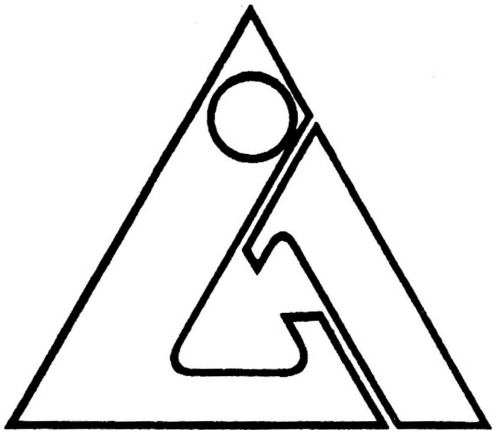
РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

ИНСТИТУТ ФИЛОСОФИИ



LOGICAL INVESTIGATIONS

Vol. 6

MOSCOW
ROSSPEN
1999

ЛОГИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

Выпуск 6

МОСКВА
РОССПЭН
1999

УДК 16
ББК 87.4
Л 69

Редколлегия:

Карпенко А.С., Смирнова Е.Д. (отв. редакторы)
Анисов А.М., Арутюнова Н.Д., Бежанишвили М.Н.,
Быстров П.И., Васюков В.Л., Войшвилло Е.К., Герасимова И.А.,
Маркин В.И., Непейвода Н.Н., Успенский В.А., Финн В.К.

Л 69 **Логические исследования. Вып. 6**. — М.: «Российская политическая энциклопедия» (РОССПЭН), 1999. — 320 с.

Шестой выпуск «Логических исследований» содержит статьи, подготовленные в основном по докладам, сделанным на секции «Философская логика и логическая философия» 1-ой Международной конференции «Смирновские чтения» (Москва, март 1997).

В книгу вошли оригинальные работы по философским проблемам логики и по неклассическим логикам, философски ориентированным.

Сборник предназначен для всех, кто интересуется проблемами взаимоотношения логики и философии.

The 6th issue of «Logical Investigations» contains the papers prepared mainly on the base of reports presented at the Section «Philosophical Logic and Logical Philosophy» of the 1st International Conference «Smirnov's Readings» (Moscow, March 1997).

The issue consists of the contributions on philosophical problems of logic and philosophically oriented non-classical logics. It will be useful for everybody who is interested in problems of interrelations between logic and philosophy.

ББК 87.4

© Коллектив авторов, 1999
© Институт философии РАН, 1999
© «Российская политическая энциклопедия» (РОССПЭН), 1999

ISBN 5-8243-0046-1

ОТ РЕДКОЛЛЕГИИ

Шестой выпуск "Логических исследований" содержит статьи, подготовленные в основном по докладам, сделанным на секции "Философская логика и логическая философия" 1-ой Международной конференции Смирновския чтения" (Москва, март 1997).

Напомним, что 5-ый выпуск "Логических исследований" содержит доклады этой же конференции, сделанные на секции "Символическая логика".

Под *философской логикой* понимается исключительно широкая область логических исследований, требующая философского осмысления основных понятий, применяемых в современной логике, и результатов, полученных средствами *символической логики*, а также применение логики, в основном технического аппарата *неклассических логик* к анализу и реконструкции различных философских проблем. В свою очередь, под логической философией использование логики в философских и научных исследованиях.

Даный сборник является конкретным примером такого понимания предмета философской логики и логической философии. Здесь рассматриваются вопросы как обоснования логических систем (Е.Д.Смирнова), так и истолкования логики (Я.Л.Слинин). А.Гжегорчик (Польша) и Г.Санду и Дж.Хиипакки (Финляндия) обсуждают проблемы семантических парадоксов. Ряд статей посвящено исконно философской логике, а именно модальной логике и теории модальностей (Ю.В.Ивлев, И.А.Герасимова, М.Н.Бежанишвили, П.И.Быстров, А.В.Чагров), логике истинности и ложности (С.А.Павлов). Новый вид семантики для релевантной логики предложен Е.А.Сидоренко, к этой же проблематике относится и статья Д.В.Зайцева; а работа В.М.Попова и другая статья Е.Д.Смирновой посвящены бурно развивающемуся сейчас направлению в неклассических логиках, явно философски ориентированному, – паранепротиворечивой логике. Целый ряд работ относится к исследованию силлогистики (Е.К.Войшвилло, Л.И.Мчедлишвили, В.И.Маркин, Т.П.Костюк).

Из работ, относящихся непосредственно к логической философии, стоит выделить статьи А.М.Анисова, К.Ф.Самохвалова, Г.В.Гриненко. Обратим внимание на первую из них, где анализируются такие фундаментальные понятия как "направление времени", "направление становления" и "обратимости времени".

EDITOR'S NOTE

The 6th issue of "Logical Investigations" is the collection of papers based mainly on the reports presented at the Section "Philosophical Logic and Logical Philosophy" of the 1st International Conference "Smirnov's Readings" (Moscow, March 1977).

Note that 5th isssue of "Logical Investigations" contains the texts of reports presented at the Section "Symbolic Logic" of the same Conference.

Philosophical logic is treated as very extensive field of logical investigations where one heeds philosophical comprehension of the main concepts used in modern logic and results obtined by tools of symbolic logis as well as application of logic, especially techniques of non-classical logics, to an analysis and reconstruction of various philosophical problems. On the other hand, logical philosophy is treated as employing of logic in philosophical and scientific investigations.

This issue is certain example of such understanding of the subject of philosophical logic and logical philosophy. It comprehends such issues as justification of logical systems (E.D.Smirnova) and interpretation of logic (J.A.Slinin). A.Grzegorczyk (Poland), G.Sandu and J.Hiipakki (Finland) discuss some problems of semantical paradoxes. A number of papers deal with traditional philosophical logic, namely with logical theory of modalities (Y.V.Ivlev, I.A.Gerasimova, M.N.Bezhanishvili, P.I.Bystrov, A.V.Chagrov), truth and falsehood logic (S.A.Pavlov). A new type of semantics for relevant logic is presented by E.A.Sidorenko. Similar topic is considered in D.V.Zaitsev's contribution. V.M.Popov's paper and the second E.D.Smirnova's paper are concerned with paraconsistent logic - fastly developing trend of non-classical logic which, obviously, is philosophically oriented. A number of papers present the investigations in syllogistics (E.K.Vojshvillo, L.I.Mchedlishvili, V.I.Markin, T.P.Kostjuk).

A.M. Anisov's, K.F.Samokhvalov's and G.V.Grinenko's contributions relates directly to logicl philosophy. Note that the first of them analyses fundamental concepts such as "directon of time", "direction of coming" and "reversibility of time".

Е.Д.Смирнова

ПРИРОДА ЛОГИЧЕСКОГО ЗНАНИЯ И ВОПРОСЫ ОБОСНОВАНИЯ ЛОГИЧЕСКИХ СИСТЕМ[1]

Abstract. *The present approach to the construction of a non-standard semantics is closely connected with the analysis of the nature of logical knowlege. We consider that adequate semantics may be constructed without using the concepts of impossible possible worlds and without the concepts of contradictory or incomplete state descriptions. Instead partially defined predicates are accepted. We consider predicates of truth and falsity to be of this kind – they can be partially defined. We proceed from the idea of the symmetry of concepts of truth and falsity (and this is very important). Falsity is considered as an independent notion not as absence or negation of the truth. Let W be a non-empty set of possible worlds,* φ *a function, ascribing the pair of sets* $<H_1,H_2>$ *to propositional variables.* $H_1 \subseteq W$, $H_2 \subseteq W$. $\varphi_T(A)=H_1$ *is class of worlds in which A holds (domain of a sentense)* $\varphi_F(A)=H_2$ *– a class of worlds in which A does not hold (anti-domain of a sentence) . The relation between classes* $\varphi_T(A)$ *and* $\varphi_F(A)$ *may both satisfy or not satisfy the following conditions:*

(1) $\varphi_T(A) \cap \varphi_F(A) = \varnothing$, (2) $\varphi_T(A) \cup \varphi_F(A) = W$.

Accepting both (1) and (2) we get standard semantics. Accepting (1) and rejecting (2) – semantics with truth value gaps; accepting (2) and rejecting (1) – semantics with glut evaluations; rejecting both (1) and (2) we get relevant semantics. On the basis of concept of domain and anti-domain of proposition from the outset different relations of entailment may be introduced, independently of conditions (1) and (2). It is these notions of entailment, combined with conditions (1) and (2), that determine different logical systems.

Возникновение в современной логике логических систем самого разного типа остро ставит проблему их обоснования. Вновь поднимается вопрос исследования природы логического знания, логических форм и законов. Является ли логика наукой эмпирической или теоретической? И что означает последнее? Имеет ли она собственный базис или ее основания лежат в психологии, в теории познания, в математике? Освещение этих вопросов во многом связано с критикой психологизма в логике.

