi \wedge \chi||_{\mathcal{F}} := ||\psi||_{\mathcal{F}} \wedge ||, \chi||_{\mathcal{F}}$, $||K_i\psi||_{\mathcal{F}} := \forall(V \setminus O_i)(\theta \to ||\psi||_{\mathcal{F}})$.

[2]Выражение $\varphi[p \mapsto \top]$ означает одновременную подставновку в формуле φ вместо всех вхождений переменной p константы $\top$ (аналогично для $\bot$).

Утверждается, что данный перевод совпадает с описанием условий истинности формулы: $\mathcal{F}, s \models \varphi \iff s \models ||\varphi||_{\mathcal{F}}$ [Gattinger, 2018, p. 342].

Для того, чтобы продемонстрировать преимущества модели структуры знания перед семантикой Крипке в решении проблемы комбинаторного взрыва, опишем на языке этой модели задачу о чумазых детях. Пусть p_i означает, что i-й ребенок – чумазый, тогда задача о чумазых детях может быть описана с помощью следующей структуры знания: $\mathcal{F} = (V = \{p_1, p_2, p_3\}, \theta = \top, O_1 = \{p_2, p_3\}, O_2 = \{p_1, p_3\}, O_3 = \{p_1, p_2\})$. Множество V говорит нам о том, что мы имеем дело только с тремя переменными, поэтому количество возможных состояний будет ограничено всеми комбинациями истинностных значений этих переменных. Закон состояния $\theta = \top$ говорит о том, что все комбинации истинностных значений переменных возможны. O_1 говорит о том, что первый ребенок следит за истинностью переменных p_2 и p_3, то есть видит всех остальных детей, кроме себя. Можно записать O_i и в общем виде, как $V \setminus \{p_i\}$, то есть i-й ребенок видит всех других детей, кроме себя. Дадим определение обновленной структуре знания.

Определение 7. Пусть $\mathcal{F} = (V, \theta, O)$ – структура знания, φ – формула, тогда $\mathcal{F} = (V, \theta \wedge ||\varphi||_{\mathcal{F}}, O)$ – обновленная структура знания.

Опишем процедуру информационного обновления структуры знания. $\mathcal{F}_1 = (V = \{p_1, p_2, p_3\}, \theta = p_1 \vee p_2 \vee p_3, O_1 = \{p_2, p_3\}, O_2 = \{p_1, p_3\}, O_3 = \{p_1, p_2\})$. Каждый из детей говорит «нет», то есть обновление происходит за счет следующей формулы: $\bigwedge\limits_{i=1}^{3} \neg K_i^? p_i$. Найдем локальный булев перевод формулы в модели $\mathcal{F}_1$. Для этого вычислим переводы для $K_1 p_1$ и $K_1 \neg p_1$. $||K_1 p_1||_{\mathcal{F}_1} = \forall (V \setminus O_1)(\theta_1 \to ||p_1||_{\mathcal{F}_1}) = \forall p_1((p_1 \vee p_2 \vee p_3) \to p_1) = (\top \vee p_2 \vee p_3) \to \top) \wedge (\bot \vee p_2 \vee p_3) \to \bot) = \neg(p_2 \vee p_3)$, $||K_1 \neg p_1||_{\mathcal{F}_1} = \forall (V \setminus O_1)(\theta_1 \to ||\neg p_1||_{\mathcal{F}_1}) = \forall p_1((p_1 \vee p_2 \vee p_3) \to \neg p_1) = (\top \vee p_2 \vee p_3) \to \neg \top) \wedge (\bot \vee p_2 \vee p_3) \to \neg \bot) = \bot$. Следовательно, $||K_1^? p_1||_{\mathcal{F}_1} = p_2 \vee p_3$. Аналогичным образом вычисляется перевод для $K_2^? p_2$ и $K_3^? p_3$. Таким образом, получается, что $||\bigwedge\limits_{i=1}^{3} \neg K_i^? p_i||_{\mathcal{F}_1} = (p_2 \vee p_3) \wedge (p_1 \vee p_3) \wedge (p_1 \vee p_2)$.

Формула (2) говорит, что хотя бы двое детей чумазые. Посчитаем результат следующего обновления: $\theta_2 = \theta_1 \wedge (p_2 \vee p_3) \wedge (p_1 \vee p_3) \wedge (p_1 \vee p_2)$. Заметим, что θ_1 следует из остальной части θ_2, поэтому будем считать, что $\theta_2 = (p_2 \vee p_3) \wedge (p_1 \vee p_3) \wedge (p_1 \vee p_2)$. Определим модель $\mathcal{F}_2 = (V = \{p_1, p_2, p_3\}, \theta_2 = (p_2 \vee p_3) \wedge (p_1 \vee p_3) \wedge (p_1 \vee p_2), O_1 = \{p_2, p_3\}, O_2 = \{p_1, p_3\}, O_3 = \{p_1, p_2\})$. Вычислим булев перевод $||\bigwedge\limits_{i=1}^{3} \neg K_i^? p_i||_{\mathcal{F}_2}$. Найдем перевод для $K_1 p_1$ и $K_1 \neg p_1$.

$||K_1 p_1||_{\mathcal{F}_2} = \forall(V \setminus O_1)(\theta_2 \to ||p_1||_{\mathcal{F}_2}) = \forall p_1(((p_2 \vee p_3) \wedge (p_1 \vee p_3) \wedge (p_1 \vee p_2)) \to p_1) = ((p_2 \vee p_3) \wedge (\top \vee p_3) \wedge (\top \vee p_2)) \to \top) \wedge ((p_2 \vee p_3) \wedge (\bot \vee p_3) \wedge (\bot \vee p_2)) \to \bot) = \neg(p_3 \wedge p_2)$, $||K_1 \neg p_1||_{\mathcal{F}_2} = \forall(V \setminus O_1)(\theta_2 \to ||\neg p_1||_{\mathcal{F}_2}) = \forall p_1(((p_2 \vee p_3) \wedge (p_1 \vee p_3) \wedge (p_1 \vee p_2)) \to \neg p_1) = ((p_2 \vee p_3) \wedge (\top \vee p_3) \wedge (\top \vee p_2)) \to \neg\top) \wedge ((p_2 \vee p_3) \wedge (\bot \vee p_3) \wedge (\bot \vee p_2)) \to \neg\bot) = \neg(p_2 \vee p_3)$. Теперь можем вычислить $||K_1^? p_1||_{\mathcal{F}_2} = (p_3 \wedge p_2) \wedge (p_2 \vee p_3) = p_3 \wedge p_2$. Переводы для $K_2^? p_2$ и $K_3^? p_3$ вычисляются аналогично. Все вместе дает следующий перевод: $||\bigwedge\limits_{i=1}^{3} \neg K_i^? p_i||_{\mathcal{F}_2} = (p_2 \wedge p_3) \wedge (p_1 \wedge p_3) \wedge (p_1 \wedge p_2) = p_1 \wedge p_2 \wedge p_3$. Таким образом, формула говорит о том, что все трое детей чумазые. Закон $\theta_3 = \theta_2 \wedge (p_1 \wedge p_2 \wedge p_3) = p_1 \wedge p_2 \wedge p_3$ совместим только с одним состоянием s.

Заметим, что данный подход можно обобщить и на произвольный случай для n детей. Для этого нужно рассмотреть следующую структуру знаний: $\mathcal{F}_1 = (V = \{p_1, \ldots, p_n\}, \theta_1 = \top, O_1 = V \setminus \{p_1\}, \ldots, O_n = V \setminus \{p_n\})$ и определить новый закон состояния следующим образом: $\theta_{n+1} := \theta_n \wedge ||\bigwedge\limits_{i=1}^{n} \neg K_i^? p_i||_{\mathcal{F}_n}$.

Таким образом, структуры знания позволяют не только элиминировать лишние миры из модели, но и компактным образом описывать эпистемические сценарии, которые требуют слишком больших моделей Крипке.

Выше мы отметили, что «лишние» копии возможных миров в моделях Крипке создают затруднения для адекватной интерпретации дистрибутивного знания. Как эта проблема решается в семантике структур знания? Оказывается, что семантика структур знания позволяет более естественным образом, по сравнению с семантикой Крипке, описывать этот вид знания. Опишем условия истинности для оператора дистрибутивного знания в терминах структур знания: $\mathcal{F}, s \models D_G\varphi \iff \forall t$ из $\mathcal{F} : s \cap O_G = t \cap O_G \Rightarrow \mathcal{F}, t \models \varphi$, где $O_G := \bigcup\limits_{i \in G} O_i$. Заметим, что дистрибутивное знание определяется через объединение имеющейся у агентов информации (объединение множеств наблюдаемых переменных), что лучше согласуется с интуицией по сравнению со стандартным подходом. В семантике Крипке модальность дистрибутивного знания определяется как пересечение отношений достижимости, что создает трудности в случае присутствия в модели «лишних» копий возможных миров.

3. Синтаксическая эпистемическая логика

Если модели структур знания не стремятся модифицировать стандартную семантику Крипке по каким-то концептуальным основаниям, а стремятся предложить более эффективную модель с вычислительной точки зрения, то подход, предлагаемый С.Н. Артемовым, предполагает радикальный пересмотр самих отношений между моделируемым эпистемическим сценарием и его формальным описанием.

Синтаксическая эпистемическая логика подвергает критике не саму семантику Крипке как инструмент анализа эпистемических феноменов, а практику формализации недетерминированных эпистемических сценариев единственной моделью: «*... семантически неопределимые сценарии — "темная материя" эпистемической вселенной: они повсюду, но не могут быть представлены как одна модель*» [Artemov, 2022, p. 59].

Подход, лежащий в основе предлагаемой «синтаксической эпистемической логики», иначе смотрит на переход от текстового описания эпистемического сценария к построению формальной модели. Общепринятый подход в эпистемической логике (и эпистемической теории игр, использующей модели Аумана [Aumann, Brandenburger, 1995]), похожую на модели Крипке конструкцию) предполагает, что мы переходим от эпистемического сценария к единственной модели, а дальше анализируем рассуждения агентов исходя из этой модели. Проблема состоит в том, что несмотря на то, что для описания эпистемического сценария могут подходить несколько различных моделей, мы каким-то образом выбираем из них одну-единственную модель, что неизбежно вносит искажение в описание ситуации, поскольку модель обязательно специфицирует те детали, которых не было в изначальном эпистемическом сценарии.

Синтаксическая эпистемическая логика предлагает следующую процедуру анализа эпистемического сценария. От текстового описания эпистемического сценария мы переходим сначала к синтаксической формализации этого сценария, а затем к классу моделей, который совместим с синтаксической формализацией (или сразу к «гипертеории», которая позволяет описать этот класс моделей).

Нужно отметить, что в настоящий момент финальное построение синтаксической эпистемической логики является открытым вопросом, существуют различные варианты. Рассмотрим некоторые ключевые идеи, представленные в [Artemov, 2014; Artemov, 2016; Artemov, 2022; Artemov, 2018].

Прежде всего, нужно отметить, что возможные миры в синтаксической эпистемической логике не являются независимыми сущностями, как в модели Крипке, а представляют собой множество формул, которое не обязательно является полной теорией[3].

[3] Множество формул Γ будем называть полной теорией, если оно замкнуто по правилу модус поненс и для любой формулы φ верно, что $\Gamma \vdash \varphi$ или $\Gamma \vdash \neg\varphi$. Вывод из гипотез определяется стандартным образом $\Gamma \vdash \varphi$ (здесь имеется в виду стандартная локальная выводимость формулы из множества гипотез в фиксированном исчислении).

Такой подход, во-первых, позволяет решить проблему лишних копий «возможных» миров, а, во-вторых, решить проблему гиперспецификации эпистемического сценария моделью: описывая эпистемический сценарий, в котором, к примеру, агент a знает, что p, мы добавляем в множество гипотез (возможный мир) соответствующую формулу естественного языка: $\Gamma = \{K_a p\}$. Предполагается, что Γ замкнуто относительно одной из эпистемических логик (в стандартном случае $S5_m$), поэтому можно утверждать, что $\Gamma \vdash \varphi$. Но мы не можем вывести из гипотез, что агент b знает, что p: $\Gamma \nvdash K_b p$.

Ключевая особенность рассматриваемого подхода состоит в том, что синтаксическая эпистемическая логика сопоставляет эпистемическому сценарию не одну модель Крипке, а класс таких моделей. Данный класс можно попытаться описать при помощи одной модели, которая будет подмоделью предлагаемых моделей Крипке. Такая модель будет называться «гипертеорией». Рассмотрим соответствующие определения.

Определение 8. Гипертеорией называется тройка $\mathcal{H} = (W, (R_i)_{i \in Ag}, \mathcal{T})$, где $(W, (R_i)_{i \in Ag})$ – шкала Крипке, $\mathcal{T}$ – функция, которая каждому миру сопоставляет множество формул (T_w).

Определение 9. Моделью гипертеории $\mathcal{H}$ называется модель Крипке $(W', (R'_i)_{i \in Ag}, V)$, которая удовлетворяет следующим условиям: 1) $W \subseteq W'$; 2) для всех $i \in Ag$: $R_i \subseteq R'_i$; 3) для всех $w \in W'$: $M, w \models \mathcal{T}_w$.

То есть модель Крипке является моделью гипертеории, если шкала Крипке расширяет шкалу гипертеории; множество формул, определяемое функцией T, выполняется в соответствующем мире модели Крипке. Интуитивно можно понимать модель гипертеории как один из вариантов спецификации эпистемического сценария, который доопределяет все то, о чем эпистемический сценарий умалчивает.

Определим условия истинности формулы в гипертеории.

Определение 10. $\mathcal{H}, w \models \varphi$ е.т.е. $M, w \models \varphi$ для каждой M, которая является моделью $\mathcal{H}$.

Такое определение позволяет преодолеть затруднение, связанное с гиперспецификацией моделью эпистемического сценария, поскольку требуется, чтоб формула была верна не в одной модели Крипке, а во всех моделях, совместимых с данным эпистемическим сценарием.

Для иллюстрации рассмотрим гипертеорию для эпистемического сценария из примера «Орел и решка» (см. рис. 6). Формулы, которые записаны внутри возможного мира, являются множествами формул, которые функция $\mathcal{T}$ сопоставляет этому возможному миру.

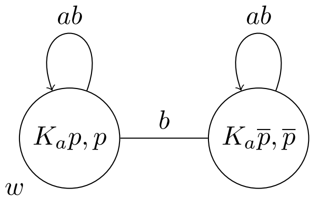


Рис. 6. Гипертеория для сценария «Орел и решка»

Как будут выглядеть модели этой гипертеории? Заметим, что моделями данной гипертеории будут две рассмотренные нами ранее модели M_3 (см. рис. 4) и M_4 (см. рис. 5). Также рассмотрим еще одну модель этой гипертеории, модель M_5 (см. рис. 7).

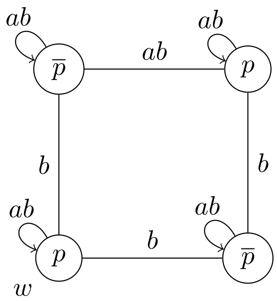


Рис. 7. Модель M_5 для эпистемического сценария «Орел и решка»

Каким образом данная гипертеория решает проблему гиперспецификации при описании эпистемического сценария «Орел и решка»? Заметим, что рассматриваемая гипертеория не специфицирует метазнание a о том, что b не знает, что p, поскольку $\mathcal{H}, w \not\models K_a \neg K_b p$. Данное утверждение опровергается в гипертеории, поскольку оно опровергается в одной из ее моделей, а именно в $M_4, w \not\models K_a \neg K_b p$.

4. Диаграмматическая эпистемическая логика

В данном разделе мы предложим подход, который в определенном смысле развивает идею синтаксической эпистемической логики, но реализует ее другими синтаксическими средствами, а именно средствами диаграмматической логики.

Существуют различные варианты диаграмматической логики, в том числе и диаграмматические аналоги модальных логик[4]. Задача предлага-

[4]Ключевая конструкция модальной диаграмматической логики – пунктирный разрез, который соответствует сочетанию модальности возможности и отрицания «$\Diamond\neg\varphi$». Моди-

емого мультиагентного эпистемического расширения диаграмматической логики состоит в том, чтобы, с одной стороны, более компактно представлять эпистемические сценарии, а с другой стороны – описывать недетерминированные эпистемические сценарии, избегая гиперспецификации.

Таким образом, синтаксическая эпистемическая логика предлагает решение для затруднения, связанного с гиперспецификацией моделью первоначального эпистемического сценария, позволяет решить проблему «лишних» возможных миров и частично решает проблему комбинаторного взрыва за счет того, что возможному миру в гипертеории приписывается множество формул, а не оценка только пропозициональных переменных.

4.1. Диаграмматическая логика

Диаграмматическая логика была предложена Ч.-С. Пирсом (см.: [Боброва, 2017; Pietarinen, 2006; Hammer, 2001]) и представляет собой графический язык для описания утверждений. Рассмотрим базовые конструкции диаграмматической логики. Одновременное размещение двух графов соответсвует конъюнкции X и Y и будет записываться как на рис. 8.1. Разрез соответсвует отрицанию: высказывание «X и не-Y» будет записываться на языке диаграмматической логики как на рис. 8.2. Как известно, набор связок, состоящий из конъюнкции и отрицания, позволяет выразить любые другие связки. Например, «X влечет Y» и «X или Y» можно записать, как на рис. 8.3 и 8.4, соответственно.

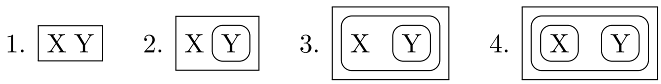


Рис. 8. Высказывания $X \wedge Y$, $X \wedge \neg Y$, $X \to Y$, $X \vee Y$ на языке диаграмматической логики

Определим правила диаграмматической логики, которые будут соответствовать классической логике высказываний.

1. Правило размещения графа в нечетной[5]области: *Любой граф может быть размещен в нечетной области.* Например, мы можем добавить к графу X, находящемуся в нечетной области, граф Y (см. рис. 9.1).

фикация правил позволяет получить все 15 традиционных модальных логик (см.: [Ma, Pietarinen, 2018; Pietarinen, 2006]). Мы бы хотели предложить иной вариант представления модальностей, который, как нам кажется, является более удобным для представления ключевой конструкции для эпистемической логики – мультиагентного метазнания.

[5] Будем называть область графа четной (нечетной), если она находится внутри четного (нечетного) количества разрезов.

2. Правило элиминации графа из четной области: *Если граф находится в четной области, то он может быть стерт.* Например, мы можем стереть граф Y, поскольку он находится в четной области (см. рис. 9.2).