[1] Работа выполнена при поддержке фонда РГНФ, проект №

Если рассматривать логические законы и формы как законы естественного, природного процесса мыслительной деятельности людей – как это делали, например, представители психологизма в логике, – тогда законы логики носят эмпирический характер, они изменяются только в связи с изменением человеческого ума. И – что особенно существенно при таком подходе – исчезает сама проблема обоснования логических систем и вопрос относительно онтологических и теоретико-познавательных предпосылок логических законов и форм не имеет смысла.

Однако одно дело – как протекает процесс человеческого мышления, чем обусловлены наши суждения, другое — принципы и законы логики. Объяснение хода мышления и суждения, полагал Г.Фреге, – важная, но не логическая задача.

В основе логических структур и связей лежат вовсе не эмпирические связи феноменов сознания. Связи, лежащие в основе логических систем и обеспечивающие то, что мы называем правильным мышлением, носят идеальный характер. Суть проблемы, с нашей точки зрения, заключается в объяснении идеальных связей, лежащих в основе логических систем разного типа. В то же время это вопрос о роли и необходимости абстрактных сущностей в семантическом анализе.

Центральная идея нашего подхода заключается в том, что логические системы определяются семантикой языка. И именно семантические феномены служат краеугольным камнем в раскрытии философских оснований, связанных с природой логического знания. В отличие от широко распространенной точки зрения, я не считаю семантики логических систем чисто формальными. Они существенно связаны с эпистемологическими предпосылками. Важная задача – раскрыть связь между семантикой языка – с ее онтологическими и эпистемологическими предпосылками – и логическими системами.

Я полагаю, что появление логических систем, в семантиках которых принимаются во внимание определенные характеристики субъекта познавательной деятельности – такие как его знание, установки, принимаемый им концептуальный аппарат – не означает возврата к определенной форме эмпиризма и психологизма в логике.

Логические формы и законы не являются неизменными, данными раз и навсегда. Они могут изменяться вместе с предпосылками, исходящими от теории познания.

На наш взгляд, логические законы и структуры не принадлежат одному уровню. Следует различать два рода теоретико-познавательных предпосылок и, соответственно, выделяются два типа, два уровня логических законов.

Логика не зависит непосредственно от эмпирических данных, от эмпирических характеристик объектов универсума рассмотрения. Она является теоретической, а не эмпирической наукой. Но

логика зависит от принимаемых абстракций и идеализаций. Другими словами, она зависит от типа идеальных сущностей, принимаемых в семантическом анализе. Соответственно, я полагаю обоснованным подразделять законы логики на два типа.

Первый тип зависит от допущений – назовем их предпосылками онтологического характера, – налагаемых на миры или объекты универсума рассмотрения (например, идеальные и реальные объекты Д.Гильберта или «воображаемый мир» Н.А.Васильева или возможные миры в семантиках модальных систем).

Законы второго типа не зависят от ограничений, налагаемых на универсум рассмотрения. Они зависят от предпосылок, связанных с концептуальным аппаратом познающего субъекта: с его установками, принимаемыми понятиями истинности и ложности, логического следования, суждения, отрицания и т.д. С предпосылками такого рода связано, на наш взгляд, включение в логику, в обоснование логических систем, субъекта познавательной деятельности.

Интересно отметить, что еще в начале века в России Н.А.Васильевым была выдвинута идея подразделения логических законов на два уровня: законы собственно логики и законы металогики. Законы собственно логики Васильев рассматривал как эмпирические в том смысле, что они зависят от универсума рассмотрения и могут изменяться в связи с изменением объектов универсума рассмотрения. В противоположность им законы металогики, связанные с понятиями истинности, ложности, суждения и т.д., рассматривались Васильевым как неизменные, постоянные. Без них в принципе невозможна логика, невозможны правильные рассуждения.

Ниже мы покажем, что и предпосылки, связанные с концептуальным аппаратом, с понятиями истинности, ложности, отрицания, могут изменяться. И, соответственно, законы, связанные с этими понятиями, вовсе не являются абсолютными и неизменными.

Одной из важнейших предпосылок обоснования логических систем является исследование понятия истинности, условий истинности высказываний. Это кардинальная проблема связи истинности и осмысленности высказываний. Схема Тарского является уточнением классического, аристотелевского понятия истинности. Схема не является определением этого понятия: она задает условие приписывания предиката «истинно» высказываниям. В соответствии со схемой Тарского, понимать высказывание значит знать условие его истинности. И, наоборот, понимание условий истинности высказывания определяет его смысл. Однако уже Буридан отмечал, что существуют высказывания, вполне осмысленные, которые мы понимаем, но которые не могут быть оценены как истинные или ложные. Высказывания об идеальных объектах – фикциях («идеальные высказывания» в терминологии

Д.Гильберта) являются осмысленными высказываниями математики, но они не могут оцениваться как истинные или ложные. Принятие такого рода положения означает по существу пересмотр схемы Тарского. Встает в целом проблема соотношения осмысленности и условий истинности высказываний.

Мы постараемся показать, что на предпосылках, *связанных с понятиями истинности и ложности* и *отношениями между ними,* могут базироваться логики определенного типа.

Хорошо известно, что построение целого ряда семантик базируется на понятии нестандартных миров (невозможные миры, воображаемые миры и т.д.) или, в другой терминологии, на понятии нестандартных описаний состояний (противоречивые или неполные описания состояний). Конечно, это интересные и плодотворные подходы. Однако этот путь построения семантических теорий предполагает (в определенной степени) определенные допущения онтологического характера, относящиеся к области объектов универсума рассмотрения.

В противоположность этому пути, я полагаю, адекватные семантики могут строиться без использования понятий невозможных возможных миров или противоречивых и неполных описаний состояний. Во всяком случае эти понятия не выступают как исходные и не принимаются допущения относительно объектов универсума рассмотрения.

Вместо этого предикаты истинности и ложности рассматриваются как не всюду определенные. И, что особенно важно, эти предикаты вводятся независимым образом. Ложность рассматривается как независимое понятие, а не как отсутствие или отрицание истинности. Соответственно, между этими понятиями могут в принципе устанавливаться различного рода отношения.

Рассмотрим теперь принципы построения *семантики языка.*

Пусть W — непустое множество возможных миров, φ — функция, приписывающая пропозициональным переменным множества: $H_1 \subseteq W$ и $H_2 \subseteq W$, где $H_1 = \varphi_T(p)$ — класс миров, в которых p имеет место (область высказывания), а $H_2(p) = \varphi_F(p)$ — класс миров, в которых p не имеет места (антиобласть высказывания).

Рассмотрим язык с пропозициональными связками: &, $\vee$, $\sim$, $\supset$. Введем условия приписывания значений сложным формулам:

$$\varphi_T(\sim A) = \varphi_F(A); \qquad \varphi_F(\sim A) = \varphi_T(A);$$

$$\varphi_T(A\&B) = \varphi_T(A) \cap \varphi_T(B); \qquad \varphi_F(A\&B) = \varphi_F(A) \cup \varphi_F(B);$$

$$\varphi_T(A\vee B) = \varphi_T(A) \cup \varphi_T(B); \qquad \varphi_F(A\vee B) = \varphi_F(A) \cap \varphi_F(B);$$

$$\varphi_T(A\supset B) = \varphi_F(A) \cup \varphi_T(B); \qquad \varphi_F(A\supset B) = \varphi_T(A) \cap \varphi_F(B).$$

A является *тавтологией*, если и только если $\forall\varphi(\varphi_T(A) = W)$; A – *неопровержима* (нефальсифицируема), если и только если $\forall\varphi(\varphi_F(A) = \varnothing)$.

Отношения между классами $\varphi_T(A)$ и $\varphi_F(A)$ могут удовлетворять следующим условиям:

(1) $\varphi_T(A) \cap \varphi_F(A) = \varnothing$,
(2) $\varphi_T(A) \cup \varphi_F(A) = W$.

Если принимаются условия (1) и (2), мы имеем классическую семантику. При принятии (1) и отбрасывании (2) – семантику с истинностно-значными провалами; при принятии (2) и отбрасывании (1) – семантику с пресыщенными оценками; наконец, отбрасывание условий (1) и (2) дает релевантную семантику.

Если приняты оба условия (1) и (2), класс тавтологий совпадает с классом неопровержимых (не-фальсифицируемых) формул и тождественен с классом тавтологий классической логики.

Если условие (1) выполняется, а (2) нет (для краткости будем писать (1), ($\overline{2}$)), т.е. мы имеем семантику с истинностно-значными провалами, и если связки определены как выше, то тогда класс тавтологий пуст, а класс неопровержимых формул совпадает с классом тавтологий классической пропозициональной логики. Если имеет место ($\overline{1}$), (2), тогда класс тавтологий совпадает с классом тавтологий классической логики, а класс неопровержимых формул пуст. Если имеет место ($\overline{1}$) и ($\overline{2}$), тогда и класс тавтологий и класс неопровержимых формул пусты.

Так мы *определили семантику языка*. Но мы не построили собственно логику. Семантика не детерминирует логическую систему, если не определено понятие логического следования (или общезначимости).

Обычно логика детерминируется и задается введением класса тавтологий. Однако, как мы видели, класс тавтологий в некоторых семантиках может быть пуст. Так, в логике Клини класс тавтологий пуст, а класс неопровержимых формул совпадает с классом тавтологий классической логики. Соответственно, введем понятие логического следования как основное. Именно это понятие характеризует логические системы.

При нашем подходе можно ввести не одно, но *целый класс отношений логического следования*. В принципе можно обозначить 16 таких отношений. Но ввиду взаимоотношений между ними мы рассмотрим только шесть таких отношений. Мы определяем эти отношения логического следования в терминах отношений между областями и антиобластями формул. Обозначим дополнение к классу $\varphi_F(A)$ как $(\varphi_F(A))'$.

[a] $\varphi_T(A) \subseteq \varphi_T(B)$,

[*b*] $\varphi_F(B) \subseteq \varphi_F(A)$,

[*c*] $\varphi_F(A)' \subseteq \varphi_T(B)$, т.е. $\varphi_F(A) \cup \varphi_T(B) = W$,

[*d*] $\varphi_T(A) \subseteq \varphi_F(B)'$, т.е. $\varphi_T(A) \cap \varphi_F(B) = \varnothing$,

[*e*] $\varphi_T(A) \subseteq \varphi_T(B)$ и $\varphi_F(B) \subseteq \varphi_F(A)$,

[*f*] $\varphi_T(A) \cap \varphi_F(B) \subseteq \varphi_F(A) \cup \varphi_T(B)$.

При нашем подходе различные логики определяются этими отношениями логического следования в сочетании с принятием или непринятием условий (1) и/или (2) (иными словами, в сочетании с условиями, налагаемыми на отношения между областями и антиобластями высказываний, т.е. между понятиями истинности и ложности).

Если принимаются оба условия (1) и (2), т.е. $\varphi_T(p) = (\varphi_F(A))'$, тогда все отношения логического следования совпадают, и мы получаем одно отношение логического следования, которое формализуется системой **С** (классическим пропозициональным исчислением).

Именно отношения логического следования в сочетании с принятием или отбрасыванием условий (1) и (2) определяют различные логики и их свойства. Так, если условие (1) принимается, а условие (2) не принимается (т.е. мы имеем дело с семантиками с истинностно-значными провалами), то для отношения логического следования вида [*a*] имеет место modus ponens: $\varphi_T(A) \cap \varphi_T(A \supset B) \subseteq \varphi_T(B)$, а теорема дедукции места не имеет. Для отношения логического следования вида [*b*] при тех же условиях *modus ponens* не имеет места, а теорема дедукции имеет место и т.д.

Рассмотрим теперь проблему *формализации* заданных выше логик. Имеют место следующие теоремы:

Теорема 1. В семантике с истинностно-значными провалами отношение [*a*] формализуется системой логики Хао Вана, отношение [*b*] – системой двойственной логике Хао Вана, отношение [*d*] – классической логикой, отношение [*c*] – пусто, т.е. ни одна формула не находится в отношении [*c*] с любой другой.

Теорема 2. В семантике с пресыщенными оценками отношение [*a*] формализуется системой двойственной логике Хао Вана, отношение [*b*] – системой Хао Вана, отношение [*c*] – классической логикой, отношение [*d*] – пусто.

Теорема 3. В семантике, где не принимаются оба условия (1) и (2), т.е. ($\overline{1}$) и ($\overline{2}$), отношения [*a*] и [*b*] формализуются логикой де Моргана, отношения [*c*] и [*d*] – пусты.

Доказательства см.: [1, гл. V].

Дадим сводку. Обозначим: **ХВ** – логика Хао Вана, **ДХВ** – двойственная логике **ХВ**, **Л** – логика Лукасевича, **С** – классическая логика, **М** – система де Моргана, **П** – пусто. Результаты *формализации* отношений логического следования с учетом предпосылок (1) и (2) можно свести в таблицу:

	[a]	[b]	[c]	[d]	[e]	[f]
$(\overline{1}),(\overline{2})$	**М**	**М**	**П**	**П**	**М**	**С**
$(1),(\overline{2})$	**ХВ**	**ДХВ**	**П**	**С**	**Л**	**С**
$(\overline{1}),(2)$	**ДХВ**	**ХВ**	**С**	**П**	**Л**	**С**
(1),(2)	**С**	**С**	**С**	**С**	**С**	**С**

Интересно отметить, что *одна и та же формальная система* может быть построена как на базе семантики с истинностно-значными провалами, так и на базе семантики с пресыщенными оценками, но в таком случае формализуемое отношение логического следования может меняться.

Подведем итоги. Суммируя, можно сказать, что в основе предлагаемого подхода лежит ряд принципов:

1 Понятие невозможных возможных миров и его аналоги не используются в семантиках рассматриваемых логик.

2. Вместо этого предикаты истинности и ложности рассматриваются как не всюду определенные и, что важно, вводятся независимым образом. Соответственно, между ними могут в принципе устанавливаться различного типа отношения.

3. Приписывания высказываниям областей и антиобластей реализуются независимо. Это фактически означает введение понятий истинности и ложности независимым образом.

4. Имея дело с такими независимыми объектами как области и антиобласти высказываний, можно в принципе устанавливать различные отношения между ними. В частности, отношения между классами $\varphi_T(p)$ и $\varphi_F(p)$ могут удовлетворять или не удовлетворять условиям:

(1) $\varphi_T(p) \cap \varphi_F(p) = \varnothing$; (2) $\varphi_T(p) \cup \varphi_F(p) = W$.

При принятии (1) и (2) имеем стандартную семантику; при принятии (1) и отбрасывании (2) – семантику с истинностно-значными провалами (*gap*); при принятии (2) и отбрасывании (1) – двойственную ей семантику с пресыщенными оценками (*glut*). Наконец, отбрасывание (1) и (2) дает нам релевантную семантику.

5. Функция приписывания значений пропозициональным переменным введена обобщенным образом: пропозициональным переменным приписываются не истинностные значения в данном мире (то есть объекты **t** и **f**), но особые «интенсиональные объекты» – классы миров, в которых высказывания истинны или ложны. Именно это придает пропозициональным связкам интенсиональный характер.

6. Более того, при определении логических связок никакие ограничения изначально не налагаются на отношения между

областями и антиобластями высказываний, т.е. на отношения между истинностью и ложностью.

7. Вместо единственного, классического, понятия логического следования на основе понятий области и антиобласти изначально вводятся различные отношения логического следования — независимо от условий (1) и (2).

Именно эти отношения логического следования в сочетании с принятием (или непринятием) условий (1) и (2) детерминируют различные логики.

Речь идет вовсе не о том, что эти логики воспроизводят «реальные» способы рассуждения, представленные в естественном языке. Наоборот, мы моделируем возможные типы рассуждений не зависимо от того, реализуются ли они в искусственных или естественных языках, машиной или человеком.

8. Одна и та же формальная система может соответствовать различным семантикам и тем самым, в сущности, базироваться на различных допущениях относительно отношений между областями и антиобластями. Однако отношение логического следования, формализуемое формальной системой, может в этих случаях меняться.

Возвращаясь к вопросам, поставленным вначале, следует отметить, что никакие онтологические предпосылки, касающиеся миров, объектов рассмотрения, не вводились в рассмотрение. Меняются только понятия истинности и ложности и их определенные характеристики. Именно эти предпосылки детерминируют при данном подходе логические законы и правила логических систем.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Смирнова Е.Д.* Логика и философия. М., 1996.

Я.А.Слинин

ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКОЕ ИСТОЛКОВАНИЕ ЛОГИКИ

Abstract. *From the phenomenological point of view, only the existence of the transcendental subjectivity is apodictically necessary. When the phenomenological reduction is already carried out, the objective world being not connected with the transcendental subjectivity is found beyond the "brackets", and has but problematic existence. Being related to the objective world logic as well as the eidetics in a whole have the same status. Husserl follows Descartes, who considers all the truths belonging to the Mathesis Universalis as doubtful. Leibnitz's opinion on this subject is completely different, as he hold these truths being necessary and being the essence of God, that makes them indubitable and truths in themselves.*

Accordingly to Husserl, there is no logic truth, which is the truth in itself. In the "Formal and transcendental logic" he speaks of the existence of the transcendental logic and eidetics, the truths of which are related to the transcendental ego and have not problematic but apodictic character. But these truths too are not the truths in themselves. Their a priori existence is determined by the existence of my transcendental ego. It is within the transcendental subjectivity, that these truths obtain their foundation. The apodictic logic containing them Husserl manes the transcendental-solipsistic discipline.