3. Правило итерации: *Любой граф может быть размещен повторно на самом листе или во вложении.* Например, мы можем несколько раз итерировать граф X – добавим его на сам лист утверждений, а также во все вложения (см. рис. 9.3).

4. Правило деитерации: *Повторное размещение графа на листе или во вложении может быть удалено.* Например, мы можем убрать все копии графа X во вложениях, а также вторую копию на самом листе (см. рис. 9.4).

5. Правило двойного разреза: *Любой граф может быть окружен двойным разрезом. Также двойной разрез может быть элиминирован* (см. рис. 9.5).

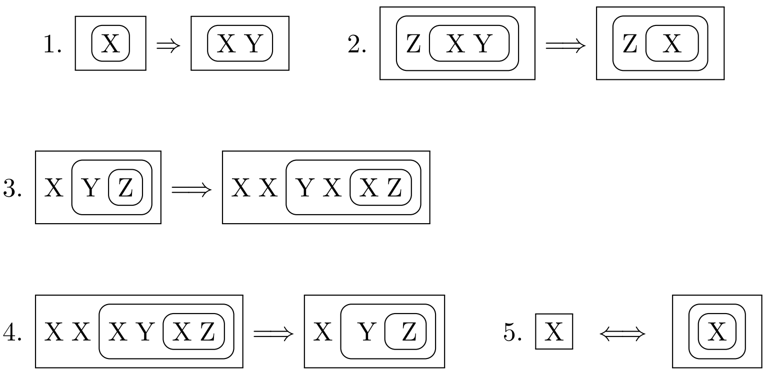


Рис. 9. Правила диаграмматической логики

4.2. Эпистемические расширения диаграмматической логики

Расширим язык диаграмматической логики за счет эпистемических конструкций. Добавим в язык имена агентов: a, b, c и т.д. и стрелочку. Стрелочка от агента к графу будет означать, что агент знает, что высказывание, выражаемое графом, имеет место. Опишем базовые эпистемические сценарии на языке эпистемической диаграмматической логики: 1) «агент a знает, что p», 2) «агент a знает, что не-p», 3) «агент a не знает, что p» и 4) «агент a допускает, что p» (см. рис. 10).

1. $a \longrightarrow p$ 2. $a \longrightarrow \boxed{p}$ 3. $\boxed{a \longrightarrow p}$ 4. $\boxed{a \longrightarrow \boxed{p}}$

Рис. 10. Базовые конструкции эпистемической диаграмматической логики. Границы листов утверждений не изображены

Также эпистемическая диаграмматическая логика позволяет выражать метазнание. Стрелочка может исходить из множества агентов. Такой граф будет означать, что каждый из агентов множества по отдельности знает, что граф, в который направлена стрелочка, верен. Рассмотрим следующий эпистемический сценарий: *«Агент a знает, что агент b знает, что p и агент c знает, что агент b знает, что p»*. Данный сценарий моделируется в эпистемической диаграмматической логике, как на рис. 11.

$$ac \longrightarrow b \longrightarrow p$$

Рис. 11. Представление метазнания в эпистемической диаграмматической логике. Границы листов утверждений не изображены

Продемонстрируем, что рассматриваемое эпистемическое расширение диаграмматической логики Пирса позволяет вводить правила, за счет которых можно получать разные дедуктивные системы для мультиагентных эпистемических логик.

Для того, чтобы получить диаграмматический вариант логики K_m, нужно к базовой диаграмматической логике добавить следующее правило вывода:

$$\boxed{X_1 \ \dots \ X_n \ \boxed{Y}} \ \Rightarrow \boxed{a \longrightarrow X_1 \ \dots \ a \longrightarrow X_n \ \boxed{a \longrightarrow Y}}$$

Рис. 12. Правило диаграмматической логики, соответствующее модальной логике K_m. Границы листов утверждений не изображены

В качестве примера покажем, как правила диаграмматической логики позволяют вывести схему B из схем $KT5$ ($S5$): 1) рассмотрим подстановочный случай аксиомной схемы T, 2) элиминируем двойной разрез, 3) добавляем в область утверждений аксиомную схему 5, 4) перемещаем левый граф внутрь правого (последовательно применяем итерацию и элиминацию из четной области), 5) применяем деитерацию в левом графе, 6) элиминируем граф из четной области, 7) элиминируем двойной разрез (см. рис. 14).

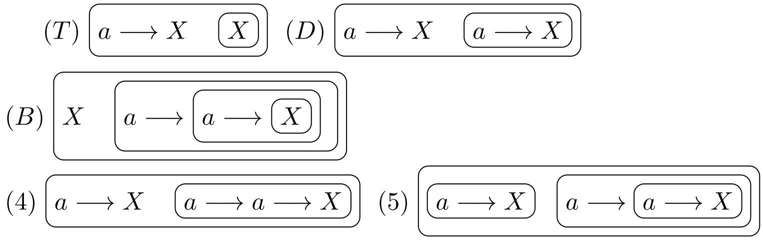


Рис. 13. Аксиомные схемы диаграмматической эпистемической логики, соответсвующие аксиомным схемам (T), (D), (B), (4), (5). Границы листов утверждений не изображены

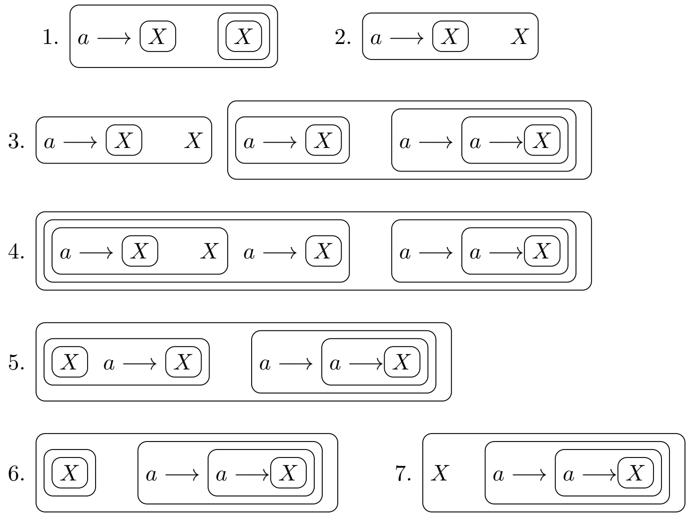


Рис. 14. Вывод аксиомой схемы B из схем KT5 в эпистемической диаграмматической логике

4.3. Эпистемическая диаграмматическая логика для недетерминированных сценариев

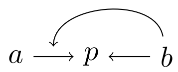
В предыдущих примерах мы рассматривали детерминированные сценарии, но эпистемическая диаграмматическая логика позволяет описывать и недетерминированные сценарии. Добавим в язык явное отрицание стрелки. Такая конструкция будет выражать, что агент a не знает, что X верно.

Заметим, что в эпистемической диаграмматической логике для недетерминированных сценариев отрицание стрелки не равно отсутствию стрелки. Рассмотрим следующий граф:

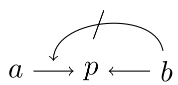
$$a \longrightarrow p \longleftarrow b$$

Данный граф описывает эпистемический сценарий из примера «Орел и решка» (см. затруднение 3). Данная модель не детерминирует, что: 1) «b знает, что a знает, что p» и не детерминирует, что 2) «b не знает, что a знает, что p», поскольку отсутствует и стрелка, и ее отрицание.

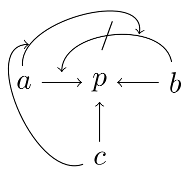
Если бы мы хотели детерминировать первый подсценарий, то ему бы соответствовал следующий граф:



А второму подсценарию – следующий граф:



Эпистемическая диаграмматическая логика за счет использования метастрелок позволяет описывать и более сложные эпистемические сценарии:



Данный эпистемический сценарий предполагает, что каждый из агентов a, b и c знает, что p, но b не знает, что a знает, что p. Также a знает, что b не знает, что a знает, что p и c знает, что a знает, что b не знает, что a знает, что p. Все остальное в данном сценарии не детерминировано.

Таким образом, синтаксическая стратегия описания недетерминированных эпистемических сценариев может быть успешным образом реализована посредством обогащения языка диаграмматической логики конструкциями, явно выражающими знание и незнание агента о каком-либо утверждении. Открытым является вопрос о наборе правил эпистемической диаграмматической логики для недетерминированных сценариев, о правилах построения модели Крипке для диаграмматического представления эпистемического сценария и др.

Заключение

Итак, мы рассмотрели затруднения, которые вызывает семантика Крипке применительно к анализу эпистемических сценариев: затруднение 1: «лишние» копии возможных миров; затруднение 2: комбинаторный «взрыв» (экспоненциальный рост модели); затруднение 3: гиперспецификация эпистемического сценария. А также рассмотрели три подхода к построению эпистемической логики, которые являются альтернативными по отношению к семантике Крипке и пытаются преодолеть хотя бы одно из рассматриваемых затруднений: семантика структур знания (стремится преодолеть затруднение 2, также решает затруднение 1, не решает затруднение 3); синтаксическая эпистемическая логика (стремится преодолеть затруднение 3, также решает затруднение 1 и отчасти затруднение 2); диаграмматическая эпистемическая логика (стремится преодолеть затруднение 3, также отчасти решает затруднение 1 и затруднение 2).

Однако существует множество других подходов к моделированию эпистемических сценариев, которые остались за пределами настоящей статьи, но также заслуживают внимания. Перечислим некоторые из них: многозначные эпистемические логики [Dubois, 2012; Santos, 2020; Kubyshkina, Zaitsev, 2016; Petrukhin, 2021], эпистемический анализ в теории игр на основе структур Р. Ауманна [Aumann, Brandenburger, 1995; Aumann, 1999], графовые модели для эпистемических сценариев [Новиков, Чхартишвили, 2022; Fedyanin, 2019], логики свидетельств [Artemov, 2019], интуиционистская эпистемическая логика [Artemov, Protopopescu, 2016; Павлова, 2022], топологическая семантика для доксастическо-эпистемической логики [Baltag et al., 2019; Bjorndahl, Özgün, 2020] и др.

Таким образом, в настоящее время поиск «идеальной» эпистемической логики продолжается уже не только на уровне обсуждения «той самой правильной» дедуктивной системы ($S4$, $S5$, $S4.2$, $S4.2$ и пр.), адекватным образом моделирующей рассуждения агента, но и на уровне пересмотра самих принципов перехода от моделируемого эпистемического сценария к его формальной репрезентации.

Литература

Арапова, 2014 – *Арапова Г.В.* Вопросы эпистемической интерпретации модальных логик // Философские науки. 2014. № 9. С. 907–911.

Боброва, 2017 – *Боброва А.С.* Логическая теория, построенная геометрическим образом // Логико-философские штудии. 2017. Т. 15. № 1. С. 28–43.

Бежанишвили, 2022 – *Бежанишвили М.Н.* Логика модальностей знания и мнения. М.: УРСС, 2022. 288 с.

Виньков, Фоминых, 2011 – *Виньков М.М., Фоминых И.Б.* Рассуждения о знаниях и проблема логического всеведения. Часть I. Модальный подход // Искусственный интеллект и принятие решений. 2011. № 4. С. 3–13.

Долгоруков, 2022 – *Долгоруков В.В.* О трудностях определения имплицитного знания группы // Логические исследования. 2022. Т. 28. № 1. С. 9–26.

Зайцев, 2015 – *Зайцев Д.В.* Моделирование диалога с публичными объявлениями // Логические исследования. 2015. Т. 21. № 1. С. 155—166.

Нечитайлов, 2006 – *Нечитайлов Ю.В.* К разнообразию представления ментальных свойств агентов в эпистемической логике // Логико-философские штудии. 2006. № 4. С. 23–30.

Новиков, Чхартишвили, 2022 – *Новиков Д.А., Чхартишвили А.Г.* Рефлексия и управление: математические модели. М.: URSS, 2022. 416 с.

Павлова, 2022 – *Павлова А.М.* Знание и его динамика в интуиционистской логике // Философский журнал. 2022. Т. 15. № 3. С. 113–124.

Пиетаринен 2015 – *Пиетаринен А.В.* Экзистенциальные графы. К вопросу и диаграмматической логике познания // Логико-философские штудии. 2015. Т. 12. № 2. С. 39–64.

Artemov, 2014 – *Artemov S.* On Definitive Solutions of Strategic Games / Johan van Benthem on Logic and Information Dynamics. Cham: Springer, 2014. P. 487–507.

Artemov, 2016 – *Artemov S.* Knowing the Model. URL: `https://doi.org/10.48550/arXiv.1610.04955` (дата обращения: 04.12.2023).

Artemov, 2019 – *Artemov S., Fitting M.* Justification Logic: Reasoning with Reasons. New York: Cambridge University Press, 2019. 268 p.

Artemov, 2022 – *Artemov S.* Towards Syntactic Epistemic Logic // Fundamenta Informaticae. 2022. Vol. 186. No. 1–4. P. 45–62.

Artemov, 2018 – *Artemov S.* Hyperderivations. The Hausdorff Trimester Program: Types, Sets and Constructions, Hausdorff Center for Mathematics, Bonn, 2018, URL: `https://www.youtube.com/watch?v=kytYAi6Ln7U` (дата обращения: 04.12.2023).

Artemov, Protopopescu, 2016 – *Artemov A., Protopopescu T.* Intuitionistic Epistemic Logic // The Review of Symbolic Logic. 2016. Vol. 9. No. 2. P. 266–298.

Aumann, 1999 – *Aumann R.* Interactive epistemology I: Knowledge // International Journal of Game Theory. 1999. Vol. 28. No. 3. P. 263–300.

Aumann, Brandenburger, 1995 – *Aumann R., Brandenburger A.* Epistemic Conditions for Nash Equilibrium // Econometrica. 1995. Vol. 63. No. 5. P. 1161–1180.

Baltag et al., 2019 – *Baltag A., Bezhanishvili N., Özgün A., Smets S.* A Topological Approach to Full Belief // Journal of Philosophical Logic. 2019. Vol. 48. Is. 2. P. 205–244.

Bjorndahl, Özgün, 2020 – *Bjorndahl A., Özgün A.* Logic and Topology for Knowledge, Knowability, and Belief // The Review of Symbolic Logic. 2020. Vol. 13. No. 4. P. 748–775.

Dubois, 2012 – *Dubois D.* Reasoning about ignorance and contradiction: Many-valued logics versus epistemic logic // Soft Computing. 2012. Vol. 16. No. 11. P. 1817–1831.

Fagin et al., 2003 – *Fagin R., Halpern J., Vardi Y.* Reasoning about Knowledge. Cambridge MA: MIT Press, 2003. 544 p.

Fedyanin, 2019 – *Fedyanin D.* Epistemic Planning in Network Muddy Children Puzzle // Одиннадцатые Смирновские чтения по логике: материалы Международной научной конференции, 19–21 июня 2019, г. Москва. М.: Современные тетради, 2019. P. 87–89.

Gattinger, 2018 – *Gattinger M.* New directions in model checking dynamic epistemic logic. 2018, URL: `https://malv.in/phdthesis/gattinger-thesis.pdf` (дата обращения: 04.12.2023).

Hammer, 2001 – *Hammer E.M.* Diagrammatic Logic // Handbook of Philosophical Logic / Eds. Gabbay, D.M., Guenthner, F. Vol. 4. Dordrecht: Springer, 2001. P. 395–422.

Hendrics, 2005 – *Hendrics V.* Mainstream and Formal Epistemology. Cambridge: Cambridge University Press, 2005. 202 p.

Hintikka, 1962 – *Hintikka J.* Knowledge and belief. An introduction to the logic of the two notions. Ithaca: Cornell University Press, 1962. 179 p.

Kubyshkina, Zaitsev, 2016 – *Kubyshkina E., Zaitsev D.V.* Rational Agency from a Truth-Functional Perspective // Logic and Logical Philosophy. 2016. Vol. 25. No. 4. P. 499–520.

Ma, Pietarinen, 2018 – *Ma M., Pietarinen A.-V.* Gamma Graph Calculi for Modal Logics // Synthese. 2018. Vol. 195. P. 3621–3650.

Meyer, van der Hoek, 1995 – *Meyer J.-J., van der Hoek W.* Epistemic Logic for Computer Science and Artificial Intelligence. Cambridge: Cambridge University Press, 1995. 372 p.

Petrukhin, 2021 – *Petrukhin Y.* The Logic of Internal Rational Agent // The Australasian Journal of Logic. 2021. Vol. 18. No. 2. P. 29–50.

Pietarinen, 2006 – *Pietarinen A.-V.* Peirce's Contributions to Possible-Worlds Semantics // Studia Logica. 2006. Vol. 82. No. 3. P. 345–369.

Santos, 2020 – *Santos Y.D.* A Four-Valued Dynamic Epistemic Logic // Journal of Logic, Language and Information. 2020. Vol. 29. No. 4. P. 451–489.

Altenatives to Kripke semantics for epistemic logic

Vitaliy V. Dolgorukov
National Research University Higher Scool of Economics,
21/4 Staraya Basmannaya, Moscow, 105066, Russian Federation.
E-mail: vdolgorukov@hse.ru

Abstract: The article discusses the difficulties that are caused by the use of standard Kripke semantics for the analysis of epistemic scenarios: the presence in the model of possible worlds that are indistinguishable by any formula; combinatorial explosion (exponential growth of the set of possible worlds); overspecification of the initial epistemic scenario by the proposed model. Alternative options for constructing epistemic logic that seek to overcome these difficulties are considered: semantics of knowledge structures and syntactic epistemic logic; an approach to constructing diagrammatic epistemic logic is also proposed.

Keywords: epistemic logic, modal logic, Kripke semantics, diagrammatic logic

For citation: Dolgorukov V.V. "Al'ternativy semantike Kripke dlya epistemicheskoi logiki" [Altenatives to Kripke semantics for epistemic logic], *Logicheskie Issledovaniya / Logical Investigations*, 2024, Vol. 30, No. 1, pp. 62–85. DOI: 10.21146/2074-1472-2024-30-1-62-85 (In Russian)

Acknowledgements. The research was supported by the Russian Science Foundation, project № 23–18–00695 "Logical-cognitive models of reasoning: principles of demarcation of normative and descriptive".

References

Arapova, 2014 – Arapova, G.V "Voprosy epistemicheskoj interpretacii modal'nyh logik" [Questions of epistemic interpretation of modal logics], *Filosofskie nauki*, 2014, No. 9, pp. 907–911. (In Russian)

Artemov, 2014 – Artemov, S. "On Definitive Solutions of Strategic Games", in: *Johan van Benthem on Logic and Information Dynamics*. Cham: Springer, 2014, pp. 487–507.

Artemov, 2016 – Artemov, S. "Knowing the Model". [https://doi.org/10.48550/arXiv.1610.04955, accessed on 01.04.2024].

Artemov, 2019 – Artemov, S., Fitting, M. *Justification Logic: Reasoning with Reasons*. New York: Cambridge University Press, 2019. 268 pp.

Artemov, 2022 – Artemov, S. "Towards Syntactic Epistemic Logic", *Fundamenta Informaticae*, 2022, Vol. 186, No. 1–4, pp. 45–62.

Artemov, 2018 – Artemov, S. Hyperderivations. The Hausdorff Trimester Program: Types, Sets and Constructions, Hausdorff Center for Mathematics, Bonn, 2018 [https://www.youtube.com/watch?v=kytYAi6Ln7U, accessed on 01.04.2024].

Artemov, Protopopescu, 2016 – Artemov, S., Protopopescu, T. "Intuitionistic Epistemic Logic", *The Review of Symbolic Logic*, 2016, Vol. 9, No. 2, pp. 266–298.

Aumann, 1999 – Aumann, R. "Interactive epistemology I: Knowledge", *International Journal of Game Theory*, 1999, Vol. 28, No. 3, pp. 263–300.

Aumann, Brandenburger, 1995 – Aumann, R., Brandenburger, A. "Epistemic Conditions for Nash Equilibrium", *Econometrica*, 1995, Vol. 63, No. 5, pp. 1161–1180.

Baltag et al., 2019 – Baltag, A., Bezhanishvili, N., Özgün, A., Smets, S. "A Topological Approach to Full Belief", *Journal of Philosophical Logic*, 2019, Vol. 48, Is. 2, pp. 205–244.

Bezhanishvilli, 2022 – Bezhanishvilli, M.N. *Logika modal'nostej znaniya i mneniya* [The logic of the modalities of knowledge and opinion]. M.: URSS, 2022. 288 pp. (In Russian)

Bjorndahl, Özgün, 2020 – Bjorndahl, A., Özgün, A. "Logic and Topology for Knowledge, Knowability, and Belief', *The Review of Symbolic Logic*, 2020, Vol. 13, No. 4, pp. 748–775.

Bobrova, 2017 – Bobrova, A. S. "Logicheskaya teoriya, postroennaya geometricheskim obrazom" [A logical theory constructed geometrically], *Logiko-filosofskie shtudii*, 2017, Vol. 15, No. 1, pp. 28–43. (In Russian)

Dolgorukov, 2022 – Dolgorukov, V. "O trudnostyah opredeleniya implicitnogo znaniya gruppy" [On the difficulties of defining the implicit knowledge of the group], *Logical Investigations*, 2022, Vol. 28, No. 1, pp. 9–26. (In Russian)

Dubois, 2012 – Dubois, D. "Reasoning about ignorance and contradiction: Many-valued logics versus epistemic logic', *Soft Computing*, 2012, Vol. 16, No. 11, pp. 1817–1831.

Fagin et al., 2003 – Fagin, R., Halpern, J., Vardi, Y. *Reasoning about Knowledge*. Cambridge MA: MIT Press, 2003. 544 pp.

Fedyanin, 2019 – Fedyanin, D. "Epistemic Planning in Network Muddy Children Puzzle", in: *Odinnadcatye Smirnovskie chteniya po logike: materialy Mezhdunarodnoj nauchnoj konferencii, 19–21 iyunya 2019, g. Moskva*, M.: Sovremennye tetradi, 2019, pp. 87–89.

Gattinger, 2018 – Gattinger, M. "New directions in model checking dynamic epistemic logic". 2018. [https://malv.in/phdthesis/gattinger-thesis.pdf, accessed on 01.04.2024].

Hammer, 2001 – Hammer, E.M. "Diagrammatic Logic" in: *Handbook of Philosophical Logic*, eds. by D.M. Gabbay, F. Guenthner. Vol. 4. Dordrecht: Springer, 2001, pp. 395–422.

Hendrics, 2005 – Hendrics, V. *Mainstream and Formal Epistemology.* Cambridge: Cambridge University Press, 2005. 202 pp.

Hintikka, 1962 – Hintikka, J. *Knowledge and belief. An introduction to the logic of the two notions.* Ithaca: Cornell University Press, 1962. 179 pp.

Kubyshkina, Zaitsev, 2016 – Kubyshkina, E., Zaitsev, D.V., "Rational Agency from a Truth-Functional Perspective", *Logic and Logical Philosophy*, 2016, Vol. 25, No. 4, pp. 499–520.

Ma, Pietarinen, 2018 – Ma, M., Pietarinen A.-V. "Gamma Graph Calculi for Modal Logics", *Synthese*, 2018, Vol. 195, pp. 3621–3650.

Meyer, van der Hoek, 1995 – Meyer, J.-J., van der Hoek, W. *Epistemic Logic for Computer Science and Artificial Intelligence*. Cambridge: Cambridge University Press, 1995. 372 pp.

Nechytaulov, 2006 – Nechitajlov, Y.V. "K raznoobraziyu predstavleniya mental'nyh svojstv agentov v epistemicheskoj logike" [Towards a variety of representations of the mental properties of agents in epistemic logic], *Logiko-filosofskie shtudii*, 2006, No. 4, pp. 23–30. (In Russian)

Novikov, Chkhartishvili, 2022 – Novikov, D.A., Chkhartishvili, A.G. *Refleksiya i upravlenie: matematicheskie modeli* [Reflection and management: mathematical models]. M.: URSS, 2022. 416 p. (In Russian)

Pavlova, 2022 – Pavlova, A.M. "Znanie i ego dinamika v intuitsionistskoi logike" [Knowledge and its dynamics in intuitionistic logic], *Philosophy Journal*, 2022, Vol. 15, No. 3, pp. 113–124. (In Russian)

Petrukhin, 2021 – Petrukhin, Y. "The Logic of Internal Rational Agent', *The Australasian Journal of Logic*, 2021, Vol. 18, No. 2, pp. 29–50.

Pietarinen, 2006 – Pietarinen, A.-V. "Peirce's Contributions to Possible-Worlds Semantics", *Studia Logica*, 2006, Vol. 82, No. 3, pp. 345–369.

Pietarinen, 2015 – Pietarinen, A.V. "Ekzistencial'nye grafy. K voprosu i diagrammaticheskoj logike poznaniya" [Existential graphs. On the question and the diagrammatic logic of cognition], *Logiko-filosofskie shtudii*, 2015. Vol. 12, No. 2, pp. 39–64. (In Russian)

Santos, 2020 – Santos, Y.D., "A Four-Valued Dynamic Epistemic Logic", *Journal of Logic, Language and Information*, 2020, Vol. 29, No. 4, pp. 451–489.

Vin'kov, Fominykh, 2011 – Vin'kov, M.M., Fominykh, I.B. "Rassuzhdeniya o znaniyah i problema logicheskogo vsevedeniya. Chast' I. Modal'nyj podhod" [Reasoning about knowledge and the problem of logical omniscience. Part I. The modal approach], *Iskusstvennyj intellekt i prinyatie reshenij*, 2011, No. 4, pp. 3–13. (In Russian)

Zaitsev, 2015 – Zaitsev, D.V. "Modelirovanie dialoga s publichnymi ob'yavleniyami" [Modeling a dialogue with public announcements], *Logical Investigations*, 2015, Vol. 21, No. 1, pp. 155–166. (In Russian)

Логические исследования
2024. Т. 30. № 1. С. 86–103
УДК 16

Logical Investigations
2024, Vol. 30, No. 1, pp. 86–103
DOI: 10.21146/2074-1472-2024-30-1-86-103

Теория и практика аргументации
Theory and Practice of Argumentation

К.Г. Фролов

Формальные модели мета-аргументации и объективации дискуссий*

Константин Геннадьевич Фролов
Институт философии РАН.
Российская Федерация, 109240, г. Москва, ул. Гончарная, д. 12, стр. 1.
Санкт-Петербургский государственный университет.
Российская Федерация, 199034, г. Санкт-Петербург, Менделеевская линия, д. 5.
E-mail: kgfrolov@hse.ru

Аннотация: В статье представлено решение проблемы объективации дискуссий, которая ранее была сформулирована И.В. Берестовым. Под «объективацией» дискуссии понимается возможность использовать сложную структуру аргументации, состоящую из множества аргументов с определенным на нем отношением атаки, в качестве молекулярного аргумента в пользу или против некоторого тезиса. Проблема заключается в том, что при традиционном дунговском подходе к моделированию структуры аргументации в состав молекулярных аргументов могут входить лишь атомы, между которыми нет отношения атаки, что не позволяет собрать всю дискуссию в единый молекулярный аргумент. Мы показываем, как эта проблема может быть решена в рамках подхода Д. Габбая к моделированию мета-аргументации, в рамках которого всякое отношение атаки может быть «объективировано» путем введения в структуру графа дополнительных вершин.

Ключевые слова: аргументация, мета-аргументация, абстрактная структура аргументации, расширенная структура аргументации, предпочтительное расширение, объективация дискуссий

Для цитирования: *Фролов К.Г.* Формальные модели мета-аргументации и объективации дискуссий // Логические исследования / Logical Investigations. 2024. Т. 30. № 1. С. 86–103. DOI: 10.21146/2074-1472-2024-30-1-86-103

* Исследование проводится при финансовой поддержке РНФ, проект № 20-18-00158 «Формальная философия аргументации и комплексная методология поиска и отбора решений спора», реализуемый в Санкт-Петербургском государственном университете.

Введение

Всякое моделирование как метод познания предполагает абстрагирование, отвлечение от деталей моделируемого явления с тем, чтобы сфокусировать внимание на отдельных его аспектах и добиться того, чтобы связь между этими аспектами, выступающими в качестве предмета исследования, была устойчивой и при этом поддающейся формализации. Разнообразие путей абстрагирования ведет к разнообразию способов моделирования одного и того же явления. Не являются здесь исключением и аргументативные практики как предмет формализованного анализа.

Существует множество различных подходов к их изучению и моделированию, каждый из которых по-своему решает задачу выявления существенного и второстепенного в предмете своего исследования.

Во-первых, в зависимости от подхода по-разному могут трактоваться базовые структурные элементы аргументации, то есть то, что мы, собственно, признаем в качестве аргументов. В качестве таковых могут выступать как отдельные суждения (доводы), так и связные последовательности суждений, где в каждой из таких последовательностей можно выделить положение, выполняющее особую функциональную роль — роль заключения, тогда как остальные элементы последовательности играют роль посылок.

Во-вторых, по-разному могут определяться связи как внутри отдельных аргументов, так и между ними. Эти связи могут быть как строго логическими, то есть основанными на отношении логического следования, так и нелогическими, то есть не предполагающими никакой аподиктичности и нацеленными не на сохранение истинности на протяжении рассуждения, а на достижение иных целей аргументации как коммуникативной практики, таких как убеждение, склонение к действию и др.

Наконец, по-разному может оцениваться влияние прагматических аспектов аргументации. Как правило, основными аспектами прагматического контекста здесь выступают фигуры пропонента и оппонента со всеми их релевантными особенностями — целями, преследуемыми в рамках практики аргументации, исповедуемыми ценностями, предпочтениями и проч. Другим возможным элементом прагматического контекста может быть совокупность релевантных характеристик аудитории, воспринимающей и оценивающей представленную в ходе дискуссии аргументацию. В случае одних подходов к моделированию аргументации, эти аспекты рассматриваются в качестве существенных, тогда как в рамках других подходов они игнорируются.

В рамках данного исследования мы будем следовать одному из наиболее классических подходов к моделированию аргументации — абстрактному подходу к структуре аргументации П. Дунга. В рамках этого подхода выбор между обозначенными выше альтернативами осуществляется следующим образом.

В отношении трактовки отдельного аргумента как базового элемента моделируемой структуры аргументации Дунг придерживается атомистичного взгляда: «Аргумент — это некая абстрактная сущность, чья роль определяется исключительно ее отношениями к другим аргументам. Внутреннему строению аргументов не уделяется никакого специального внимания» [Dung, 1995, p. 326].

В отношении трактовки связей между аргументами выбор делается в пользу нелогического отношения атаки, которое в рамках подхода Дунга задается в качестве множества упорядоченных пар аргументов, то есть в качестве подмножества декартова произведения множества аргументов самого на себя. Е.Н. Лисанюк характеризует это отношение следующим образом: «В отличие от отношения логического следования — краеугольного понятия классического направления, определяемого при помощи таких понятий, как рефлексивность, транзитивность и монотонность, и связанного с операцией замыкания и избеганием несовместимости посылок и заключений — важным свойством отношения $attack$ является его нерефлексивность, несимметричность и нетранзитивность» [Лисанюк и др., 2022, с. 50]. Отношение атаки, взятое в качестве инструмента моделирования аргументационных структур, тем самым позволяет обратиться к процедурным семантикам, где место истинности занимает приемлемость аргумента: «Идея аргументативного рассуждения заключается в том, что некое положение дел заслуживает доверия, если его можно успешно отстоять перед лицом атакующих аргументов» [Dung, 1995, p. 323]. Соответственно, отношение атаки между двумя аргументами A и B представляет собой своего рода вызов для всякого агента, для которого атакуемый аргумент B входит в множество принимаемых им убеждений. В ответ на эту атаку он имеет обязательство предъявить иной аргумент C, входящий в множество его убеждений и при этом атакующий аргумент A.

Наконец, прагматические аспекты аргументации, связанные с учетом индивидуальных особенностей дискутирующих агентов, в рамках изначальной версии подхода Дунга игнорировались. Однако именно с привнесением таких аспектов в структуру модели аргументации и связано одно из магистральных направлений развития дунговского подхода, о чем мы еще скажем в дальнейшем.

Но прежде мы сосредоточимся на одном из синтаксических ограничений, накладываемых в рамках подхода Дунга. Оно связано с невозможностью выделить в множестве исследуемых аргументов подмножество элементов, способных выступать в качестве мета-аргументов [Шапиро, 2022].

Определение 1. Мета-аргумент — это элемент в структуре аргументации, атакующий не отдельные аргументы, а отношения атаки между другими аргументами.

Такого рода атаки со стороны мета-аргументов на атаки между аргументами и, наоборот, атаки со стороны атак на отдельные аргументы в модели Дунга попросту невыразимы. Однако расширить в данном направлении выразительные возможности моделей, построенных на основе подхода Дунга, оказывается вполне возможно, что и было проделано, с одной стороны, Д. Габбаем [Gabbay, 2009], а с другой стороны, С. Модгилом [Modgil, 2009].

1. Модель расширенной структуры аргументации

В рамках подхода С. Модгила расширенная структура аргументации (Extended Argumentation Framework, EAF) определяется следующим образом.

Определение 2. EAF представляет собой упорядоченную тройку $< Arg, R, D >$, в отношении которой выполняются следующие положения:

– Arg — это множество аргументов;

– $R \subseteq Arg \times Arg$ — это подмножество множества упорядоченных пар аргументов, которому соответствует отношение атаки;

– $D \subseteq Arg \times R$ — это подмножество декартова произведения множества аргументов и множества упорядоченных пар атак, которому соответствует отношение атаки со стороны мета-аргументов на отношения атаки между аргументами;

– если $(X, (Y, Z)) \in D$ и $(X', (Z, Y)) \in D$, то $(X, X') \in R$ и $(X', X) \in R$.

Последнее условие означает, что если два мета-аргумента атакуют атаки между двумя аргументами, то эти два мета-аргумента взаимно атакуют друг друга. Идея, скрывающаяся за этим условием, заключается в том, что атака на атаку, имеющуюся между двумя аргументами, представляет собой своего рода выражение предпочтения в пользу одного из аргументов объектного уровня [Modgil, Bench-Capon, 2008]. В таком случае, если у нас есть два выражения противоположных предпочтений между аргументами, то эти выражения предпочтений несовместимы друг с другом и потому симметрично атакуют друг друга.

Для того чтобы сделать дальнейшее изложение более наглядным, нам потребуется иллюстративный пример. В качестве такового мы избрали спор, представленный в повести А.П. Чехова «Палата номер 6» между врачом Андреем Ефимычем и пациентом Иваном Дмитричем. Это множественный спор [Лисанюк, Мазурова, 2019, с. 90] по трем основаниям:

следует ли Андрею Ефимычу отпустить Ивана Дмитрича из больницы; следует ли Ивану Дмитричу попытаться сбежать из больницы; следует ли Ивану Дмитричу, оставшись в больнице, страдать. Споры по первым двум основаниям Андрей Ефимыч определенно выигрывает. Что же касается спора по третьему основанию, то он представляет для нас наибольший интерес, поскольку именно здесь проявляет себя феномен мета-аргументации (см. рис. 1).

Модель расширенной структуры аргументации для этого фрагмента спора представляет собой тройку $< Arg, R, D >$, где:

$Arg = \{A, B, C, D, E, F, G, H, I, J\}$

$R = \{(A, B), (B, A), (C, A), (D, B), (E, D), (E, F), (F, E), (G, C), (G, H), (H, G), (J, H)\}$

$D = \{(G, (F, E)), (H, (E, F)), (I, (H, G))\}$

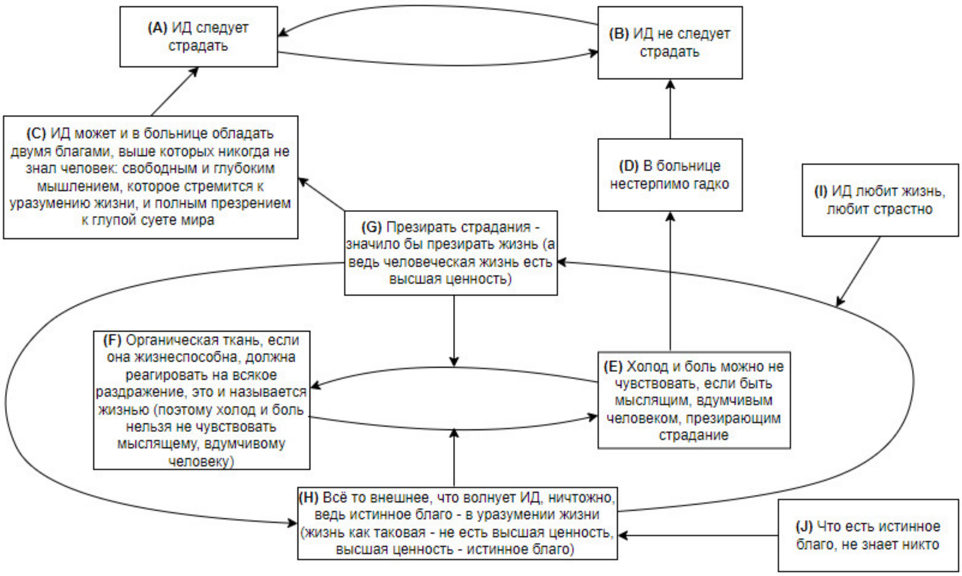


Рис. 1. Модель EAF для спора из «Палаты номер 6»

Данная модель позволяет наглядно проиллюстрировать те аспекты моделирования аргументации, о которых было сказано выше.