Внутренним стимулом деятельности феноменологического движения и его основателя Э.Гуссерля было стремление преодолеть скептицизм в области философии и основ научного знания, набравший силу в конце XIX – начала XX вв. Поэтому не удивительно, что основным занятием Гуссерля и его соратников стали поиски аподиктического, несомненного знания. В качестве первого кандидата на роль такового перед феноменологами предстало логико-математическое и в целом – общетеоретическое (эйдетическое, в гуссерлевской терминологии) знание. Еще Лейбниц называл составляющие mathesis universalis истины разума необходимыми и противопоставлял их случайным истинам факта. В "Логических исследованиях" Гуссерль попытался реабилитировать подобную точку зрения, подвергнув критике возобладавший в XIX в. эмпиризм. В частности, он подверг критике преобладавшие в то время теории абстракции, в основе которых лежали взгляды Локка, Беркли, Юма и Милля. Он настаивал на том, что теоретическое знание автономно и независимо от эмпирического, что первое никаким образом не может быть редуцировано к последнему.

Что касается логики, то главной задачей Гуссерля было освободить ее от влияния психологизма, т.е. доказать, что она не является всего лишь частью психологии, но отличается от последней как по методу, так и по предмету исследования. Психологи конца XIX в. строили свою науку по образцу наук о природе, таких как физика, химия или биология. Они внедряли экспериментальные методы исследования психики. Автор "Логических исследований" напомнил всем о том, что логика отнюдь не является экспериментальной наукой, что она в отношении своих методов – наука априорная, родственная в этом плане математике и составляет ядро mathesis`a. И в отношении предмета своих исследований логика не погружена целиком и полностью в психологический материал. Прежде всего, Гуссерль показал, что логика не является чисто нормативной наукой, что у нее имеется и своя теоретическая область исследований, причем последняя не расположена исключительно в пределах психики. Феноменология считает, что логика – это наука об идеальных сущностях – эйдосах. Не все аспекты эйдосов изучаются логикой; она есть учение об их наиболее общих, чисто формальных структурах. При этом она делится феноменологами на логику значений языковых выражений, именуемую Гуссерлем апофантической, и логику-онтологию, трактующую об общих структурах объектов как таковых.

Теперь вопрос: может ли логико-эйдетическое знание претендовать на статус аподиктического? На первых порах и Гуссерль, и его последователи склонялись к утвердительному ответу на этот вопрос. Большинство участников феноменологического движения начала XX в. так и осталось на этой позиции. Но самого Гуссерля она через некоторое время перестала удовлетворять. В самом ли деле истины mathesis`a абсолютно несомненны и достоверны? С лейбницианской точки зрения, это, безусловно, так. Лейбниц считал, что они составляют сущность самого Божества, с необходимостью присущи любому возможному миру, являются истинами в себе, не требующими никакого обоснования и, в силу этого, несомненным и абсолютно очевидными. Однако Декарт придерживался иного мнения на их счет. Он полагал, что Бог выше логики и математики, что Он в полном смысле слова всемогущ: Бог без труда мог бы сделать все истины mathesis`a не только сомнительными, но и ложными. В "Рассуждениях о методе" и в "Размышлениях о первой философии" Декарт использует образ некоего бога-обманщика, который намеренно вводит людей в заблуждение, выдавая логико-математические положения за истинные, в то время как на самом деле они не таковы. Осуществляя свою знаменитую процедуру методического сомнения, Декарт вслед за чувственными вещами, не дрогнув, подвергает сомнению все положения из области mathesis universalis.

Постепенно Гуссерль пришел к выводу, что картезианская точка зрения на логико-математические истины верна, и решил

искать аподиктическое знание в другом месте. Путь, на котором искал его Декарт, он посчитал перспективным: в "Идеях чистой феноменологии" он ввел в рассмотрение метод феноменологической редукции, которую позже стал называть трансцендентальной. Этой метод есть не что иное, как видоизмененный и, с точки зрения Гуссерля, усовершенствованный картезианский метод сомнения. С этого момента феноменология приобрела иной вид: она стала трансцендентальной. В основе феноменологической редукции лежит картезианский принцип: надлежит усомниться во всем, в чем только можно, и тогда выявится то, в чем усомниться никак нельзя. Все то, в чем можно усомниться имеет проблематическое существование и должно, по выражению Гуссерля быть вынесено за скобки; в скобках же останется только то, в чем усомниться невозможно, т. е. то, что существует аподиктически. Следуя картезианской процедуре сомнения. Гуссерль выносит за скобки, чувственные вещи, относящиеся к ним логику, эйдетику, и весь mathesis universalis, равно как и "трансцендентность Бога", по его выражению. Таким образом, проблематическим оказывается трансцендентное существование и Бога, и природы. Гуссерль подчеркивает, что природа понимается им в самом широком смысле: в нее включаются все живые существа и, в частности, люди, весь человеческий социум. В качестве природного существа, за скобки должен быть вынесен и сам сомневающийся феноменолог, должно быть подвергнуто сомнению его природное "я".

В этом пункте Гуссерль отмечает свое расхождение с Декартом. Правда, на мой взгляд, он делает это ошибочно. Гуссерль обвиняет Декарта в том, что тот не довел процедуру методического сомнения до конца, что он не во всем, в чем можно, усомнился. Декарт говорит о том, что если я осуществляю процедуру методического сомнения, то должен усомниться и в существовании собственного тела, но в том, должен ли я усомниться также и в существовании связанной с моим телом души (т. е. сознания, психики), он явным образом не говорит ничего. Создается впечатление, что он отождествляет всю мою психику с тем cogito, в котором я усомниться не могу. Согласно Гуссерлю, сомнительным является существование не только моего тела, но и моей казуально связанной с ним и со всей природой психики. Вынесено за скобки должно быть не только мое природное тело, но и вся моя природная психофизическая структура.

Что же остается в скобках? Что оказывается несомненным? Аподиктическим оказывается мое существование в качестве трансцендентального сознания, трансцендентального субъекта, трансцендентального "я". Мое трансцендентальное сознание характеризуется тем, что каузально никак не связано с моим проблематически существующим физическим телом, равно как и со столь же проблематически существующей моей природной психикой. Этот тезис Гуссерля является фундаментальным; с его помо-

щью выделяется и отграничивается от всего остального автономная область аподиктического существования, область трансцендентально субъекта. Хочу отметить, что, на мой взгляд, и Декарт достаточно хорошо отличал те моменты сознания, которые относятся к его трансцендентальной (данного более позднего по происхождению термина Картезий, разумеется, не употреблял) области, от тех его моментов, которые непосредственно связаны с телом и являются такими же сомнительными, как и оно. В этом можно убедиться, если внимательно прочесть "Размышления о первой философии" и, в особенности, если ознакомится с ответом Декарта на возражения П.Гассенди. Гуссерль не прав, утверждая, что Картезий не проник по-настоящему в область трансцендентального ego, остановившись на ее границе.

Итак, установлено, что трансцендентальный субъект аподиктически *существует*. Теперь нужно выяснить, *что* именно существует, т. е. дать описание области трансцендентального субъекта, проанализировать ее строение. С феноменологической точки зрения, сознание представляет собой непрерывную последовательность актов, сменяющих друг друга во внутреннем времени субъекта. Каждый акт сознания интенционален, т. е. представляет собой направленность на тот или иной объект. Каждый акт, таким образом, состоит из двух частей: сама его направленность, или ноэза, и то, на что направлен акт, или ноэма. Ноэма всякого дающего объект акта есть этот объект, воспринятый в момент протекания акта, есть некоторый мгновенный аспект объекта. В ходе внутреннего времени субъекта в результате соответствующих синтезов идентификации этих аспектов происходит постепенное конституирование самих объектов. Что собой представляют данные объекты? По сути своей это элементы сознания; в феноменологии они носят наименование интенциональных объектов. Будучи элементами трансцендентального сознания, они существуют столь же аподиктически, сколь и оно само. По содержанию же своему это давно знакомые нам объекты вынесенного за скобки мира природы. Однако в трансцендентальном сознании они присутствуют не как реальные объекты (их существование в этом статусе проблематично), а лишь как данные сознанию, как чистые феномены, как объекты интенциональные, т. е. существующие аподиктически.

Таким образом, оказалось, что область трансцендентального субъекта весьма богата по своему содержанию: она охватывает всю неживую и живую природу, Бога, человеческое общество и меня самого как в качестве трансцендентального источника всех интенциональных актов, так и в качестве члена этого общества. Всего описанного богатства не заметил Декарт; это произошло, по мнению Гуссерля, из-за того, что он не обратил внимания на старинный схоластический принцип интенциональности сознания. Вот и пришлось ему довольствоваться сухим и тощим cogito ergo sum. Понятно, что та логика и та эйдетика вообще, которые

оформляют многообразие актов трансцендентального сознания, равно как и мир интенциональных объектов, имеют аподиктический характер. В книге "Формальная и трансцендентальная логика" Гуссерль именует логику, имеющую дело с трансцендентальным субъектом, трансцендентальной. Словосочетание "трансцендентальная логика" Гуссерль употребляет не в кантовском смысле. В феноменологии трансцендентальная логика не есть некоторая автономная дисциплина, отличная от формальной логики. Это та же давно знакомая нам логика, но покоящаяся не на природном, а на трансцендентальном основании. Логика и эйдетика в целом, связанные с природой, существуют проблематически и вынесены феноменологией за скобки. Трансцендентальные же логика и эйдетика имеют аподиктическое существование, но не сами по себе, а в силу того, что базируются на существовании трансцендентального ego. Существование моего трансцендентального субъекта и только оно одно является гарантией их аподиктического бытия.

На первых порах, как методическое сомнение Декарта, так и феноменологическая редукция Гуссерля ведут к своеобразному солипсизму: аподиктически существующим оказывается одно мое трансцендентальное ego. Правда, солипсизм этот не вполне "настоящий": ни Декарт, ни Гуссерль не утверждают, что кроме моего трансцендентального субъекта больше вообще ничего нет. Трансцендентные природа, общество и Бог существуют, но лишь проблематически. Однако и такой "умеренный" солипсизм желательно преодолеть. Как известно, Декарт делает это через посредство онтологического доказательства бытия Бога, не только всемогущего, но и всеблагого, а Гуссерль – посредством введения в рассмотрение аналогизирующей апперцепции (аппрезентации), с помощью которой я могу убедиться в аподиктическом существовании других трансцендентальных субъектов. Согласно тому, что сказано в "Формальной и трансцендентальной логике" и "Картезианских размышлениях", аналогизирующая апперцепция показывает, что за каждой из многочисленных данных мне в виде феноменов других психофизических структур, аналогичных моей, стоит соответствующее трансцендентальное ego. Перед каждым из них я, в свою очередь, выступаю в качестве "другого" трансцендентального ego. Содержание сознания ни одного из других трансцендентальных субъектов не открыто мне непосредственно, равно как и мой внутренний мир не доступен непосредственно ни одному из них. Трансцендентальные субъекты как бы "замкнуты" друг для друга; поэтому Гуссерль называет их сообщество сообществом монад (вспомним "монады без окон" Лейбница). Тем не менее, опосредовано они могут общаться друг с другом, например, при помощи таких средств, как речь, письмо и т.д. Постольку поскольку трансцендентальные субъекты общаются друг с другом, они находятся в одном общем для всех мире, состоящем их общих

для всех монад объектов. Этот мир Гуссерль именует интерсубъективным. Являясь продуктом взаимодействия монад, он, как и они, обладает аподиктическим существованием.

С введением в рассмотрение интерсубъективного мира первоначальный, имеющий предварительный характер солипсизм оказывается окончательно преодоленным феноменологией. Интерсубъективный мир по своему содержанию эквивалентен "объективному" миру людей, не осуществивших феноменологическую редукцию и продолжающих придерживаться наивной "естественной" установки сознания. Отличие интерсубъективного мира от "объективного" заключается лишь в том, что он необходимым образом реструктурирован и имеет под собой надежную аподиктическую основу. Что касается содержания интерсубъектного мира, то он включает в свой состав и Бога, и природу, и общество со всеми его инструментами, такими, например, как религия, культура и система наук, в число которых входит и логика. Логика и эйдетика в целом, формирующие интерсубъективный мир, имеют аподиктический характер; однако Гуссерль в "Формальной и трансцендентальной логике" специально оговаривает тот момент, что подобно тому, как весь интерсубъективный мир и все сообщество монад имеют аподиктическую основу в центральной монаде, в "примордиальном" мире моего трансцендентального субъекта, логика и эйдетика интерсубъективного мира базируются на логике и эйдетике центральной монады, моего трансцендентального "я". Чтобы поставить все точки над i, Гуссерль именует таким образом, истолкованную логику "трансцендентально-солипсистской" дисциплиной.

Ю.В. Ивлев

ТЕОРИЯ ЛОГИЧЕСКИХ МОДАЛЬНОСТЕЙ[1]

Abstract. *We propose quasi-matrix logic for description of the characteristics of factual (ontological) modalities. One of the systems of quasi-matrix logic (the system* $\mathbf{S_c}+$*) is constructed by the following tables:*

$\supset$	$\mathbf{t}^n$	$\mathbf{t}^c$	$\mathbf{f}^i$	$\mathbf{f}^c$
$\mathbf{t}^n$	$\mathbf{t}^n$	$\mathbf{t}^c$	$\mathbf{f}^i$	$\mathbf{f}^c$
$\mathbf{t}^c$	$\mathbf{t}^n$	$\mathbf{t}^n/\mathbf{t}^c$	$\mathbf{f}^c$	$\mathbf{f}^c$
$\mathbf{f}^i$	$\mathbf{t}^n$	$\mathbf{t}^n$	$\mathbf{t}^n$	$\mathbf{t}^n$
$\mathbf{f}^c$	$\mathbf{t}^n$	$\mathbf{t}^n/\mathbf{t}^c$	$\mathbf{t}^c$	$\mathbf{t}^n/\mathbf{t}^c$

A	$\neg A$	$\underline{\Box}A$	$\underline{\Diamond}A$
$\mathbf{t}^n$	$\mathbf{f}^i$	$\mathbf{t}^n$	$\mathbf{t}^n$
$\mathbf{t}^c$	$\mathbf{f}^c$	$\mathbf{f}^i$	$\mathbf{t}^n$
$\mathbf{f}^i$	$\mathbf{t}^n$	$\mathbf{f}^i$	$\mathbf{f}^i$
$\mathbf{f}^c$	$\mathbf{t}^c$	$\mathbf{f}^i$	$\mathbf{t}^n$

$\mathbf{t}^n$ *– necessary truth;* $\mathbf{t}^c$ *– contingent truth;* $\mathbf{f}^c$ *– contingent falsehood;* $\mathbf{f}^i$ *– necessary falsehood.* $\mathbf{t}^n$ *and* $\mathbf{t}^c$ *are designated values. Expression* $\mathbf{t}^n/\mathbf{t}^c$ *means indetermination, i.e. we have to consider two possibilities: formula or subformula has value* $\mathbf{t}^n$*, and formula or subformula has value* $\mathbf{t}^c$*. Here* $\underline{\Box}$ *and* $\underline{\Diamond}$ *are terms of factual necessity and factual possibility. Besides these terms language contains logical terms* $\neg$, $\supset$, $\Box$ *and parentheses.* $\Box$ *is the term of logical necessity.*

Let us consider the formula $\Box p \supset \underline{\Diamond}(q \supset p)$*. With the one of possible interpretations of propositional variables, p takes value* **T** *and q takes value* **I***. If proposition p is logically true, it cannot take any others values except* $\mathbf{t}^n$ *and* $\mathbf{t}^c$*. If proposition q* is logically contingent, *q can take any value from the initial set of values* $\{\mathbf{t}^n, \mathbf{t}^c, \mathbf{f}^i, \mathbf{f}^c\}$*. As a result of this interpretation the initial set of state-descriptions is restricted. In state-descriptions expressions* p^n, p^i, p^{c+}, p^{c-} *mean that the respective variable (p in this case) has values* $\mathbf{t}^n, \mathbf{f}^i, \mathbf{t}^c, \mathbf{f}^c$*. Then* $\{p^n, q^n\}$, $\{p^n, q^{c+}\}$, $\{p^n, q^{c-}\}$, $\{p^n, q^i\}$, $\{p^{c+}, q^n\}$, $\{p^{c+}, q^{c+}\}$, $\{p^{c+}, q^{c-}\}$, $\{p^{c+}, q^i\}$, $\{p^{c-}, q^n\}$, $\{p^{c-}, q^{c+}\}$, $\{p^{c-}, q^{c-}\}$, $\{p^{c-}, q^i\}$, $\{p^i, q^n\}$, $\{p^i, q^{c+}\}$, $\{p^i, q^{c-}\}$, $\{p^i, q^i\}$ *are possible state-descriptions for the above-stated formula.* $\{\{p^n, q^n\}, \{p^n, q^{c+}\}, \{p^n, q^{c-}\}, \{p^n, q^i\}, \{p^{c+}, q^n\}, \{p^{c+}, q^{c+}\}, \{p^{c+}, q^{c-}\}, \{p^{c+}, q^i\}, \{p^{c-}, q^n\}\}$ *is a restricted set of state-descriptions for this formula with the above-stated interpretation of variables.*