Во-первых, ясно, что отношение атаки между аргументами не является симметричным. То, что в больнице, где на постоянной основе проживает Иван Дмитрич, нестерпимо гадко, является вполне релевантным аргументом против положения о том, что ему не следует страдать, тогда как положение о том, что Ивану Дмитричу не следует страдать, вовсе не является релевантным аргументом против того, что в больнице нестерпимо гадко.

Во-вторых, видно, что некоторые аргументы в этой структуре в действительности являются мета-аргументами. Они не атакуют другие аргументы прямо, но лишь служат основанием для предпочтения в пользу одного из пары атакующих друг друга аргументов. Так, утверждение о том, что презрение к страданию представляет собой презрение к самой жизни, не атакует непосредственно утверждение о том, что мыслящий, вдумчивый человек может не чувствовать холод и боль. Оно лишь служит основанием предпочесть довод о том, что жизнеспособная органическая ткань должна реагировать на всякое раздражение, в том числе на холод и боль, в рамках конфликта этого утверждения с доводом о возможности для мыслящего человека не чувствовать холод и боль. Высказывая довод (G) в споре, Иван Дмитрич не отрицает саму возможность для вдумчивого человека не чувствовать холод и боль, но лишь указывает на то, что, с его точки зрения, такой довод не достигает успеха в атаке на довод о том, что всякая жизнеспособная органическая ткань должна реагировать на раздражение.

Аналогичным образом поступает и Андрей Ефимыч. Высказывая довод (H), он прямо не отрицает того, что всякая жизнеспособная ткань должна реагировать на раздражение, но лишь указывает на то, что, с его точки зрения, подобный довод не достигает успеха в атаке на положение о том, что мыслящий, вдумчивый человек способен по своей воле не чувствовать холод и боль.

Эти предпочтения Ивана Дмитрича и Андрея Ефимыча в пользу несовместимых доводов объектного уровня оказываются также несовместимы между собой, что влечет наличие симметричного отношения атаки между мета-аргументами (G) и (H).

Наконец, довод (I) является основанием для Ивана Дмитрича предпочесть одно из этих несовместимых друг с другом предпочтений. Тем самым довод (I) выступает в качестве мета-аргумента по отношению к паре взаимно атакующих мета-аргументов (G) и (H). Что примечательно, модель Модгила не требует для моделирования мета-аргументации более высокого порядка введения дополнительных множеств атак помимо множеств R и D. В самом деле, любые атаки более высокого порядка — такие, как $(I,(H,G))$ — представляют собой упорядоченные пары, где на первом месте находится аргумент из множества Arg, а на втором месте упорядоченная пара аргументов, принадлежащих множеству Arg. Соответственно, $(I,(H,G)) \in D$.

Более того, ничто в определении расширенной структуры аргументации Модгила не запрещает одному и тому же аргументу быть аргументом объектного уровня в рамках одних атак и аргументом мета-уровня в рамках других атак. Именно так обстоит дело в нашем иллюстративном примере в случае аргумента (G), атакующего как отдельный аргумент (C), так и атаку со стороны аргумента (F) на аргумент (E).

Для всякой модели расширенной структуры аргументации могут быть определены типичные для Дунговского подхода понятия приемлемого аргумента, бесконфликтного и допустимого множества аргументов, а также понятие предпочтительного расширения.

На первый взгляд, кажется, что понятие приемлемого аргумента может быть определено следующим образом.

Определение 3. Аргумент $A \in Arg$ является приемлемым по отношению к множеству аргументов S, если и только если для всякого аргумента B, такого, что $(B, A) \in R$, найдется аргумент $C \in S$, такой что $(C, B) \in R$, и для всякого аргумента D, такого что $(D, (C, B))$, найдется $E \in S$, такой что $(E, D) \in R$.

Неформально говоря, аргумент A является приемлемым, если для всякой атаки на него со стороны аргумента B найдется аргумент C, атакующий B таким образом, что любая атака на эту атаку со стороны аргумента D может быть отражена при помощи некоторого аргумента E.

С. Модгил [Modgil, 2009] показывает некоторые нежелательные следствия из данного формального определения, что побуждает его усовершенствовать это определение, заменив в его структуре аргумент E на восстанавливающее множество (reinstatement set) аргументов, но сохранив при этом исходный неформальный смысл.

Остальные фундаментальные понятия определяются для модели расширенной структуры аргументации стандартным образом.

Определение 4. «В бесконфликтном множестве ни один его член не атакует другой, а допустимым является бесконфликтное множество приемлемых по отношению к S аргументов. Наибольшее допустимое подмножество аргументов относительно теоретико-множественного включения будет предпочтительным расширением» [Лисанюк и др., 2022, с. 51].

В случае нашего иллюстративного примера предпочтительное расширение выглядит следующим образом: $\{J, I, G, F, D, A\}$.

Ничем не атакуемый аргумент I «убивает» атаку со стороны H на G, что позволяет аргументу G «убить» аргумент H. Далее, G «убивает» C, а также «убивает» атаку со стороны E на F, тогда как атака в противоположном направлении со стороны F на E более не «убивается» уже «убитым» аргументом H. Соответственно, F «убивает» E, после чего ничем более не атакованный аргумент D «убивает» B, в результате чего оба аргумента, атакующих A, оказываются убиты. Добавление к неубитым аргументам аргумента J дополняет получившееся бесконфликтное множество приемлемых аргументов до предпочтительного расширения.

Таким образом, проведенный формальный анализ показывает, что защитимой позицией на данном множестве аргументов обладает лишь Иван Дмитрич, ведь все утверждения из предпочтительного расширения принадлежат именно ему. Соответственно, именно он выигрывает данный фрагмент спора. При этом ключевой мета-аргумент (I), что примечательно, обладает статусом грубого факта. Опуская все промежуточные звенья аргументации, мы можем сделать вывод о том, что в силу того, что Иван Дмитрич страстно любит жизнь, ему в его положении следует страдать.

Этот вывод является содержательным. Как уже отмечалось ранее, отношение атаки не является транзитивным. Однако на содержательном уровне успешность атак на аргументы в линейных или иерархических структурах аргументации может приводить к своеобразному эффекту домино, когда вслед за непосредственно «убитым» аргументом оказывается также «убитым» множество других аргументов в этой структуре аргументации.

2. Моделирование мета-аргументации в рамках подхода Д. Габбая

На этом принципе домино, характерном для линейных структур, построена техника синтаксического сведения моделей расширенной структуры аргументации, допускающих атаки на атаки, к стандартным моделям, не допускающим таких атак. Данная техника, получившая название флэттенинг (*flattening*), была предложена Д. Габбаем и коллегами в 2006 году [Gabbay et al., 2006, p. 38].

Идея заключается в том, чтобы в каждую атаку (a, b), подверженную атаке со стороны мета-аргумента c, ввести пару промежуточных фиктивных звеньев $(x_{a,b}, y_{a,b})$, как бы «объективирующих» эту атаку на графе, то есть позволяющую отобразить отношение атаки на графе не только в виде ребра, но и в виде отдельной вершины (см. рис. 2).

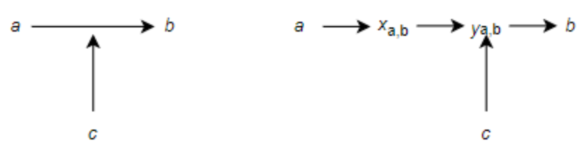


Рис. 2. Атака на атаку

Такого рода синтаксическая вставка не привносит никакого семантического эффекта, поскольку если аргумент a не «убит», то $x_{a,b}$ оказывается «убит», следовательно, $y_{a,b}$ не «убит», и семантический эффект от его атаки на аргумент b идентичен эффекту атаки аргумента a на b в исходной структуре аргументации. При этом атаку со стороны мета-аргумента c на атаку со стороны a на b оказывается возможным моделировать в качестве атаки со стороны c на вершину $y_{a,b}$.

Однако Д. Габбай решает пойти еще дальше. В качестве следующего шага он предлагает технику, позволяющую производить анализ со стороны атак между аргументами на отдельные аргументы. Для этого всякую атаку аргумента a на аргумент b предлагается моделировать таким образом, как это представлено на рис. 3.

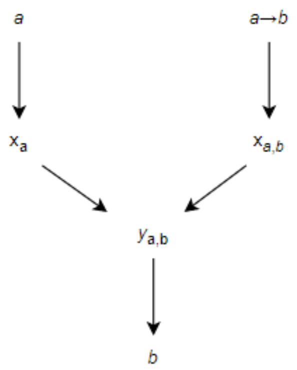


Рис. 3. Моделирование $a \to b$

Утверждается, что «при $a \to b$ вершина b атакуется двумя аргументами: a и $a \to b$. Это совместная атака на b, оба элемента должны быть ‘живыми’» [Gabbay, 2009, p. 369]. В самом деле, только если оба этих аргумента «живы», x_a и $x_{a,b}$ оказываются «убиты», так что $y_{a,b}$ «жив» и атакует аргумент b с тем же семантическим эффектом, с каким его атакует аргумент a при стандартном способе моделирования. Соответственно, атака на атаку в этом случае моделируется как атака на вершину $a \to b$, тогда как атака в противоположном направлении со стороны атаки на отдельный аргумент c может моделироваться как атака, исходящая из вершины $a \to b$, на этот аргумент c.

Таким образом, подход Д. Габбая позволяет любое отношение атаки между двумя аргументами представить в качестве отдельной вершины графа в модели абстрактной структуры аргументации.

Наиболее примечательными в этом контексте оказываются два обстоятельства.

Во-первых, предложенная конструкция допускает и даже требует конструирования молекулярных аргументов из атомарных. В самом деле, $a \to b$, будучи вершиной графа, представляет собой самостоятельный аргумент.

Во-вторых, этот самостоятельный молекулярный аргумент оказывается способен «выживать» даже в тех условиях, когда оба входящих в него атомарных элемента «убиты». Это наглядно видно на рис. 4, где $a \to b$ продолжает успешно атаковать аргумент e даже в условиях, когда a «убит» аргументом c, а b «убит» аргументом d.

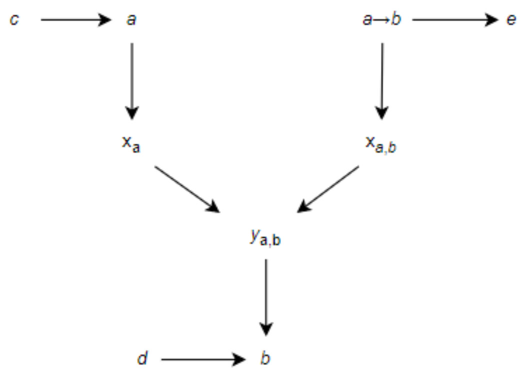


Рис. 4. Успешная атака со стороны $a \to b$ при «убитых» a и b

Покажем теперь, как способ моделирования атак со стороны мета-аргументов, предложенный Д. Габбаем, работает на нашем иллюстративном примере. В данном случае мы ограничимся моделированием атаки со стороны мета-аргумента G на атаку со стороны аргумента E на аргумент F (см. рис. 5).

Как видно, подход Габбая действительно допускает конструирование молекулярных аргументов, вносимых в абстрактную структуру аргументации. Более того, этот подход [Gabbay, 2009, p. 358] не запрещает наличие в структуре аргументации атак на атаки со стороны других атак (см. рис. 6).

В таком случае и атакующая атака обретает в модели Габбая вид отдельной вершины $a \to b$, и атакуемая атака также становится отдельной вершиной $c \to d$, и сама атака между этими двумя атаками также моделируется в виде отдельной вершины $(a \to b) \to (c \to d)$ (см. рис. 7).

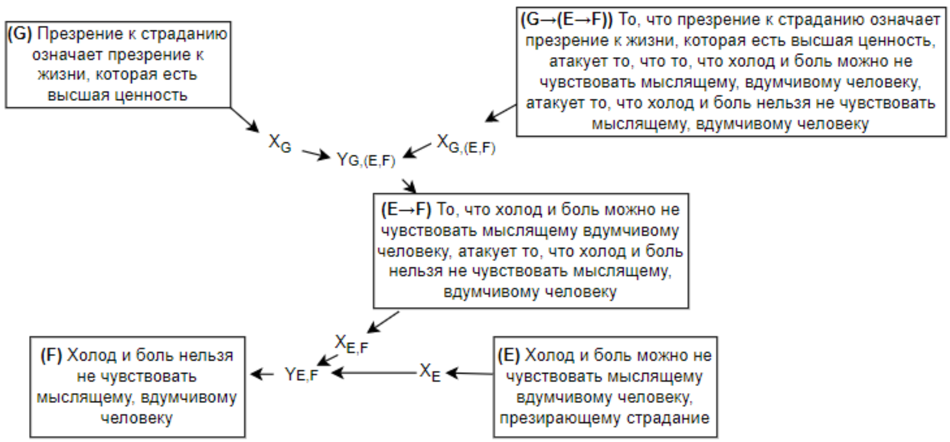


Рис. 5. Иллюстрация подхода Д. Габбая на примере спора из «Палаты номер 6»

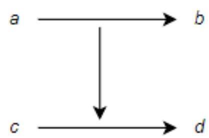


Рис. 6. Атака на атаку со стороны атаки

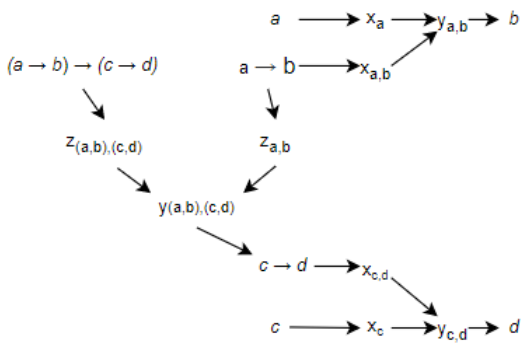


Рис. 7. Атака на атаку со стороны атаки в модели Д. Габбая

3. Объективация дискуссий

Данный способ моделирования абстрактной структуры аргументации позволяет существенно продвинуться в решении задачи объективации дискуссий в том виде, в каком она поставлена в [Берестов, 2019].

Во-первых, этот подход в явном виде реализует часть из того, что запрашивается И.В. Берестовым: он позволяет атаке между двумя аргументами «иметь возможность не только подтверждаться или опровергаться другими объектами, но также и возможность подтверждать или опровергать другие объекты» [Берестов, 2019, с. 22].

Во-вторых, этот подход позволяет преодолеть ограничение, накладываемое на построение молекулярных аргументов из атомов аргументационных структур. Как уже упоминалось выше, в рамках подхода Дунга «аргумент — это некая абстрактная сущность, чья роль определяется исключительно ее отношениями к другим аргументам. Внутреннему строению аргументов не уделяется никакого специального внимания» [Dung, 1995, с. 326]. Тем самым мы имеем дело с ограничением, не допускающим присутствия в модели аргументов, имеющих свою собственную внутреннюю структуру — так называемых молекулярных аргументов.

Однако такого рода атомизм может быть преодолен, как это делается, например, в рамках логико-когнитивной формальной теории аргументации Е.Н. Лисанюк, где «молекулярные аргументы представляют собой множества аргументов, упорядоченные отношением *support*» [Лисанюк, 2015, с. 46]. Отношение *support*, в свою очередь, определяется следующим образом: «Если множество аргументов, составляющее позицию одной из сторон, является бесконфликтным, то оно упорядочено отношением поддержки *support*» [Лисанюк, 2015, с. 42].

Такого рода шаги позволяют преодолеть атомизм дунговского подхода, включив в модель аргументы, обладающие внутренней структурой (то есть состоящие из атомарных аргументов, связанных между собой отношением поддержки), но при этом способные вступать в отношения атаки на другие аргументы. Проблема, однако, в том, что при таком подходе «в молекулярном аргументе не могут присутствовать аргументы (то есть положения), упорядоченные отношением опровержения или атаки: по определению, эти положения могут быть упорядочены только отношением поддержки» [Берестов, 2019, с. 26]. Смысл этого ограничения в том, что в состав молекулярных аргументов могут входить лишь атомы из бесконфликтных множеств аргументов, которые образуют те или иные позиции. Если аргумент A атакует аргумент B и вместе они не могут встретиться в рамках одной позиции, представляющей собой бесконфликтное множество, то из сочетания таких несовместимых доводов нельзя построить защитимый молекулярный аргумент $\{A; B\}$. Такая пара аргументов просто не будет входить ни в одно допустимое множество и не может встречаться ни в одной аргументативной позиции, принимаемой рациональным агентом.

Подход Д. Габбая позволяет обойти это ограничение и, как следствие, решить основную задачу, выдвинутую И.В. Берестовым — задачу моделирования структуры аргументации, в рамках которой «участник дискуссии может, оценив сложившуюся ситуацию целиком как тупиковую..., использовать эту ситуацию целиком (то есть положения, упорядоченные отношениями поддержки и опровержения) в качестве довода, поддерживающего некоторую свою точку зрения... В этом случае «субстантивируется», или «объективируется», не просто отношение поддержки/опровержения (атаки), привязанное к своим объектам, но целая дискуссия, представляющая собой множество тезисов, на некоторых членах которого заданы отношения поддержки и опровержения» [Берестов, 2019, с. 22].

Достигается это следующим образом. Если у нас есть стандартная аргументационная структура AF, представляющая собой упорядоченную пару, состоящую из множества аргументов Arg и отношения $attack$, представляющего собой подмножество $Arg \times Arg$, то для всякой атаки $a \to b$ мы путем трансформации, аналогичной той, что представлена на рис. 3, можем ввести в граф, моделирующий эту структуру аргументации, дополнительную вершину $a \to b$. Заметим при этом, что поскольку исходная стандартная аргументационная структура не содержала мета-аргументов, то множество всех введенных при такой трансформации вершин будет бесконфликтным. Ни один новый элемент вида $a \to b$ не будет атаковать другой элемент того же вида и не будет атакован сам. Это позволяет при необходимости собрать все или некоторые атаки в этой структуре в единый молекулярный мета-аргумент, представляющий собой бесконфликтное множество, которое может быть частью позиции любого рационального агента. Ведь в таком признании наличия атак между некоторыми аргументами атомарного уровня нет ничего внутренне противоречивого, поэтому вершины, которым соответствуют эти атаки, вполне могут входить в позиции рациональных агентов. В результате молекулярные аргументы вроде $\{(AS) \to (CS); (S) \to (AS); (AS) \to (CC); (CS) \to (AC)\}$ из примера И.В. Берестова [Берестов, 2019, с. 26] получают полное право на существование.