Formula $\Box A$ *takes value* $\mathbf{t}^n$ *in a state-description of* ***RSSD*** *(restricted set of state-descriptions) if and only if formula A takes value* $\mathbf{t}^n$ *in each state-description of* ***RSSD****.* $\Box A$ *takes value* $\mathbf{t}^c$ *in a state-description of* ***RSSD*** *if and only if formula A takes designated value in*

[1] Работа поддержана РГНФ, грант № 05-06-17584.

any state-description of ***RSSD*** *and in some any state-description from this* ***RSSD*** *it takes value* $\mathbf{t}^c$. *Formula* $\Box A$ *takes value* $\mathbf{f}^i$ *in a state-description of* ***RSSD*** *if and only if formula A takes* $\mathbf{f}^i$ *in some state-description of* ***RSSD***. *Formula* $\Box A$ *takes value* $\mathbf{f}^c$ *in a state-description from* ***RSSD*** *if and only if formula A takes value* $\mathbf{f}^c$ *in some state-description of* ***RSSD*** *and A doesn't take value* $\mathbf{f}^i$ *in any state-description from* ***RSSD***. *Formula is true in* ***RSSD*** *if and only if it takes designated values in any state-description of* ***RSSD***. *Formula is logically true if and only if it is true in each* ***RSSD***. *The above-stated formula takes value* $\mathbf{t}^n$ *in each state-description of* ***RSSD*** *as for as* $\Box p$ *takes value* $\mathbf{t}^c$ *in each state-description from* ***RSSD*** *and formula* $\underline{\Diamond}(q \supset p)$ *takes value* $\mathbf{t}^n$ *in each state-description from this* ***RSSD***.

Задачей работы является объяснение смысла понятий логической необходимости, случайности, возможности и построение логики, описывающей связи по логическим формам между высказываниями с этими терминами. Высказывание является логически необходимым, если оно истинно в силу логической формы. Если высказывание ложно в силу логической формы, то оно является логически невозможным. Высказывание логически случайно, когда при одних нелогических терминах оно ложно, а при других истинно. Применяя модальные операторы "логически необходимо" ($\Box$), "логически возможно" ($\Diamond$) и "логически случайно" (∇) к высказыванию, мы утверждаем, что высказывание, соответственно, логически истинно, логически непротиворечиво и логически недетерминировано, т.е. высказывания с указанными терминами должны оцениваться не как истинные или ложные, а как логически истинные (**T**), логически ложные (**F**) и логически недетерминированные (**I**).

Пусть дана формула $\Box(p \supset q) \supset (\Box p \supset \Box q)$. Положим, что переменные p и q имеют, соответственно, значения **T** и **I** , т.е. первая из них интерпретируется в качестве логически истинного высказывания, а вторая – в качестве логически недетерминированного. Всего возможных описаний состояний для указанной формулы четыре: $\alpha 1 = (p \& q)$; $\alpha 2 = (p \& \neg q)$; $\alpha 3 = (\neg p \& q)$; $\alpha 4 = (\neg p \& \neg q)$. Поскольку элементарные высказывания интерпретируются указанным выше образом, т.е. p не может быть ложным в силу логической формы, а q может быть как истинным так и ложным, из множества возможных описаний состояний исключаются $\alpha 3$ и $\alpha 4$. Полученное множество описаний состояний – $\{\alpha 1, \alpha 2\}$ – называется ограниченным множеством описаний состояний.

Множество возможных описаний состояний для формулы обозначим буквой ***W***, а ограниченное множество описаний (***ОМОС***) – ***W'***. Если два или более элементарных высказывания интерпретируются в качестве логически недетерминированных, то конъюнкция этих высказываний (некоторые из этих высказываний

могут быть взяты с отрицаниями), в свою очередь интерпретируется в качестве логически возможного высказывания или в качестве логически ложного высказывания. Т.е. для ***ОМОС***ов могут образовываться подмножества, называемые под***ОМОС***ами (подомосами). Подомос обозначается буквой ***W″***. В результате указанной интерпретации элементарных высказываний образуются все возможные подмножества исходного множества описаний состояний ***W***.

Формулам приписываются значения в описаниях состояний, входящих в подомосы. Элементарное высказывание является истинным в описании состояния, если и только если оно входит в это описание состояния не со знаком отрицания. Формула $A\&B$ является истинной в описании состояния, если и только если в этом описании состояния истинны формулы A и B, и т. д. для других немодальных логических терминов. Формула $\Box A$ является истинной в описании состояния подомоса, если и только если формула A является истинной в каждом описании состояния этого подомоса. Формула $\Diamond A$ является истинной в описании состояния подомоса, если и только если формула A является истинной в некотором описании состоянии этого подомоса.

Формула является логически выполнимой, если и только если она истинна в некотором описании состояния некоторого подомоса. Формула является общезначимой, если и только если она истинна в каждом описании состояния каждого подомоса. Общезначимыми являются те и только те формулы, которые доказуемы в исчислении **S5** Льюиса.

Теперь ясен смысл модельных структур реляционной семантики для этого исчисления. Модельная структура – это одна из интерпретаций пропозициональных перемененных, входящих в формулу (в формулы), посредством указанных выше значений, а также интерпретация конъюнкции пропозициональных переменных (перед некоторыми из пропозициональных переменных может стоять знак отрицания), проинтерпретированных в качестве логически недетерминированных высказываний, в качестве логически возможного или логически невозможного высказывания. Факт интерпретации пропозициональной переменной a в качестве логически истинного высказывания будем обозначать формулой $\neg\Diamond\neg a$, в качестве логически ложного – $\neg\Diamond a$, логически недетерминированного – $\Diamond a \wedge \Diamond\neg a$ ($\Diamond a$, $\Diamond\neg a$). Если элементарные высказывания a_1, ..., a_n интерпретируются в качестве логически недетерминированных, то факт интерпретации конъюнкции $a_1^\circ\wedge\ldots\wedge a_n^\circ$, где a_i° есть a_i или $\neg a_i$, в качестве логически невозможного высказывания обозначается формулой $\neg\Diamond(a_1^\circ\wedge\ldots\wedge a_n)$, а в качестве логически возможного – формулой $\Diamond(a_1^\circ\wedge\ldots\wedge a_n^\circ)$. Пусть ***ОГ′*** – множество таких формул.

Для доказательства метатеоремы о семантической полноте исчисления формулируется следующая лемма.

Лемма. Пусть D – формула, $<\boldsymbol{ОГ}', \boldsymbol{W}'>$ – подомос, $a_1,...,a_n$ – все различные переменные, входящие в D, $b_1^{\alpha},...,b_n^{\alpha}$ – истинностные значения этих переменных в описании состояния α таком, что $\alpha \in \boldsymbol{W}'$, A_i^{α} есть α_i, если b_i^{α} есть **t**, и есть $\neg\alpha_i$, если b_i^{α} есть **f**. Пусть D^{α} есть D или $\neg D$ в зависимости от того, принимает ли D значение **t** или **f** в α. Тогда $\boldsymbol{ОГ}' \cup \{A_1^{\alpha},...,A_n^{\alpha}\} \vdash D^{\alpha}$.

Лемма доказана возвратной индукцией по числу вхождений логических терминов в формулу D.

Не имея возможности изложить доказательство метатеоремы о семантической полноте из-за ограниченного объема статьи, приведем пример устранения гипотез в том случае, когда формула D содержит одну пропозициональную переменную – p.

Возможные $\boldsymbol{ОГ}'$ – $\{\neg\Diamond\neg p\}$, $\{\neg\Diamond p\}$, $\{\Diamond p, \Diamond\neg p\}$.

Возможные омосы – $<\{\neg\Diamond\neg p\}, \{\{p\}\}>$, $<\{\neg\Diamond p\}, \{\{\neg p\}\}>$, $<\{\Diamond p,\Diamond\neg p\}, \{\{p\}\{\neg p\}\}>$.

1. $\neg\Diamond\neg p, p \vdash D$;
2. $\neg\Diamond p, \neg p \vdash D$;
3. $\Diamond p, \Diamond\neg p, p \vdash D$;
4. $\Diamond p, \Diamond\neg p, \neg p \vdash D$;
5. $\Diamond\neg p, p \vdash D$ – 3, т.к. $p \vdash \Diamond p$;
6. $\Diamond p, \neg p \vdash D$ – 4, т.к. $\neg p \vdash \Diamond\neg p$;
7. $p \vdash D$ – 1, 5;
8. $\neg p \vdash D$ – 2, 6;
9. $\vdash D$ – 7, 8.