При этом задача отобразить на графе совместную атаку со стороны сразу нескольких атак на некоторый аргумент также оказывается вполне решаема. Ведь идея совместных атак для подхода Габбая весьма типична. Собственно, подход Габбая как раз и заключается в том, чтобы даже простые атаки со стороны аргумента a на аргумент b отображать на графе как совместную атаку со стороны аргументов a и $a \to b$ на аргумент b.

Покажем, как может быть объективирована дискуссия на простейшем примере аргумента от незнания. Простейшая ситуация незнания в рамках дунговского подхода моделируется как взаимная атака между двумя взаимно исключающими положениями a и b. В таком случае оказывается вполне возможно смоделировать атаку со стороны пары этих взаимных атак на третий аргумент c (см. рис. 8).

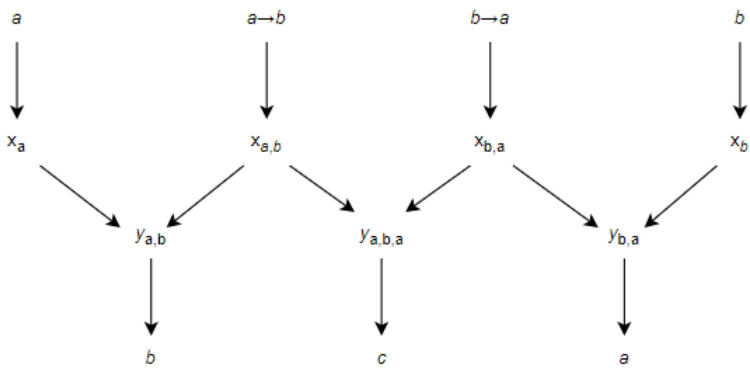


Рис. 8. «Объективация» простейшей дискуссии в качестве аргумента

Вводимая нами фиктивная вершина $y_{a,b,a}$ в данном случае как раз и представляет собой «объективированную дискуссию». Это значит, что она «убивает» аргумент c только в том случае, когда каждый из атакующих ее аргументов — $x_{a,b}$ и $x_{b,a}$ — оказывается «убит». Как видно, это условие в данном случае выполняется в силу того, что в структуре нашего графа имеются фиктивные вершины $a \to b$ и $b \to a$. В свою очередь, эти фиктивные вершины вводятся в структуру графа на том основании, что аргументы a и b взаимно атакуют друг друга. Получается, что именно наличие взаимных атак между аргументами a и b является в данном случае причиной того, что аргумент c оказывается «убит». На содержательном уровне мы можем сказать, что аргумент c оказывается «убит» молекулярным аргументом от незнания, то есть «убит» в силу наличия простейшей дискуссии, которую нам удалось «объективировать» в виде отдельной вершины.

В случае объективации более сложно устроенных дискуссий техника моделирования будет аналогичной. Отличие будет лишь в том, что на фиктивный элемент y, непосредственно атакующий аргумент c, будет направлено сразу множество атак со стороны разнообразных иксов, индексируемых именами тех аргументов, атакам между которыми эти иксы соответствуют. И так же, как и в предыдущем случае, этот фиктивный y будет «убивать» аргумент с только в том случае, если он сам будет «выживать», что возможно только в силу наличия всех объективируемых атак.

Заключение

Подводя итоги нашего небольшого исследования, позволим себе кратко сформулировать его основную идею. Заключается она в том, что подход Габбая к моделированию структуры аргументации, позволяющий вносить в структуру графа фиктивные вершины, не вносящие никакого семантического эффекта, но «объективирующие» отношения атаки между аргументами в виде этих фиктивных вершин, позволяет тем самым «собирать» эти фиктивные вершины в бесконфликтные множества, элементы которых способны входить в позиции рациональных агентов. Тем самым эти бесконфликтные множества, состоящие из вершин, которым соответствуют объективированные атаки, могут выступать в качестве молекулярных аргументов. Такое решение позволяет одновременно выполнить два требования, которые, как кажется, исключают друг друга. С одной стороны, получаемые таким образом молекулярные аргументы представляют собой бесконфликтные множества, то есть множества таких аргументов, которые не связаны между собой отношением атаки. При этом, с другой стороны, сами эти аргументы, выступающие в качестве элементов таких бесконфликтных множеств, представляют собой объективированные атаки между аргументами атомарного уровня. Тем самым, собрав сколь угодно большое количество объективированных атак в молекулярный аргумент, мы решаем задачу объективации дискуссии, поскольку получаемый таким образом молекулярный аргумент, репрезентируемый на графе в виде отдельной фиктивной вершины, способен сам атаковать другие аргументы. Таким образом, задача объективации дискуссий, поставленная И.В. Берестовым, вполне может быть решена в рамках абстрактного подхода к моделированию структуры аргументации.

Литература

Берестов, 2019 – *Берестов И.В.* Дополнение аргументационных структур объективацией дискуссий // Вестник Томского государственного университета. Философия. Социология. Политология. 2019. № 50. С. 21–29.

Лисанюк, 2015 – *Лисанюк Е.Н.* Логико-когнитивная теория аргументации: диссертация на соискание ученой степени доктора философских наук. СПб.: СПбГУ, 2015. 297 с.

Лисанюк, Мазурова, 2019 – *Лисанюк Е.Н., Мазурова М.Р.* Аргументация, разногласие равных и рождение истины в споре // Эпистемология и философия науки. 2019. Т. 56. № 1. С. 81–100.

Лисанюк и др., 2022 – *Лисанюк Е.Н.* Репрезентация аргументации // Формальная философия аргументации / Под ред. Е.Н. Лисанюк. СПб.: Алетейя, 2022. 306 с.

Шапиро, 2022 – *Шапиро О.А.* Мета-аргументация в копирайтинге // Вестник Воронежского государственного университета. Серия Философия. 2022. № 3. С. 49–57.

Dung, 1995 – *Dung P.H.* On the Acceptability of Arguments and its Fundamental Role in Nonmonotonic Reasoning, Logic Programming and n-person Games // Artificial Intelligence. 1995. Vol. 77. P. 321–357.

Gabbay et al., 2006 – *Boella G., Gabbay D.M., van der Torre L., Villata S.* Meta-Argumentation Modelling I: Methodology and Techniques // Studia Logica. 2006. Vol. 82. P. 1–59.

Gabbay, 2009 – *Gabbay D.M.* Semantics for Higher Level Attacks in Extended Argumentation Frames. Part 1: Overview // Studia Logica. 2009. Vol. 93. P. 357–381.

Modgil, Bench-Capon, 2008 – *Modgil S., Bench-Capon T.* Integrating Object and Meta-Level Value Based Argumentation // Frontiers in Articial Intelligence and Applications. Vol. 172 / Ed. by P. Besnard, S. Doutre, and A. Hunter. IOS Press, 2008. P. 240–251.

Modgil, 2009 – *Modgil S.* Reasoning about Preferences in Argumentation Frameworks // Artificial Intelligence. 2009. Vol. 173. № 9–10. P. 901–934.

Konstantin G. Frolov

Formal models of meta-argumentation and objectification of discussions

Konstantin G. Frolov
Institute of Philosophy of the Russian Academy of Sciences,
12/1 Goncharnaya Str., Moscow, 109240, Russian Federation.
St. Petersburg State University,
5 Mendeleevskaya lin., St. Petersburg, 199034, Russian Federation.
E-mail: kgfrolov@hse.ru

Abstract: In this article, I propose a solution to the problem of objectification of discussions, originally proposed by I. Berestov. An "objectification of discussion" is a way of usage of the entire argumentation framework (which consists of a set of arguments and an attack relation defined on this set) as a molecular argument in favour or against a certain claim. The problem is that traditional way of modelling argumentation frames proposed by P. Dung has some constrains which do not allow us to include arguments that attack one another in molecular arguments. Molecular arguments can only include atoms, between which there is no attack relation, that does not allow us to collect the entire discussion into a single molecular argument. We show how this problem can be solved within D. Gabbay's approach to modeling meta-argumentation. In this approach any attack can be "objectified" by introducing additional vertices into the graph structure.

Keywords: argumentation, meta-argumentation, argumentation framework, extended argumentation framework, preferred extension, objectification of discussion

For citation: Frolov K.G. "Formal'nye modeli meta-argumentatsii i ob'ektivatsii diskussii" [Formal models of meta-argumentation and objectification of discussions], *Logicheskie Issledovaniya / Logical Investigations*, 2024, Vol. 30, No. 1, pp. 86–103. DOI: 10.21146/2074-1472-2024-30-1-86-103 (In Russian)

Acknowledgements. The research was supported by the Russian Science Foundation, project № 20-18-00158 "Formal Philosophy of Argumentation and a Comprehensive Methodology for the Search and Selection of the Dispute Resolutions", implemented at St. Petersburg State University.

References

Berestov, 2019 – Berestov, I.V. "Dopolnenie argumentatsionnykh struktur ob'ektivatsiei diskussii" [An Extension of Argumentation Structures with an Objectification of Discussions], *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Filosofiya. Sotsiologiya. Politologiya* [Tomsk State University Journal of Philosophy, Sociology and Political Science], 2019, Vol. 50, pp. 21–29. (In Russian)

Dung, 1995 – Dung, P.H. "On the Acceptability of Arguments and its Fundamental Role in Nonmonotonic Reasoning, Logic Programming and n-person Games", *Artificial Intelligence*, 1995, Vol. 77, pp. 321–357.

Gabbay et al., 2006 – Boella, G., Gabbay, D.M., van der Torre, L., Villata, S. "Meta-Argumentation Modelling I: Methodology and Techniques", *Studia Logica*, 2006, Vol. 82, pp. 1–59.

Gabbay, 2009 – Gabbay, D.M. "Semantics for Higher Level Attacks in Extended Argumentation Frames. Part 1: Overview", *Studia Logica*, 2009, Vol. 93, pp. 357–381.

Lisanyuk – Lisanyuk, E.N. (2015) *Logiko-kognitivnaya teoriya argumentatsii* [Logic-cognitive theory of argumentation], Philosophy Dr. Diss., St. Petersburg, 2015, 297 p. (In Russian)

Lisanyuk, Mazurova, 2019 – Lisanyuk, E.N., Mazurova, M.R. "Argumentatsiya, raznoglasie ravnykh i rozhdenie istiny v spore" [Argumentation, Peer Disagreement and the Truth Birth in Dispute], *Epistemologiya i filosofiya nauki* [Epistemology & Philosophy of Science], 2019, Vol. 56, pp. 81–100. (In Russian)

Lisanyuk et al., 2022 – Lisanyuk, E.N. "Reprezentatsiya argumentatsii" [Representation of Argumentation], in: *Formal'naya filosofiya argumentatsii* [Formal Philosophy of Argumentation], ed. by E.N. Lisanyuk. St. Petersburg, Aletheia, 2022, 306 p. (In Russian)

Modgil, Bench-Capon, 2008 – Modgil, S., Bench-Capon, T. "Integrating Object and Meta-Level Value Based Argumentation", in: *Frontiers in Articial Intelligence and Applications*, Vol. 172, ed. by P. Besnard, S. Doutre, and A. Hunter. IOS Press, 2008, pp. 240–251.

Modgil, 2009 – Modgil, S. "Reasoning about Preferences in Argumentation Frameworks", *Artificial Intelligence*, 2009, Vol. 173, No. 9–10, pp. 901–934.

Shapiro, 2022 – Shapiro, O.A. "Meta-argumentatsiya v kopiraitinge" [Meta-argumentation in Copywriting], *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya Filosofiya* [Journal of Voronezh State University. Philosophy Series], 2022, No. 3, pp. 49–57. (In Russian)

Логические исследования
2024. Т. 30. № 1. С. 104–129
УДК 16

Logical Investigations
2024, Vol. 30, No. 1, pp. 104–129
DOI: 10.21146/2074-1472-2024-30-1-104-129

Обзоры
Reviews

В.Г. Денисова, М.М. Легейдо, Е.Н. Лисанюк, Л.С. Сироткина

Обзор международной научной конференции «XIII Смирновские чтения по логике»*

Виктория Геннадьевна Денисова
Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики».
Российская Федерация, 101000, г. Москва, ул. Мясницкая, д. 20.
E-mail: msc.denisova@mail.ru

Мария Михайловна Легейдо
Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова.
Российская Федерация, 119991, г. Москва, Ломоносовский пр-т, д. 27, корп. 4.
E-mail: legeydo.mm@philos.msu.ru

Елена Николаевна Лисанюк
Институт философии РАН.
Российская Федерация, 109240, г. Москва, ул. Гончарная, д. 12, стр. 1.
Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики».
Российская Федерация, 101000, г. Москва, ул. Мясницкая, д. 20.
E-mail: elisanyuk@hse.ru

Людмила Сергеевна Сироткина
Балтийский федеральный университет им. И. Канта.
Российская Федерация, 236041, г. Калининград, ул. Александра Невского, д. 14.
E-mail: lyusir.ru@mail.ru

Аннотация: В статье кратко освещается прошедшая в июне 2023 года международная научная конференция «XIII Смирновские чтения по логике». Предлагаются аннотации докладов, прочитанных на пленарном заседании и в рамках заседаний секций «Символическая логика», «Философская логика», «Логика научного познания» и «История логики».

* Исследования Е.Н. Лисанюк поддержаны РНФ, проект № 20-18-00158 «Формальная философия аргументации и комплексная методология поиска и отбора решений спора», реализуемый в Санкт-Петербургском государственном университете.

Ключевые слова: Смирновские чтения, символическая логика, философская логика, логика научного познания, история логики, обзор

Для цитирования: *Денисова В.Г., Легейдо М.М., Лисанюк Е.Н., Сироткина Л.С.* Обзор международной научной конференции «XIII Смирновские чтения по логике» // Логические исследования / Logical Investigations. 2024. Т. 30. № 1. С. 104–129. DOI: 10.21146/2074-1472-2024-30-1-104-129

Традиционно каждые два года при участии сектора логики Института философии РАН, философского факультета МГУ имени М.В. Ломоносова и Института логики, когнитивистики и развития личности проходят «Смирновские чтения по логике» – международная научная конференция, посвященная памяти выдающихся ученых Московского университета в области логики, методологии и философии науки Владимира Александровича и Елены Дмитриевны Смирновых. Конференция состоит из нескольких секций: символическая логика, философская логика, история логики и логика научного познания.

1. Пленарные заседания

Пленарное заседание[1] конференции прошло 22 июня 2023 г. и состояло из семи докладов, каждый из которых вызвал оживленную дискуссию, председателем первой части пленарных докладов выступил В.И. Маркин. Перед выступлениями докладчиков выступил А.П. Козырев[2]. Он поприветствовал участников и пожелал продуктивной работы на конференции.

Первый доклад под названием «Трюк Крипке и разрешимость монадических фрагментов модальных и суперинтуиционистских предикатных логик» представил М.Н. Рыбаков[3]. Доклад был подготовлен совместно с Д.П. Шкатовым[4]. Был рассмотрен так называемый «трюк Крипке»: возможность в классических формулах первого порядка бинарную букву смоделировать с помощью двух унарных: достаточно заменить формулы вида $P(x, y)$ формулами вида $\Diamond(Q_1(x) \wedge Q_2(y))$. Были описаны условия, при которых возможно применить трюк Крипке, а также нарушения, которые происходят при несоблюдении этих условий. Автором были рассмотрены

[1] Запись пленарного заседания доступна по ссылке: `https://www.youtube.com/watch?v=ZfXaoB59YF4&t=21818s`

[2] Алексей Павлович Козырев – к.филос.н., доцент кафедры истории русской философии философского факультета МГУ имени М.В. Ломоносова, и.о. декана философского факультета.

[3] Михаил Николаевич Рыбаков – к.физ.-мат.н., доцент факультета математики НИУ ВШЭ, доцент кафедры функционального анализа и геометрии математического факультета Тверского государственного университета.

[4] Дмитрий Петрович Шкатов – к.филос.н., преподаватель Витватерсрандского университета, Йоханнесбург, ЮАР.

вариации трюка Крипке и возможности его применения в модальных и суперинтуиционистских предикатных логиках. Кроме того, обсуждались ситуации, когда применить трюк Крипке невозможно. В дискуссии после доклада участвовали Ю.В. Ивлев и В.Б. Шехтман. Были заданы вопросы о возможных применениях данного метода в модальных логиках.

Следующим пленарным докладом стало выступление Д.С. Шамканова[5] «О циклических и нефундированных выводах», посвященное обзору современных исследований в этой области. Современные исследования по структурной теории доказательств естественно приводят к рассмотрению формальных выводов, содержащих те или иные «круги», или циклы. Такие формальные выводы возникают при рассмотрении логик доказуемости, а также при рассмотрении систем, схватывающих различные аспекты рассуждений по индукции. В докладе также было рассказано о циклических выводах, которые можно встретить в логике доказуемости Гёделя-Лёба GL. После доклада Н.Н. Непейвода указал на то, что в математике подобного рода выводы широко известны и применяются в системе AGDA. В дискуссии также поучаствовали В.И. Шалак и В.Б. Шехтман.

Четвертый пленарный доклад был прочитан Л.Ю. Девяткиным[6] на тему: «Многозначные пропозициональные исчисления и замкнутые классы функций». Доклад был посвящен двум направлениям в многозначной логике: Я. Лукасевича и Э. Поста. Были рассмотрены теория пропозициональных исчислений и теория замкнутых классов, а также связь между ними. Отдельно была затронута тема степени максимальности в отдельных трехзначных логиках. После доклада К.И. Бахтияров задал вопрос об особенности четырехзначной логики Лукасевича и ее выделенных значениях.

Вторая часть пленарного заседания, председателем которой выступил В.И. Шалак, началась с доклада И.Б. Микиртумова[7] «Фиктивные объекты и возможные миры». В докладе обсуждался статус фиктивных объектов в альтернативных возможных мирах. Были рассмотрены два способа задания возможных миров и показано, что при задании фиктивного объекта действует имагинативное *de re*. Автором доклада был сделан вывод о том, что в рассуждении о фиктивных объектах *de re* либо присутствует пресуппозиция сохранения когнитивных способностей идентифицирующего агента, либо фиктивный объект дан *de dicto*, то есть не является объектом. В дискуссии после доклада приняла участие В.Г. Денисова, которая

[5] Данияр Салкарбекович Шамканов – к.физ.-мат н., доцент факультета математики НИУ ВШЭ; базовой кафедры Математического института имени В.А. Стеклова РАН.

[6] Леонид Юрьевич Девяткин – к.филос.н., старший научный сотрудник сектора логики Института философии РАН.

[7] Иван Борисович Микиртумов – д.филос.н., доцент, Русское общество истории и философии науки.

прокомментировала содержание выступления с точки зрения когнитивно-поведенческой психотерапии. После обсуждения возможных практических приложений результатов доклада в психотерапии свои вопросы также задали Д.А. Синицкий и Ю.В. Ивлев.

Доклад Е.Г. Драгалиной-Черной[8] «Обобщенные кванторы: от абстрактной теории моделей к обыденным рассуждениям» был посвящен тезису Тарского о том, что «наша логика даже не логика экстенсионала, она логика чисел, числовых отношений». Был представлен анализ оснований и ограничений этого тезиса для теории обобщенной квантификации в абстрактной теории моделей и в нейропсихологических исследованиях обыденных рассуждений. В докладе были рассмотрены обобщенные кванторы Мостовского и абстрактная теория моделей. Синицкий Д.А. задал вопрос о возможном усилении тенденции психологизма в логике и математике. Автор доклада ответила словами Е.Д. Смирновой, что данные психологии нельзя использовать для обоснования, но можно использовать для верификации, и что без психологии логика сливается с математикой. В.И. Маркин прокомментировал особое понимание Фреге предикатов и различие между предикатами второго порядка и кванторами у Тарского и Фреге. В дискуссии также поучаствовали И.В. Микиртумов и В.Г. Денисова.

Последним пленарным докладом стало выступление А.А. Беликова[9] на тему: «Об устранении гиперконнексивности в коннексивной логике C». Доклад был посвящен логическим системам, в которых справедливы не только тезисы Боэция, но и их противоположности. В докладе был предложен довольно простой способ избежать гиперконнексивности в семантических построениях логик, а именно модификация подхода Вансинга таким образом, чтобы можно было получить интуитивно приемлемую семантику для мезо-коннективных логик без гиперконнексивности. В дискуссии после доклада поучаствовали Д.А. Синицкий, Л.Ю. Девяткин и Ю.В. Ивлев.

2. Символическая логика

Заседания секции «Символическая логика» проходили 23 июня, и всего было заслушано десять докладов. Председателем первого заседания выступил О.М. Григорьев.

Первым выступил Е.В. Борисов[10] с докладом «Нестандартные семантические свойства CPL». В докладе были описаны синтаксис и семантика

[8]Елена Григорьевна Драгалина-Черная – д.филос.н., профессор Школы философии и культурологии НИУ ВШЭ, заведующая лабораторией, главный научный сотрудник Международной лаборатории логики, лингвистики и формальной философии.

[9]Александр Александрович Беликов – к.филос.н., старший преподаватель кафедры логики философского факультета МГУ имени М.В. Ломоносова.

[10]Евгений Васильевич Борисов – д.филос.н., Институт философии и права СО РАН.

разработанной автором модальной логики первого порядка, отображающей кросс-мировую предикацию (CPL). Показано, что CPL имеет ряд необычных семантических свойств, одно из которых не позволяет использовать стандартное правило обобщения при ее аксиоматизации.

В докладе И.А. Горбунова[11] «Теории и их образы при подстановках» была рассмотрена лемма Сушко: для всякой теории $C(X)$ и любой подстановки ε множество $\varepsilon^{-1}C(X)$ – прообраз теории $C(X)$ при подстановке ε, является теорией. При этом для образа теории при некоторой подстановке аналогичное утверждение в общем случае неверно. Целью доклада был поиск контрпримера тому, что образ теории при подстановке является теорией.

Доклад С.И. Башмакова[12] и К.А. Смелых[13] «Семантика $CTLK$» был посвящен многоагентной логике деревьев вычислений – Computation Tree Logic with Knowledge. Каждый агент является носителем собственного вычислительного маршрута определенной на модели задачи (формулы), а новые ветвления возможных вычислительных маршрутов порождают новых агентов. В докладе была представлена реляционная семантика Крипке, описаны свойства отношений $CTLK$-фрейма, формульная характеризация некоторых свойств отношений, а также показана финитная аппроксимируемость данной логики.

Следующим был доклад В.В. Долгорукова[14] «Тезис Кобэма-Эдмондса с точки зрения параметризованной теории сложности вычислений». Данный тезис утверждает, что задача должна считаться нетрудноразрешимой, если существует алгоритм, который позволяет решить эту задачу с полиномиальными затратами по времени. Однако, как подчеркнул автор доклада, данный тезис сталкивается с затруднениями эпистемологического характера: целый ряд успешно решаемых на практике когнитивных задач относится к трудноразрешимым сложностным классам. В выступлении был предложен способ решения данного затруднения: переформулировка тезиса Кобэма-Эдмондса средствами параметризованной теории вычислительной сложности.

[11] Игорь Анатольевич Горбунов – к.физ.-мат.наук, доцент кафедры функционального анализа и геометрии математического факультета Тверского государственного университета.

[12] Степан Игоревич Башмаков – к.физ.-мат.н., доцент кафедры алгебры и математической логики Института математики и фундаментальной информатики Сибирского федерального университета.

[13] Кирилл Александрович Смелых – студент Института математики и фундаментальной информатики Сибирского федерального университета.

[14] Виталий Владимирович Долгоруков – к.филос.н., доцент Школы философии и культурологии НИУ ВШЭ, заместитель заведующего Международной лабораторией логики, лингвистики и формальной философии.

Завершило первую часть заседаний секции «Символическая логика» выступление Т.Ю. Зверевой[15] с докладом «Ступенчатая логика знания $LTK.sl$: семантическое описание и свойство финитной аппроксимируемости». В докладе была рассмотрена линейная ступенчатая модальная логика знаний агентов $LTK.sl$. Для данной системы были получены семантическое описание, описание свойств $LTK.sl$-фреймов и получена формульная характеризация этих свойств через модальные формулы в логике.

Первым докладом второй части заседания секции, председателем которой выступила Н.Е. Томова, стало выступление Н.Н. Непейводы[16] – «Металогика комбинирования многозначных логик оценок». В докладе была рассмотрена металогика для комбинирования различных логик Т-норм и ее применение в медицине. Во врачебной практике все время возникает проблема неопределенности и нечеткости высказываний и данных. Теоретически адекватна была бы здесь мультимодальная логика, но ее системы, отмечает автор доклада, отличаются большой вычислительной сложностью. По этой причине было решено воспользоваться логикой на базе Т-норм, вариант которой естественно интерпретируется в многомерной системе предпочтений.

Доклад А.Ю. Коновалова[17] «Некорректность базисной арифметики относительно строгой примитивно-рекурсивной реализуемости для языка базисной логики» был посвящен доказательству того, что базисная арифметика BA некорректна относительно строгой примитивно-рекурсивной реализуемости для языка базисной логики.

В докладе И.И. Мухаметшиной[18] «Выразительные возможности λ-оператора и поссибилистских кванторов в модальных логиках первого порядка» сравнивались выразительные возможности двух языков первопорядковой модальной логики: первый содержит λ-оператор и актуалистские кванторы, а второй не содержит λ-оператор, но содержит два вида кванторов (актуалистские и поссибилистские) и предикат равенства. Был предложен перевод с первого языка на второй, сохраняющий истинностное значение, и показано, что обратного перевода не существует.

---

[15]Татьяна Юрьевна Зверева – аспирантка кафедры алгебры и математической логики Института математики и фундаментальной информатики Сибирского федерального университета.

[16]Николай Николаевич Непейвода – д.физ.-мат.н., главный научный сотрудник ИПС им. А.К. Айламазяна РАН.

[17]Александр Юрьевич Коновалов – к.физ.-мат.н., младший научный сотрудник Лаборатории математических проблем искусственного интеллекта механико-математического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова.

[18]Индира Исканедровна Мухаметшина – студентка философского факультета Национального исследовательского Томского государственного университета.

Выступление Ю.М. Сметанина[19] «Решение задачи Буля в силлогистике L_{S_2}» было посвящено указанной задаче, областью интерпретации которой являются дискретные диаграммы Венна. Модельные множества и универсум представлены множествами неотрицательных целых чисел, что позволяет легко рассчитывать диаграммы на компьютере, наглядно их изображать и модифицировать.

С последним докладом секции «Символическая логика» – «Тезис Сушко в семантике самореферентных предложений» выступил В.А. Степанов[20]. В докладе была последовательно представлена многозначная логика через аппроксимацию самореферентных предложений динамическими системами, что привело к философской точке зрения, известной как тезис Сушко. Были показаны трехзначные таблицы истинности, соответствующие сильным трехзначным таблицам Клини-Приста.

3. Философская логика

Заседания секции «Философская логика» прошли 23 и 24 июня, председателем первого заседания выступил В.Л. Васюков.

Открыл работу секции доклад А.Г. Кислова[21] «Деонтическая характеристика действий без парадокса А. Росса», в котором предлагалось рассмотреть несколько версий определений деонтических характеристик действий, основывающихся на семантике пропозициональной динамической логики. Одно из них, комплексное по своей природе, позволяет избежать известного для исследований по деонтической логике парадокса А. Росса.

В докладе Ю.В. Ивлева[22] «Эмпирическое и теоретическое знания в логике» было показано различие эмпирического и теоретического знания на примере логики. Основная особенность теоретического знания – моделирование объектов познания. Модель в чем-то сходна с моделируемым объектом и в чем-то его искажает для упрощения познания.

[19] Юрий Михайлович Сметанин – к.физ.-мат.н., доцент, заведующий кафедрой математического анализа Института математики, информационных технологий и физики Удмуртского государственного университета.

[20] Владимир Алексеевич Степанов – научный сотрудник, Вычислительный центр имени А.А. Дородницына РАН.

[21] Алексей Геннадьевич Кислов – к.филос.н., доцент, заведующий кафедрой онтологии и теории познания Департамента философии Уральского государственного университета.

[22] Юрий Васильевич Ивлев – д.филос.н., профессор кафедры логики философского факультета МГУ имени М.В. Ломоносова.

Следующим был доклад И.Ю. Слюсарева[23], подготовленный совместно с О.М. Григорьевым[24] и А.А. Беликовым «О проблеме симуляции отрицаний в паранепротиворечивых и параполных логиках». В докладе была рассмотрена возможность семантического моделирования таких унарных связок, чья двойная итерация была бы способна симулировать свойства других хорошо известных унарных связок: классического, паранепротиворечивого и параполного отрицаний.

Н.Е. Томова[25] в своем докладе «О критериях паранепротиворечивости и параполноты логик» рассмотрела различные аспекты, связанные с определениями паранепротиворечивости и параполноты логик, взаимосвязь различных определений и случаи их эквивалентности. Были отмечены определенные параллели и аналогии в определениях параполных и паранепротиворечивых логик.

Доклад В.В. Задорина[26] и И.Г. Томаревой[27] «В.А. Смирнов о рекурсивности понятия предложения» был посвящен позиции В.А. Смирнова о рекурсивности или рекурсивной перечислимости понятия предложения – она помещается в ближайший контекст истории логики и науки в целом. Было рассказано о хронологии ряда публикаций, предшествующих формированию этой позиции, в частности, трудов по структурной лингвистике.

Завершил первую часть работы секции «Философская логика» доклад О.В. Черкашиной[28] на тему «Отношение независимости и Аристотелевы отношения между высказываниями об n-местных отношениях». В докладе рассматривались логические отношения между высказываниями об n-местных отношениях ($n > 1$, n – целое число) и была представлена для таких высказываний система, сходная с силлогистикой, а также описаны свойства построенного для них аналога логического квадрата – логического многоугольника.

---

[23]Иван Юрьевич Слюсарев – студент философского факультета МГУ имени М.В. Ломоносова.

[24]Олег Михайлович Григорьев – к.филос.н., доцент кафедры логики философского факультета МГУ имени М.В. Ломоносова.

[25]Наталья Евгеньевна Томова – к.филос.н., старший научный сотрудник сектора логики Института философии РАН.

[26]Вячеслав Владимирович Задорин – к.филос.н., доцент кафедры социологии, общей и юридической психологии.

[27]Ирина Геннадиевна Томарева – преподаватель ЦЛиПК ИПНБ РАНХиГС.

[28]Оксана Викторовна Черкашина – к.юрид.н., Московский центр исследования сознания.

Второе заседание секции, председателем которого выступила Е.Г. Драгалина-Черная, открыл доклад Н.И. Стешенко[29] «Автоматическое порождение гипотез и индуктивные рассуждения (70–80 гг. XX в.)». Доклад был посвящен описанию GUHA-метода (General Unary Hypotheses Automaton) автоматического порождения гипотез в исследованиях по искусственному интеллекту в 70–80 гг. XX в.

Доклад А.А. Овчинниковой[30] «На пути к решению проблемы Гича» был посвящен проблеме интенционального тождества, которую впервые сформулировал П. Гич. Однако его пример порождает неадекватные следствия в процессе формализации. В докладе была реконструирована его теория квантификации по аспектам, на основе которой можно сформулировать решение проблемы, и было показано, почему подход Гича не справляется с поставленной задачей.

В докладе М.А. Смирнова[31] «О видах отрицания **de re**» была показана необходимость разграничения двух видов отрицания как операции *de re*. Один вид, обозначенный как «универсальное отрицание», в теоретико-множественной семантике связывается с операцией взятия дополнения множества. Другой вид, обозначенный как «классовое отрицание», обладает иной семантической природой. Была предложена семантическая структура, не основывающаяся на теории множеств, позволяющая зафиксировать и исследовать свойства классового отрицания.

Следующим был доклад А. Гынгова[32] «Принцип телеологической круговости в философской логике континентальной традиции», посвященный указанному принципу, обоснованному и проявляющемуся в работах по философской логике основных представителей континентальной традиции. Были рассмотрены: фундаментальный круг с телеологическим значением при развертывании категорий в спекулятивной логике Гегеля, структура круга при движении от абстрактного к конкретному всеобщему и от особенного к всеобщему в диалектической логике капитала по Марксу и другие примеры.

Закрывали первый день работы секции «Философская логика» два доклада на английском языке: “Anti-Diodorean Quantum Spacetime Logic”

[29]Николай Иванович Стешенко – к.филос.н., доцент кафедры философии и методологии науки Института философии и социально-политических наук Южного федерального университета.

[30]Анна Александровна Овчинникова – стажер-исследователь в Международной лаборатории логики, лингвистики и формальной философии НИУ ВШЭ.

[31]Михаил Алексеевич Смирнов – Межрегиональная общественная организация «Русское общество истории и философии науки».

[32]Александр Гынгов – PhD, профессор, заведующий кафедрой логики, этики и эстетики Софийского университета «Святого Климента Охридского», София, Болгария.

В.Л. Васюкова[33], посвященный анти-диодоровой логике, в которой временные понятия трактуются как модальные; и доклад "Empty validity all the way up: an easy road" Л.Э. Гонсалеса[34] и К.Р. Родригеса[35], посвященный различию в определениях пустых логик.

Председателем последнего заседания секции, прошедшего 24 июня, выступил И.В. Микиртумов, и было заслушано пять докладов. Открыл работу секции доклад В.И. Маркина[36] «Критерии полноты для множества силлогистических констант». Сами эти константы понимаются как знаки отношений между двумя непустыми множествами. Были введены понятия выразимости силлогистической константы в «локальном» языке, содержащем лишь некоторые из таких констант, и полноты множества исходных констант «локального» языка. Были сформулированы критерии полноты произвольного множества силлогистических констант.

Доклад В.И. Шалака[37] «Обобщение тьюринговой модели вычислимости» был посвящен логическому анализу целенаправленного поведения, которое приводит к построению абстрактной T-машины, являющейся обобщением машин Тьюринга и способной вычислять функции, невычислимые на обычных машинах. С философской точки зрения получается распространение алгоритмических понятий на многие явления живой природы.

Следующим было выступление В.О. Шангина[38] с докладом «Об определении правдоподобных следований», посвященное способам определения правдоподобных следований, которые входят в отечественные учебники по философской логике (Бочарова В.А., Маркина В.И., Войшвилло Е.К., Дегтярева М.Г. и Ивлева Ю.В.).

В докладе А.В. Пыльцина[39] «Обобщенные правила вывода и теоретико-доказательственные свойства натуральных исчислений» были рассмотрены подходы различных авторов к исследованию теоретико-доказатель-

---

[33]Владимир Леонидович Васюков – д.филос.н., профессор, ведущий научный сотрудник сектора логики и заведующий кафедрой истории и философии науки Института философии РАН.

[34]Луис Эстрада Гонсалес – PhD, научный сотрудник факультета философии и литературы Национального автономного института Мексики.

[35]Кристиан Ромеро Родригес – аспирант-исследователь факультета философии и литературы Национального автономного института Мексики.

[36]Владимир Ильич Маркин – д.филос.н., профессор, заведующий кафедрой логики философского факультета МГУ имени М.В. Ломоносова.

[37]Владимир Иванович Шалак – д.филос.н., руководитель сектора логики Института философии РАН.

[38]Василий Олегович Шангин – к.филос.н., доцент кафедры логики философского факультета МГУ имени М.В. Ломоносова.

[39]Артур Витальевич Пыльцин – аспирант кафедры логики философского факультета МГУ имени М.В. Ломоносова.

ственных свойств натуральных исчислений, содержащих в себе так называемые обобщенные правила вывода, описаны преимущества и недостатки таких систем.

Закрывал работу секции «Философская логика» доклад А.С. Бобровой[40] на тему «Теория графов Пирса и теория ментальных моделей: история взаимодействия». В докладе была описана связь между теорией ментальных моделей и теорией экзистенциальных графов, теории комбинирования и исключения моделей. Первая часть выступления была посвящена ответу на вопрос, почему теория экзистенциальных графов является источником теории ментальных моделей, в то время как вторая часть – почему она до сих пор может быть полезна для этой психологической теории.