Семантическим методом строится *логика предикатов*.

Язык содержит символы:

а) P^k, Q^k, R^k, S^k, P^k_1, ... ($k \geq 1$) – k-местные предикатные буквы;

б) x_1, x_2, x_3, ... – индивидные переменные;

в) a_1, a_2, a_3, ... – индивидные константы;

г) $\neg$, $\supset$, $\forall$, $\Box$ – логические термины;

д) (,) – скобки.

Определения терма и формулы обычные. Другие логические термины вводятся на основе обычных определений.

Семантика включает: 1) множество функций приписывания значений свободным индивидным переменным формул – множество функций S_1, S_2, ...; 2) множество ограниченных множеств описаний состояний.

Ограниченное множество описаний состояний для предикатной формулы – это множество из четырех элементов $<\boldsymbol{ОГ}', \boldsymbol{W}'', \mathbf{D}, |\ |>$, где **D** – непустая предметная область, $|\ |$ – функция приписывания значений индивидным константам, предикатным символам, а также сложным выражениям.

Если a – индивидная константа, то результат применения $|\ |$ к a есть элемент из **D**, $|a| \in \mathbf{D}$. $\boldsymbol{W}$ – множество возможных описаний состояний для формулы (множества формул). Отдельное описание состояния есть множество, элементами которого являются атомарные формулы без свободных переменных или отрицания таких атомарных формул, то есть если $A^n(t_1, t_2,..., t_n)$ – атомарная формула без свободных переменных, то в описание состояния входит она или ее отрицание. A^n – предикатный символ,

входящий в формулу (множество формул) для которой строится ограниченное множество описаний состояний. Если предметная область конечна, то можно ограничиться конечным множеством индивидных констант. Тогда описания состояний для формулы (конечного множества формул) окажутся конечными множествами. ***ОГ*** – интерпретация атомарных формул в качестве логически истинных (имеющих значение **T**), логически ложных (имеющих значение **F**) и логически недетерминированных (имеющих значение **I**).

Посредством такой интерпретации некоторые описания состояний могут исключаться из ***W***. В результате ограничения исходного множества описаний состояний) образуется множество ***W′***. ***ОГ′*** образуется из ***ОГ*** за счет учета случаев невозможности совместной истинности конечных множеств атомарных формул (с отрицаниями или без них), интерпретированных в качестве логически недетерминированных высказываний. В результате этой дополнительной интерпретации конечных подмножеств описаний состояний из ***W′*** могут исключаться некоторые описания состояний. Так образуется дополнительно ограниченное множество описаний состояний – ***W″***. В описании состояния α функция $|\ |$ приписывает значение предикатному символу A^n. $|A^n|^\alpha$, т.е. значение предикатного символа A^n в описании состояния α, есть множество n-ок элементов предметной области, являющихся значениями индивидных констант из n-ок, входящих в атомарные формулы $A^n(t_1, t_2,\ldots t_n)$, которые содержатся в описании состояния (без знака отрицания). Будем считать, что результат распределения значений по свободным переменным формулы выражается формулой, в которой вместо переменных подставлены индивидные константы, являющиеся именами этих элементов из области интерпретации. (Есть аргументы в пользу точки зрения, согласно которой в этом случае не потребуется иметь несчетное множество имен предметов. Здесь этот вопрос не будет рассматриваться). Функция $|\ |$ приписывает атомарной формуле в описании состояния значение истина или ложь в зависимости от того, входит ли она в это описание состояния с отрицанием или без такового. Естественно, что в первом случае она приписывает значение *истина*, а во втором – *ложь*.

Формула $\neg B$ принимает значение **t** в описании состояния омоса, если и только если в этом описании состояния формула B принимает значение **f**.

Формула $A \supset B$ принимает значение **t** в описании состояния омоса, если и только если в этом описании состояния формула A принимает значение **f** или формула B принимает значение **t**.

Формула $\forall x A(x)$ принимает значение **t** при распределении S в описании состояния омоса, если и только если при всяком распределении S′ таком, что оно приписывает всем свободным переменным формулы $A(x)$, кроме x, те же значения, что и S, и

кроме того приписывает некоторое значение переменной x, формула $A(x)$ принимает значение **t** в этом описании состояния.

Формула $\Box B$ принимает значение **t** в описании состояния омоса при распределении S, если и только если при этом распределении формула B принимает значение **t** в каждом описании состоянии этого омоса.

Формула A общезначима в омосе при распределении S, если и только если она принимает при этом распределении значение **t** в каждом описании состояния этого омоса.

Формула A выполнима в омосе при распределении S, если и только если она принимает при этом распределении значение **t** в каждом описании состояния этого омоса.

Формула A истинна в омосе, если и только если она принимает значение **t** в каждом описании этого омоса при каждом распределении.

Формула A логически истинна (общезначима), если и только если она истинна в каждом омосе.

Формула A (логически) выполнима, если и только если она выполнима в некотором омосе при некотором распределении по свободным переменным.

Описанная семантика является семантикой предикатного исчисления **S5** (исчисления **PS5**). Будем иметь ввиду следующую формулировку этого исчисления.

Схемы аксиом.

1. Схемы аксиом **КИВ** (классического исчисления высказываний).

2. Дополнительные схемы аксиом:

PA$_1$. $\forall x A(x) \supset A(t)$, терм t свободен для x в $A(x)$;

PA$_2$. $\forall x(A \supset B) \supset (A \supset \forall x B)$, если A не имеет свободных вхождений x;

PA$_3$. $\Box(A \supset B) \supset (\Box A \supset \Box B)$;

PA$_4$. $\Box A \supset A$;

PA$_5$. $\neg\Box\neg A \supset \Box\neg\Box\neg A$.

Правила вывода.

П1. Modus ponens;

П2. Правило обобщения: $\vdash A \Rightarrow \vdash \forall x A$;

П3. Правило Геделя: $\vdash A \Rightarrow \vdash \Box A$

Определения других логических терминов, в том числе знака возможности, обычные.

Обычным образом определяются понятия доказательства и вывода. Исчисление является непротиворечивым и полным относительно построенной семантики. Доказательство опускается.

Теория логических модальностей приложима к квазиматричной логике, предложенной нами для описания свойств фактических (онтологических) модальностей, обозначаемых теми же символами, что и логические модальности, только под-

черкнутыми. Одна из систем квазиматричной логики (система $\mathbf{S_в}$+) задается следующими таблицами:

$\supset$	$\mathbf{t}^n$	$\mathbf{t}^c$	$\mathbf{f}^i$	$\mathbf{f}^c$
$\mathbf{t}^n$	$\mathbf{t}^n$	$\mathbf{t}^c$	$\mathbf{f}^i$	$\mathbf{f}^c$
$\mathbf{t}^c$	$\mathbf{t}^n$	$\mathbf{t}^n/\mathbf{t}^c$	$\mathbf{f}^c$	$\mathbf{f}^c$
$\mathbf{f}^i$	$\mathbf{t}^n$	$\mathbf{t}^n$	$\mathbf{t}^n$	$\mathbf{t}^n$
$\mathbf{f}^c$	$\mathbf{t}^n$	$\mathbf{t}^n/\mathbf{t}^c$	$\mathbf{t}^c$	$\mathbf{t}^n/\mathbf{t}^c$

A	$\neg A$	$\underline{\Box}A$	$\underline{\Diamond}A$
$\mathbf{t}^n$	$\mathbf{f}^i$	$\mathbf{t}^n$	$\mathbf{t}^n$
$\mathbf{t}^c$	$\mathbf{f}^c$	$\mathbf{f}^i$	$\mathbf{t}^n$
$\mathbf{f}^i$	$\mathbf{t}^n$	$\mathbf{f}^i$	$\mathbf{f}^i$
$\mathbf{f}^c$	$\mathbf{t}^c$	$\mathbf{f}^i$	$\mathbf{t}^n$

Выделенными значениями являются $\mathbf{t}^n$ и $\mathbf{t}^c$. Выражение $\mathbf{t}^n/\mathbf{t}^c$ означает неопределенность, т.е. следует рассмотреть две возможности: формула или подформула имеет значение $\mathbf{t}^n$, и формула или подформула имеет значение $\mathbf{t}^c$. Пусть, например, переменным p и q приписаны значения $\mathbf{f}^c$ и $\mathbf{t}^c$, соответственно. Припишем значения формуле $\underline{\Diamond}(p \supset q)$:

$\underline{\Diamond}$	$(p$	$\supset$	$q)$
$\mathbf{t}^n$	$\mathbf{f}^c$	$\mathbf{t}^c$	$\mathbf{t}^c$
$\mathbf{t}^n$	$\mathbf{f}^c$	$\mathbf{t}^n$	$\mathbf{t}^c$

Здесь $\underline{\Box}$, $\underline{\Diamond}$, как уже было сказано, – знаки фактической необходимости и фактической возможности. Определение формулы: (1) пропозициональная переменная является формулой; (2) если A и B – формулы, то $\underline{\Box}A$, $\underline{\Diamond}A$, $\Box A$ – формулы; (3) ничто иное формулой не является.