4. Логика научного познания

В рамках международной конференции «XIII Смирновские чтения по логике» состоялись три заседания секции «Логика научного познания», в которых участвовали более 30 ученых из Москвы, Санкт-Петербурга, Калининграда, Воронежа. В ходе работы секции было заслушано 17 докладов. Большинство докладчиков и слушателей составили постоянные участники Смирновских чтений. Заседания секции проходили онлайн.

Первое заседание секции под названием «Логика и аргументация» состоялось 23 июня и было посвящено обсуждению исследований научного коллектива проекта РНФ № 20–18–00158 «Формальная философия аргументации и комплексная методология поиска и отбора решений спора». Модерировала заседание руководитель проекта Е.Н. Лисанюк[41]. Было заслушано 8 докладов.

В докладе Е.Н. Лисанюк «Два режима работы алгоритма поиска и отбора решений спора и «псевдоистинность» А.Н. Колмогорова в анализе аргументации» был представлен способ устранения некоторых затруднений в трехэтапном алгоритме поиска и отбора решений в аргументативном споре. Затруднения касались унификации проверки обоснованности и корректности демонстративных и недемонстративных аргументов, а также полноты критических вопросов к аргументам относительно их способов демонстрации и схем аргументации. Трехэтапный алгоритм поиска и отбора решений спора использует дунговы фреймы аргументации для ее визуализации

[40]Ангелина Сергеевна Боброва – к.филос.н., доцент, ведущий научный сотрудник Международной лаборатории логики, лингвистики и формальной философии НИУ ВШЭ.

[41]Лисанюк Елена Николаевна – д.филос.н., ведущий научный сотрудник Института философии РАН, профессор Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики».

и поиска исходов спора, совместно с методикой критических вопросов, генерируемых относительно схем аргументации аргументов, а также вычислительные семантики – для отбора решений спора из его исходов. Суть доклада состояла в разделении работы алгоритма на два режима. Первый режим ограничивается проверкой обоснованности аргументов, то есть истинности посылок и поддержки ими заключения, а оценка приемлемости аргумента относительно конкретных схем или способа демонстрации, то есть «псевдоистинности» – в терминах А.Н. Колмогорова, составляет задачу второго режима, уточняющего корректность аргументов. В дискуссии по докладу Боброва А.С. и Зайцев Д.В. подняли вопрос о том, каким образом подразумеваемая в алгоритме оценка аргументов учитывает развиваемую в неформальной логике трехкомпонентную оценку аргументов как приемлемых, релевантных и достаточных. Лисанюк Е.Н. указала на два отличия. Во-первых, оценка аргументов в неформальной логике сводится к оценке отдельных аргументов, а в трехкомпонентном алгоритме является частью поиска и отбора решений спора, и, во-вторых, предлагаемые два режима позволяют отказаться от идеала дедуктивной корректности в оценке аргументов.

Зайцев Д.В.[42] в докладе «К построению логики не-следования» наметил синтаксический подход формальной экспликации отношения следования по модулю. По его мнению, решение такой задачи требует введения особого отношение невыводимости и его аксиоматизации. Один вариант формальной экспликации аргументативного следования ранее был получен на основе так называемых «рассуждений по модулю», когда заключение следует из множества посылок при условии принятия определенных дополнительных условий. Другой вариант представляет его как трехместное семантическое отношение следования по модулю на синтаксическом уровне в виде комбинации двух отношений – классической выводимости и невыводимости. В дискуссии по докладу обсуждались вопросы связи между предложенными подходами к логике не-следования и немонотонной логикой, а также другими недедуктивными формализмами. Докладчик отметил, что развиваемые им варианты решения формальной экспликации аргументативного следования нуждаются в уточнении.

Беликов А.А.[43] в докладе «О понятии аргумента в контексте структурированной аргументации» представил обобщенное понятие аргумента,

[42] Зайцев Дмитрий Владимирович – д.филос.н., профессор Московского государственного университета.

[43] Беликов Александр Александрович – к.филос.н., старший преподаватель Московского государственного университета.

которое дает возможность в рамках теории структурированной аргументации формализовать аргументы, имеющие форму непрямых рассуждений – сложных рассуждений, составленных из нескольких единичных умозаключений. Докладчик рассмотрел несколько подходов к формальному анализу аргументации, включая дунговы фреймы, которые абстрагируются от разграничения между единичными и непрямыми аргументами. В отличие от этого, определение аргумента, используемое в рамках структурированной аргументации, не позволяет формализовать аргументы, имеющие вид непрямых рассуждений. При помощи обобщенного понятия аргумента Беликов А.А. выдвинул новые определения отношений между аргументами, призванные обогатить методологию оценки аргументации. Развиваемый А.А. Беликовым формализм вызвал оживленную дискуссию. Д.филос.н. проф. В.И. Маркин интересовался, связан ли он с предложенной проф. Ивлевым Ю.В. концепцией разграничения между формальным умозаключением и неформальным рассуждением, представляющим, по сути, сложное умозаключение. Проф. Зайцев Д.В. указал на некоторые шероховатости базовых определений и постулатов, а Лисанюк Е.Н. подняла вопрос о семантике формализма.

В докладе «Когда картинки работают как аргументы?» Боброва А.С.[44] представила примеры визуальной аргументации и указала на затруднения ее анализа. Уточнив понимание визуального аргумента и показав, каким образом его толкования позволяют работать с различными техниками оценки аргументов, докладчица отметила главную особенность визуальных аргументов – это не статичные, а движущиеся картинки, так как именно движение дает возможность увидеть схему аргумента, и, значит, анализировать и оценить его. Успехи в изучении визуальной аргументации позволили теории аргументации сформулировать идею мультимодального аргумента, передаваемого через любую систему знаков, которыми может оперировать человек в силу своих органов чувств. Базовые представления семиотики этому процессу не противоречат, но судить о результатах на этой ранней стадии становления нового направления пока сложно. В дискуссии по докладу обсуждались вопросы перевода визуальной аргументации в текстовую, включая движущиеся картинки, а также проблемы интерпретации картинок как аргументов в целом. Денисова В.Г. предложила для обсуждения произведение фотоискусства «Логика рук» в контексте визуальной аргументации.

[44]Боброва Ангелина Сергеевна – к.филос.н., доцент РГГУ и НИУ «Высшая школа экономики».

Денисова В.Г.[45] в докладе «Аргумент как элемент метакогнитивного процесса» рассмотрела аргумент как часть метакогнитивного процесса агента и предложила расширить понимание аргумента в связи с результатами когнитивных наук. Докладчица оценила применимость различных понятий об аргументе для работы с руминациями – повторяющимися автоматическими мыслями у пациентов с депрессией, в рамках когнитивно-поведенческих психотерапевтических сессий. Денисова В.Г. трактовала аргумент как элемент метакогнитивных процессов, под которыми понимается познавательная деятельность человека, направленная на собственную психику, и обосновывала тезис о том, что метакогнитивный взгляд на аргумент является новой трактовкой по сравнению с описанными Е.Н. Лисанюк тремя трактовками аргумента. Денисова В.Г. планирует использовать полученные результаты для диагностики и терапии депрессивного расстройства и видит актуальность изучения аргументации как части метакогниций, а именно «мышления о мышлении», в связи с исследованиями в психологии и психиатрии. Зайцев Д.В. интересовался отличием когнитивной терапии от метакогнитивной терапии, а также ролью психотерапевта в процессе выдвижения и оспаривания тех или иных аргументов. В дискуссии затрагивались вопросы сходства и различия между психологизмом в логике в XIX в. и современным новым психологизмом.

Карпов Г.В.[46] в докладе «Мультимодальные аргументы: автоматизм, перевод и способ обращения» обратился к сложностям, с которыми сталкивается теория аргументации, когда пытается анализировать и оценивать мультимодальные аргументы – убеждающие конструкции, объединяющие написанный текст, звучащую речь, визуальные и иные элементы. Он усомнился как в оптимизме исследователей мультимодальной аргументации, так и в пессимизме критиков этого направления. По его мнению, первые ошибочно полагают, что с такого рода аргументами можно работать как и со всеми прочими, так как их можно выразить в языке, осуществив перевод модального компонента в привычный, вербальный, а вторые ошибочно отметают такого рода аналитическую работу, объявляя ее невозможной на том основании, что невозможен полный перевод модальной составляющей. Докладчик предложил взгляд на мультимодальный аргумент, исходящий из его оценки в духе вопросно-ответных протоколов. В дискуссии Зайцев Д.В. интересовался подробностями предлагаемых процедур

[45] Денисова Виктория Геннадьевна – магистр наук по логике (Университет Амстердама), аспирант, стажер-исследователь Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики».

[46] Карпов Глеб Викторович – к.филос.н., старший преподаватель, заведующий Кафедрой логики Санкт-Петербургского Государственного Университета.

оценки аргументов, В.Г. Денисова – применимостью визуальной аргументации для маркетинговых целей в социальных сетях. Прозвучали скептические оценки в отношении применимости указанных протоколов на практике. Е.Н. Лисанюк предложила организовать обсуждение тематики визуальной аргументации в рамках форума «Дни философии в Санкт-Петербурге» в ноябре 2023 г.

Фролов К.Г.[47] в докладе «Формальные модели мета-аргументации» представил модель расширенной структуры аргументации С. Модгила (S. Modgil), позволяющую выражать атаки со стороны мета-аргументов на атаки между аргументами объектного уровня. Отличительные особенности данного подхода таковы: 1) возможность для одного и того же аргумента выступать в качестве аргумента объектного уровня в рамках одних атак и в качестве мета-аргумента в рамках других атак; 2) возможность для атаки быть «убитой» при том, что и атакующий, и атакуемый аргументы могут остаться «живы». В дискуссии по докладу обсуждались вопросы оценки повторяющихся в споре аргументов, на которых настаивают их авторы, а также разграничения между уровнями аргументации, особенно в контексте предвзятости сторон.

Завершал заседание доклад Микиртумова И.Б.[48] «Паттерны аргументации в спорах о повестке». Согласно развиваемой им концепции, споры о повестке представляют собой первый этап коммуникации, вторым является спор по существу, третьим – делиберация о решении. Спор о повестке существенно затрагивает социальный статус сторон, поэтому в этом споре стороны выступают носителями политической субъектности. Паттерны аргументации определяются тем, какие интересы продвигают вопрос в повестку, и складываются из отношений между публичным и частным интересами и интересом самого института делиберации. Отвечая на вопросы, докладчик уточнил особенности выделенных им видов споров и рассказал, какие агенты спора выделяются в связи с паттернами аргументации.

23–24 июня состоялись два заседания секции «Логика научного познания», посвященные актуальным методологическим, теоретическим и прикладным проблемам исследований научного познания. Заседания модерировали д.филос.н. Чалый В.А. (23 июня) и д.филос.н. Ю.В. Ивлев (24 июня). Было заслушано 9 докладов, сконцентрированных в границах двух тематических полей:

[47]Фролов Константин Геннадьевич – к.филос.н., научный сотрудник Международной лаборатории логики, лингвистики и формальной философии НИУ ВШЭ.

[48]Микиртумов Иван Борисович – д.филос.н., профессор Санкт-Петербургской школы гуманитарных наук и искусств НИУ ВШЭ, профессор Санкт-Петербургского Государственного Университета.

1. Общие вопросы методологии научного познания, в т.ч. логико-философских проблем математики (К.И. Бахтияров, С.Н. Жаров, С.Л. Катречко, П.А. Павлухина).

2. Логика естественных дискурсивных процессов и вопросов применения научного и философского инструментария к их анализу (А.А. Ильин, Е.Б. Кузина, Л.С. Сироткина, Д.В. Хизанишвили, В.А. Чалый).

Второе заседание секции «Логика научного познания» открыл доклад К.И. Бахтиярова [49] «Икс-эффект подсознания». Многообразие авторских идей и ассоциаций было сфокусировано вокруг двух центральных утверждений: об универсальности проявлений подсознания; об исключительной роли подсознательных процессов в научном познании, в т.ч. открытии. Придавая огромное значение подсознательным явлениям, докладчик настойчиво проводил оригинальный подход к интерпретации некоторых объектов точных и естественных наук, заключающийся в усмотрении в их знаковых и содержательных контурах проявлений эффектов подсознания.

Доклад К.И. Бахтиярова положил начало вектору анализа вопросов философии математики.

Философия математики на втором заседании секции была представлена докладами С.Н. Жарова[50] «Онтологические истоки математики в свете философской феноменологии» и С.Л. Катречко «Геделевская теорема о неполноте Математики: может ли математика (арифметика) быть полной?».

В фокусе внимания С.Н. Жарова были онтологические истоки математики. Проблема, побудившая автора к размышлениям, связана с единством математических структур и структур физической реальности. Докладчик подчеркнул, что общий исток математического и естественно-научного мышления не может быть обнаружен в предметном бытии, в связи с чем основная проблема доклада была оформлена в виде вопроса о том, что собой представляет это общее основание. В ходе доклада автор предложил ракурс рассмотрения проблемы онтологического статуса математики, преодолевающий традиционную оппозицию платонизма-конструктивизма: делая отсылку к философской феноменологии хайдеггеровского типа, докладчик выдвинул гипотезу о том, что в качестве общего истока идей математики и физики выступает бытие в модусе непредметности. С.Н. Жаров подчеркнул, что единым онтологическим источником математики и естествознания, теоретических инноваций в них является гуссерлевский

[49] Бахтияров Камиль Ибрагимович – д.филос.н., профессор, Российский государственный аграрный университет ТСХА им. К.А. Тимирязева.

[50] Жаров Сергей Николаевич – д.филос.н., профессор, Воронежский государственный университет.

«жизненный мир», рассматриваемый как горизонт неоформленных бытийных смыслов, способных получить предметное оформление в виде логических структур. Именно в этом горизонте, по мнению докладчика, коренится источник интуиции, играющей огромную роль в математическом познании. Доклад был поддержан К.И. Бахтияровым, в выступлении которого содержались созвучные идеи о роли интуиции в математическом познании.

С.Л. Катречко[51] подчеркнул вскрывающееся в условиях постнеклассической науки противоречие, которое проблематизирует вопрос о неполноте математики при рассмотрении последней в контексте человеческой деятельности: с одной стороны, теорема Геделя как теоретический конструкт принята научным сообществом, с другой, идея неполноты математики не ограничивает деятельность самих математиков. Анализируя коллизию между формальной неполнотой и прагматической полнотой, автор сформулировал задачу преодоления этого парадокса и предложил стратегию ее решения. Подход, охарактеризованный в докладе, развивается автором в рамках стратегии «ослабления» неполных математических теорий – С.Л. Катречко подчеркнул необходимость «сузить» множество собственно математических предложений, исключив из него самореферентные. Апеллируя к методологии, описанной И. Лакатосом, автор предложил рассматривать такие выражения как «монстров» и применить к ним методы исправления и устранения монстров. Основанием для такой квалификации самореферентных выражений является, согласно позиции докладчика, подход А.С. Есенина-Вольпина, в соответствии с которым дифференцируются формулы и формулоиды как выражения метаязыка, и самореферентные предложения признаются формулоидами. Формулоиды исключаются из множества математических предложений, и обосновывается полнота для оставшейся части математики.

Доклад С.Л. Катречко был поддержан К.Е. Бахтияровым, который одобрил использование методологии «исключение монстров» И. Лакатоса. А.А. Ильин задал вопрос относительно статуса теоремы Гёделя, уточнив, чем подход докладчика отличается от общепринятого.

Доклад П.А. Павлухиной[52] (заседание 24 июня) стал финальным в рамках общеметодологического направления работы секции. Автор обратилась к проблеме дифференциальных признаков знания, подчеркнув, что классическое его определение как истинного обоснованного мнения некорректно,

[51]Катречко Сергей Леонидович – к.филос.н., доцент, Государственный академический университет гуманитарных наук.

[52]Павлухина Полина Андреевна – студентка Института философии Санкт-Петербургского государственного университета, исследователь Межрегиональной общественной организации «Русское общество истории и философии науки».

поскольку с концептом «знание» соотносит объекты, таковыми не являющиеся. В этой связи основные идеи доклада были сфокусированы на проблеме Геттиера. Автор отметила, что эта проблема требует разрешения в связи с необходимостью точного определения концепта «знание» и в то же время сама может и должна быть объектом критики, в частности, ее онтологические и семантические предпосылки. Семантические предпосылки докладчик связала с интенсиональностью контекста геттиеровских контрпримеров. Различая de dicto и de re утверждения в контрпримере Геттиера, она обратила внимание на неустойчивость примера, рассматриваемого в семантическом ракурсе. П.А. Павлухина подчеркнула, что при анализе проблемы конститутивных признаков знания, в определенном смысле происходит подмена философского анализа концепта «знание» анализом установки «знать, что». В завершение выступления автор отметила открытость проблемы Геттиера и указала, что для ее решения можно предпринять попытки установить ложность ее предпосылок.

Доклад П.А. Павлухиной вызвал дискуссию в развитие идей, высказанных на пленарном заседании И.Б. Микиртумовым: участники заседания подняли проблему валидности дихотомии de re – de dicto применительно к семантическому анализу высказываний естественного языка, включая утверждения о знании. Е.Б. Кузина отметила недостаточность двух позиций для точной оценки семантических свойств высказывания и указала на проблему дифференциации de re установок. В дискуссии рассматривался вопрос о возможности избежать применения бинарного подхода в семантическом анализе.

Проблемы, связанные с использованием естественного языка, составили основное содержание доклада Е.Б. Кузиной[53], выступившего своего рода связующим звеном между двумя магистральными тематическими направлениями секции «Логика научного познания» и открывшего третье заседание (24 июня).

Сообщение «О логической реконструкции отрицания в русскоязычных предложениях» было посвящено вопросу о корреляции структур естественного и искусственного языков в аспекте проблемы отрицания. Используя яркий иллюстративный материал, автор охарактеризовала многообразие и многоаспектность естественных отрицаний, вариативность возможных трактовок отрицательных выражений как источник затруднений понимания и интерпретации текстов. Предлагая в качестве инструмента анализа логической макроструктуры естественных высказываний интеррогативный

[53]Кузина Елена Борисовна – к.филос.н., доцент, Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова.

подход, докладчица сформулировала и обосновала тезис о том, что частное отрицание внутри предиката относится ко всему предикату и, таким образом, многообразие естественных отрицаний может быть корректно выражено тремя отрицаниями классической логики.

Доклад Е.Б. Кузиной вызвал дискуссию вокруг проблемы логического анализа языка. Ю.В. Ивлев[54] отметил, что важной целью такого анализа является изменение правил языка, и сослался на сформулированное им ранее предложение изменить правила написания частицы «не» с русскими существительными и глаголами. Слитное или раздельное написание, по мнению Ю.В. Ивлева, должно быть дифференцирующим, а определять его должна семантика отрицательного выражения, чтобы отражать это в знаковой форме.

Проблемные аспекты процессов коммуникации были освещены в докладах А.А. Ильина[55] «Избыточные ответы и их прагматическая оправданность» и В.А. Чалого[56] «Немонотонность в делиберации по первой формуле категорического императива» (заседание 23 июня). Апеллируя к теории вопросов и ответов Ю.В. Ивлева, А.А. Ильин акцентировал внимание на логически правильных и одновременно избыточных ответах. Автор проиллюстрировал разнообразными примерами целесообразность таких ответов в некоторых интеррогативных ситуациях. Докладчик подчеркнул, что избыточные ответы играют особую роль применительно к тенденциозным вопросам, призванным скомпрометировать адресата вопроса: ответ, сообщающий незапрашиваемую в вопросе информацию, способен «обезвредить» тенденциозный вопрос.

Содержание доклада А.А. Ильина вызвало живой интерес слушателей. Л.С. Сироткина интересовалась, можно ли считать корректными неполные ответы на вопросы. Е.Б. Кузина предложила описания конкретных интеррогативных ситуаций и спросила о том, каким образом докладчик оценивает корректность и некорректность вопросов, заданных в этих ситуациях. В ходе совместного анализа эмпирического материала возникла необходимость в прояснении и уточнении некоторых теоретических вопросов. Докладчик подчеркнул, что он не ставил задачи теоретического анализа интеррогации, но сфокусировал внимание на тенденциозных вопросах и значении избыточных ответов на них в выстраивании коммуникации.

[54] Ивлев Юрий Васильевич – д.филос.н., профессор, Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова.

[55] Ильин Алексей Алексеевич – старший преподаватель, Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова.

[56] Чалый Вадим Александрович – д.филос.н., профессор, Балтийский федеральный университет им. И. Канта.

Проблема расхождения некоторого теоретического положения и практики его применения в сферах практической философии и морального суждения была поднята в докладе В.А. Чалого «Немонотонность в делиберации по первой формуле категорического императива». Один из ракурсов этой проблемы докладчик связал с невозможностью применения без противоречий кантовского правила моральной делиберации в практическом действии. Разрешение коллизии, по мнению В.А. Чалого, возможно посредством экспликации скрытой немонотонности кантовской модели: немонотонная интерпретация принципа морального действия предполагает, что введение некоторых положений, основанных на учете параметров целостной ситуации практического действия, может менять результирующую оценку действия на противоположную. Применяя метод мысленного эксперимента, автор показал, что немонотонная интерпретация позволяет сохранять максимы в статусе действующих регуляторов делиберативных игр.

Доклад В.А. Чалого явился яркой демонстрацией применения неклассических логических принципов к анализу идей практической философии с целью придания им статуса таких норм философии действий, которые осуществимы в социальных практиках. На анализе естественных дискурсивных практик и естественных мыслительных процессов были сфокусированы два доклада – Л.С. Сироткиной[57], 23 июня, и Д.В. Хизанишвили, 24 июня. В сообщении «Когнитивные стратегии решения силлогистических задач» Л.С. Сироткина изложила результаты исследования, выполненного в рамках экспериментальной логики. Вниманию слушателей была представлена типология вариантов рассуждающего реагирования агентов в ответ на предъявление силлогистической задачи. Продемонстрировав преобладание неформальных способов рассуждений, докладчик охарактеризовала когнитивно значимые параметры задач и описала зависимости актуализации типа стратегии решения от степени содержательной «зашумленности» условия и архитектуры посылок.

Доклад вызвал живой отклик аудитории, было задано большое количество вопросов, значительная часть была нацелена уточнить методику экспериментального исследования. В.Г. Денисова подчеркнула возможное влияние состояния внимательности на успешность решения силлогистических задач и предложила сконструировать тестовые материалы, в которые была бы введена данная переменная. Д.В. Хизанишвили поддержал предложение В.Г. Денисовой и спросил, формировался ли у респондентов первичный опыт решения подобных задач. Е.Б. Кузина заинтересовалась

[57]Сироткина Людмила Сергеевна – к.филос.н., Балтийский федеральный университет им. И. Канта.

целями и перспективами исследования. Л.С. Сироткина отметила, что перспективы исследования связывает с поиском ответа на вопрос о врожденности силлогистических процедур, по крайней мере, по совершенной первой фигуре.

Закрывал работу секции доклад Д.В. Хизанишвили[58] «Имеет ли предвзятость подтверждения функцию?». Критикуя интеракционистскую теорию рассуждений, автор выдвинул тезис о необоснованности утверждения об адаптивной природе предвзятости подтверждения (ПП) и гипотезу о неизбежности ПП в силу ограничений, налагаемых основными архитектурными характеристиками разума. Д.В. Хизанишвили предложил в качестве способа обоснования соответствующего тезиса поиск когнитивных механизмов, лежащих в основе большинства когнитивных процессов человека. Автор выразил согласие с Фестингером в том, что принципами, регулирующими все когнитивные процессы, являются тенденции к уменьшению когнитивных усилий и сохранению когнитивной согласованности. В ходе выступления докладчик высказал мысль о том, что эти два механизма обязательно дают совокупность характеристик, которые обычно ассоциируются с ПП.

Несмотря на значительное разнообразие проблемных полей, в рамках которых ведут исследования докладчики, работа в рамках заседаний секции «Логика научного познания» была дискуссионно насыщенной и, как и в предыдущие годы, весьма плодотворной. Одним из важнейших результатов стала демонстрация возможностей научно-результативного применения новых подходов и методов к изучению хорошо известных и относительно новых объектов и проблем, а также обозначение интересных перспектив, в т.ч. и для научного сотрудничества.

5. История логики

Заседания секции «История логики» проходили 23 июня, председателем первого из них выступила Л.Г. Тоноян. Открыл работу секции доклад В.А. Бажанова[59] «О логических интересах Н.И. Лобачевского». Было показано, что Лобачевский был знаком с основами логического знания в изложении И. Кизеветтера, который, в свою очередь, фактически воспроизводил взгляды на логику И. Канта.

---

[58]Хизанишвили Давид Васильевич – независимый исследователь, г. Калининград.

[59]Валентин Александрович Бажанов – д.филос.н., заведующий кафедрой философии факультета гуманитарных наук и социальных технологий Ульяновского государственного университета.

Доклад «Тезисы Насиреддинна Туси об "определении" в трактате "Извлечение из логики"» А.А. Бабаева[60] и В.Ф. Меджлумбековой посвящен понятию «определения» в работах выдающегося средневекового мусульманского схоласта Насиреддинна Туси, который систематизировал и комментировал работы Аристотеля.

В докладе Н.Л. Кварталовой[61] «Влияние логических идей Бертрана Рассела на развитие логики в Китае» была рассмотрена историческая ситуация, сложившаяся в логике в Китае в начале XX в., и основные моменты появления в Китае математической логики, которое произошло в большой степени под влиянием "Principia Mathematica" Б. Рассела и А. Уайтхеда.

Выступление А.В. Коньковой[62] с докладом «Суждения о существовании в воображаемой логике Н.А. Васильева» было посвящено варианту рассмотрения суждений воображаемой логики через суждения о существовании. Была сформулирована логическая система $IL\Upsilon$, заданы ее язык, семантика, и был предложен аналитико-табличный способ проверки умозаключений.

Доклад С.М. Кусковой[63] «Аристотель и логический позитивизм» был посвящен анализу категорий Аристотеля в контексте анализа терминов логического позитивизма. Показано, что проект первой философии Аристотеля удовлетворяет строгим условиям неопозитивистов, отвергающих метафизику.

Последним докладом первой части заседания секции стало выступление О.И. Невдобенко[64] с докладом «Логоцентризм, априоризм и возможность познания природы в поэме парменида "О природе"». В докладе был предложен ответ на вопрос «Зачем описывать объект, о котором не может быть истинного знания, а может быть лишь неустойчивое, меняющееся мнение?», исходящий из разделения утверждений о мире мнения на квантифицированные и утверждения о единичных объектах. Было показано, что первые, в рамках концепции элейца, обладают большей стабильностью в отношении присваиваемого им истинностного значения.

[60] Али Аваз оглы Бабаев – д.филос.н., доцент Института математики и механики НАН Азербайджана.

[61] Наталия Леонидовна Кварталова – к.филос.н., ведущий научный сотрудник Центра изучения культуры Китая и современной Азии РАН.

[62] Антонина Викторовна Конькова – аспирант кафедры логики философского факультета МГУ имени М.В. Ломоносова.

[63] Светлана Михайловна Кускова – к.филос.н., доцент Московского института психоанализа.

[64] Оксана Ивановна Невдобенко – к.филос.н., доцент кафедры философии МГТУ имени Н.Э. Баумана.

Председателем второго заседания секции «История логики» выступил В.А. Бажанов, а открыл его доклад З.А. Сокулер[65] «Квантификация в “Логико-философском трактате”». Было показано, что в «Логико-философском трактате» Витгенштейн озабочен не построением особого исчисления, но философией логики, то есть правильным пониманием того, чем являются логические константы и предложения, и что проблема квантификации для него – это проблема истолкования формул с кванторами.

В докладе Л.Г. Тоноян[66] «Древо Порфирия в древнерусских источниках» показано, что практически во всех древнерусских источниках подробно излагается такой важный для усвоения логики раздел, как иерархическое деление понятий и его применение для решения философских и богословских проблем.

В докладе «О теории значения К. Твардовского» К.Д. Скрипник[67] рассказал о некоторых базовых характеристиках логико-семиотических идей Твардовского, в частности, семиотическом понимании термина “Vorstellung”, знака как содержания презентации, интенционального характера процесса передачи презентации.

Доклад А.В. Шевцова[68] «Логико-гносеологическое учение Л.Е. Габриловича в свете рецензии Леопольда Левенгейма» был посвящен логико-гносеологической концепции сочинения русского ученого и философа Леонида Евгеньевича Габриловича «О математическом мышлении и понятии актуальной формы», 1914. Был сделан вывод, что Габрилович разработал и предложил оригинальную гносеологическую теорию «актуальных форм», которую он сделал центральным пунктом концепции своего сочинения. Отмечено философское сходство с логико-гносеологической концепцией исследований Л.Е. Габриловича с результатами Л. Левенгейма.

Заключительным докладом секции «История логики» стало выступление Д.А. Синицкого[69] «Экспликация теории эстетического восприятия Д. Юма в терминах формализованной модели эмоций ОСС». В докладе было проведено уточнение юмовской концепции эстетического восприятия средствами одной из современных теорий, предлагающих своеобразную

[65]Зинаида Александровна Сокулер – д.филос.н., профессор кафедры онтологии и теории познания философского факультета МГУ имени М.В. Ломоносова.

[66]Лариса Грачиковна Тоноян – к.филос.н., научный сотрудник Российской христианской гуманитарной академии.

[67]Константин Дмитриевич Скрипник – д.филос.н., профессор кафедры философии и методологии науки Института философии и социально-политических наук Южного федерального университета.

[68]Александр Викторович Шевцов – к.филос.н., старший преподаватель кафедры философии Московского авиационного института.

[69]Дмитрий Анатольевич Синицкий – к.филос.н., доцент Института атомной энергетики НИЯУ МИФИ.

когнитивно-психологическую модель эмоций. Такое уточнение потребовало сравнительного анализа теории аффектов Д. Юма, теории эмоций А. Ортони, Дж.Л. Клора и А. Коллинза и формализации модели эмоций ОСС, выполненной Б. Штейнбринком, М. Дастани и Дж.-Дж. Мейером.

Всего в работе конференции приняло участие около 200 человек со всей России и ближнего зарубежья, включая докладчиков из Мексики, Болгарии и Азербайджана. Подробно ознакомиться с материалами конференции можно в сборнике материалов конференции [Материалы конференции, 2023][70].

Литература

Материалы конференции, 2023 – Тринадцатые Смирновские чтения: материалы Международной научной конференции, Москва, 22–24 июня 2023 г. (редкол.: О.М. Григорьев, Д.В. Зайцев, Ю.В. Ивлев, В.И. Шалак, Н.Е. Томова; отв. ред. В.И. Маркин). М.: Издатель А.В. Воробьёв, 2023. 292 с.

[70]Сборник доступен на сайте конференции по ссылке: `https://smirnovreadings.ru/`

Viktoria G. Denisova, Maria M. Legeydo, Elena N. Lisanyuk,
Liudmila S. Sirotkina

Review of the international scientific conference "XIII Smirnov's Readings on Logic"

Viktoria G. Denisova
National Research University Higher Shcool of Economics,
20 Myasnitskaya str., 101000, Moscow, Russian Federation.
E-mail: msc.denisova@mail.ru

Maria M. Legeydo
Lomonosov Moscow State University,
27/4 Lomonosovskiy prospect, Moscow, 119991, Russian Federation.
E-mail: legeydo.mm@philos.msu.ru

Elena N. Lisanyuk
Institute of Philosophy of the Russian Academy of Sciences,
12/1 Goncharnaya Str., Moscow, 109240, Russian Federation.
National Research University Higher Scool of Economics,
20 Myasnitskaya str., 101000, Moscow, Russian Federation.
E-mail: elisanyuk@hse.ru

Liudmila S. Sirotkina
Immanuel Kant Baltic Federal University,
14 Alexander Nevsky str., 236041, Kaliningrad, Russian Federation.
E-mail: lyusir.ru@mail.ru

Abstract: The article briefly highlights the International scientific conference "XIII Smirnov's Readings on Logic" that took place in June 2023. Short abstracts of the reports read at the plenary session and within the sessions "Symbolic Logic", "Philosophical Logic", "Logic of Scientific Knowledge" and "History of Logic" are presented.

Keywords: Smirnov's readings, symbolic logic, philosophical logic, history of logic, review

For citation: Denisova V.G., Legeydo M.M., Lisanyuk E.N., Sirotkina L.S. "Obzor mezhdunarodnoi nauchnoi konferentsii 'XIII Smirnovskie chteniya po logike'" [Review of the international scientific conference "XIII Smirnov's Readings on Logic"], *Logicheskie Issledovaniya / Logical Investigations*, 2024, Vol. 30, No. 1, pp. 104–129. DOI: 10.21146/2074-1472-2024-30-1-104-129 (In Russian)

Acknowledgements. The research of E.N. Lisanyuk was supported by the Russian Science Foundation, project № 20-18-00158 "Formal Philosophy of Argumentation and a Comprehensive Methodology for the Search and Selection of the Dispute Resolutions", implemented at St. Petersburg State University.

References

Conference proceedings, 2023 – Trinadtsatye Smirnovskie chteniya: materialy Mezhdunarodnoi nauchnoi konferentsii, Moskva, 22–24 iyunya 2023 g. [13tn Smirnovs readings on logic: proceedings of the international scientific conference. Moscow, June 22-24 2023.] (ed. by O. Grigoriev, D. Zaitsev, Yu. Ivlev, V. Shalak, N. Tomova, V. Markin). Moscow, Published by A. Vorobyev, 2023. 292 pp.

Информация для авторов

• Журнал «Логические исследования» принимает к публикации рукописи, содержащие изложение оригинальных результатов из различных областей современной логики, ранее не публиковавшиеся и не представленные к публикации в других изданиях. (Рубрики см. на сайте журнала `http://logicalinvestigations.ru`)

• Все статьи, планируемые к публикации в журнале «Логические исследования», проходят процедуру анонимного рецензирования.

• Решение о публикации текста принимается главным редактором с учетом мнения редколлегии и оценки рецензентов. Решение о публикации принимается в течение двух месяцев с момента представления рукописи.

• Плата за опубликование рукописей не взимается.

• Рукопись должна быть представлена в электронном виде и оформлена в формате LaTeX 2_ε.

• При подготовке рукописи в LaTeX 2_ε необходимо использовать стилевой класс `LIarticle.cls` и шаблон `LI_template.tex` (если рукопись на русском языке) или `LI_template_eng.tex` (если рукопись на английском языке), которые размещены в правилах представления рукописей на сайте `http://logicalinvestigations.ru`. Здесь же размещены подробные рекомендации по подготовке рукописи.

• Объем рукописи не должен превышать 25 стр. (60 тыс. знаков), включая ссылки, примечания, списки литературы, аннотации (на русском и английском языках).

Статьи следует направлять в электронном виде в редакцию через сайт
`http://logicalinvestigations.ru`

Information for authors

• *Logical Investigations* accepts for submission papers containing original results in all areas of logic. The papers should not have been published or simultaneously submitted to another publication. (Sections of the journal: `http://logicalinvestigations.ru`)

• All materials published in *Logical Investigations* undergo peer review process.

• The Editor in Chief makes the decision which of the submitted articles should be published, with due account for opinions of the Editorial Board and the reviewers. The decision is made within two months since the date of submission of the manuscript.

• Authors are not charged for the publication.

• Papers should be submitted electronically in the $\LaTeX\,2_\varepsilon$ format.

• While typesetting a paper, the class file `LIarticle.cls` and the template `LI_template_eng.tex` should be used; both files can be accessed at `http://logicalinvestigations.ru`. Here you can also find detailed guidelines for preparing your paper.

• Papers should not exceed 25 pages in the above mentioned format (including the notes, the bibliography, the abstract).

Submissions should be sent in electronic form through the website:
`http://logicalinvestigations.ru`

Научно-теоретический журнал

Логические исследования / Logical Investigations
2024. Том 30. Номер 1

Учредитель и издатель: Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт философии Российской академии наук

Свидетельство о регистрации СМИ: *ПИ № ФС77-61228 от 03.04.2015 г.*

Главный редактор: *В.И. Шалак*

Ответственный секретарь: *Н.Е. Томова*

Технический редактор: *Е.А. Морозова*

Корректор: *Е.М. Пушкина*

Художники: *Н.Н. Попов*, *С.Ю. Растегина*

Подписано в печать с оригинал-макета 13.06.2024.
Формат 70 x 100 1/16. Печать офсетная. Гарнитура Computer Modern.
Для набора греческого текста использован пакет Teubner.
Усл. печ. л. 10,48. Уч.-изд. л. 6,6. Тираж 1 000 экз. Заказ № .

Оригинал-макет изготовлен в Институте философии РАН

Разработка LaTeX-класса стилевого оформления оригинал-макета: *А.Е. Коньков*

Компьютерная верстка: *Н.Е. Томова*

Отпечатано в ЦОП Института философии РАН
109240, г. Москва, ул. Гончарная, д. 12, стр. 1

Информацию о журнале «Логические исследования» см. на сайте:
`http://logicalinvestigations.ru`