Для описания логических модальностей элементарные высказывания интерпретируются в качестве логически истинных (**T**), логически ложных (**F**) и логически недетерминированных (**I**). Пусть дана формула $\Box p \supset \underline{\Diamond}(q \supset p)$. При одной из интерпретаций пропозициональных переменных p имеет значение **T**, а q – значение **I**. Если высказывание p является логически истинным, то p не может принимать иных значений, кроме $\mathbf{t}^n$ и $\mathbf{t}^c$. Если высказывание q является логически недетерминированным, то q может принимать любое значение из указанного исходного множества значений. В результате этой интерпретации исходное множество описаний состояний для формулы ограничивается.

Пусть в описаниях состояний выражения p^n, p^i, p^{c+}, p^{c-} означают, что соответствующая переменная p имеет значение $\mathbf{t}^n$, $\mathbf{f}^i$, $\mathbf{t}^c$, $\mathbf{f}^c$ (аналогично для переменной q). Возможные описания состояний для указанной выше формулы: $\{p^n, q^n\}$, $\{p^n, q^{c+}\}$, $\{p^n, q^{c-}\}$, $\{p^n, q^i\}$, $\{p^{c+}, q^n\}$, $\{p^{c+}, q^{c+}\}$, $\{p^{c+}, q^{c-}\}$, $\{p^{c+}, q^i\}$, $\{p^{c-}, q^n\}$, $\{p^{c-}, q^{c+}\}$, $\{p^{c-}, q^{c-}\}$, $\{p^{c-}, q^i\}$, $\{p^i, q^n\}$, $\{p^i, q^{c+}\}$, $\{p^i, q^{c-}\}$, $\{p^i, q^i\}$.

Ограниченным множеством описаний состояний для рассматриваемой формулы при указанной выше интерпретации пере-

менных является множество $\{\{p^n, q^n\}, \{p^n, q^{c+}\}, \{p^n, q^{c-}\}, \{p^n, q^i\}, \{p^{c+}, q^n\}, \{p^{c+}, q^{c+}\}, \{p^{c+}, q^{c-}\}, \{p^{c+}, q^i\}\}$.

Формула $\Box A$ принимает в описании состояния омоса значение $\mathbf{t}^n$, если и только если формула A принимает значение $\mathbf{t}^n$ в каждом описании состояния омоса. Эта формула принимает значение $\mathbf{t}^c$ в описании состояния омоса, если и только если формула A принимает выделенные значения во всех описаниях состояний омоса и в некотором описании состояния этого омоса принимает значение $\mathbf{t}^c$. Формула $\Box A$ принимает значение $\mathbf{f}^i$ в описании состояния омоса, если и только если формула A принимает значение $\mathbf{f}^i$ в некотором описании состояния омоса. Эта формула принимает значение $\mathbf{f}^c$ в описании состояния омоса, если и только если в некотором описании состояния омоса формула A принимает значение $\mathbf{f}^c$ и ни в одном описании состояния этого омоса она не принимает значения $\mathbf{f}^i$.

Формула общезначима в омосе, если и только если она принимает выделенные значения во всех описаниях состояния этого омоса. Формула логически общезначима, если и только если она общезначима в каждом омосе.

Приведенная выше формула во всех описаниях состояний указанного омоса принимает выделенное значение – $\mathbf{t}^n$, так как в каждом описании состояния омоса формула $\Box p$ принимает значение $\mathbf{t}^c$, а $\underline{\Diamond}(q \supset p)$ – значение $\mathbf{t}^n$.

Формализацией семантически заданной системы является исчисление $\mathbf{LS_в}+$.

Схемы аксиом:

1. Схемы аксиом классического исчисления высказываний;

2. Дополнительные схемы аксиом: $\underline{\Box}A \supset A$; $\neg\underline{\Box}\neg A \supset \underline{\Diamond}A$; $\underline{\Diamond}A \supset \neg\underline{\Box}\neg A$; $\underline{\Box}A \supset \underline{\Box}\underline{\Box}A$; $\underline{\Diamond}\underline{\Box}A \supset \underline{\Box}A$; $\underline{\Diamond}A \supset \underline{\Box}\underline{\Diamond}A$; $\underline{\Diamond}\underline{\Diamond}A \supset \underline{\Diamond}A$; $\neg\underline{\Diamond}A \supset \underline{\Box}(A \supset B)$; $\underline{\Box}B \supset \underline{\Box}(A \supset B)$; $\underline{\Box}(A \supset B) \supset (\underline{\Box}A \supset \underline{\Box}B)$; $\underline{\Box}(A \supset B) \supset (\underline{\Diamond}A \supset \underline{\Diamond}B)$; $\underline{\Diamond}(A \supset B) \supset (\underline{\Box}A \supset \underline{\Diamond}B)$; $\underline{\Diamond}B \supset \underline{\Diamond}(A \supset B)$; $\neg\underline{\Diamond}A \supset \underline{\Diamond}(A \supset B)$; $\Box A \supset A$; $\Box(A \supset B) \supset (\Box A \supset \Box B)$; $\neg\Box A \supset \Box\neg\Box A$; $\Box\underline{\Box}A \supset \underline{\Box}\Box A$; $\underline{\Box}\Box A \supset \Box\underline{\Box}A$; $\Box\underline{\Diamond}A \supset \underline{\Diamond}\Box A$; $\underline{\Diamond}\Box A \supset \Box\underline{\Diamond}A$.

Правила вывода:

1. Modus ponens.

2. Правило Геделя для $\Box$: $\vdash A \Rightarrow \vdash \Box A$.

Определение доказательства обычное.

Табличные определения фактических модальностей могут варьироваться при сохранении условий истинности формул с логическими модальностями. Рассмотрим в качестве примера систему $\mathbf{LS_а}+$ с иной семантикой фактических модальностей.

Определения связок $\supset$, $\neg$, $\underline{\Box}$ и $\underline{\Diamond}$ в $\mathbf{LS_а}+$ таковы:

$\supset$	$\mathbf{t}^n$	$\mathbf{t}^c$	$\mathbf{f}^i$	$\mathbf{f}^c$
$\mathbf{t}^n$	$\mathbf{t}^n$	$\mathbf{t}^c$	$\mathbf{f}^i$	$\mathbf{f}^c$
$\mathbf{t}^c$	$\mathbf{t}^n$	$\mathbf{t}^n/\mathbf{t}^c$	$\mathbf{f}^c$	$\mathbf{f}^c$
$\mathbf{f}^i$	$\mathbf{t}^n$	$\mathbf{t}^n$	$\mathbf{t}^n$	$\mathbf{t}^n$
$\mathbf{f}^c$	$\mathbf{t}^n$	$\mathbf{t}^n/\mathbf{t}^c$	$\mathbf{t}^c$	$\mathbf{t}^n/\mathbf{t}^c$

A	$\neg A$	$\underline{\Box}A$	$\underline{\Diamond}A$
$\mathbf{t}^n$	$\mathbf{f}^i$	$\mathbf{t}$	$\mathbf{t}$
$\mathbf{t}^c$	$\mathbf{f}^c$	$\mathbf{f}$	$\mathbf{t}$
$\mathbf{f}^i$	$\mathbf{t}^n$	$\mathbf{f}$	$\mathbf{f}$
$\mathbf{f}^c$	$\mathbf{t}^c$	$\mathbf{f}$	$\mathbf{t}$

Значения **t** и **f** здесь понимаются как неопределенности $\mathbf{t}^n/\mathbf{t}^c$ и $\mathbf{f}^i/\mathbf{f}^c$ соответственно. Выделенные значения – $\mathbf{t}^n$ и $\mathbf{t}^c$. Оператор логической необходимости определяется так же, как в предыдущей системе.

Класс общезначимых формул аксиоматизируется следующим исчислением.

Схемы аксиом:

1. Схемы аксиом классического исчисления высказываний;

2. Дополнительные схемы аксиом: $\underline{\Box}A \supset A$; $\neg\underline{\Box}\neg \supset \underline{\Diamond}A$; $\underline{\Diamond}A \supset \neg\underline{\Box}\neg A$; $\neg\underline{\Diamond}A \supset \underline{\Box}(A \supset B)$; $\underline{\Box}B \supset \underline{\Box}(A \supset B)$; $\underline{\Box}(A \supset B) \supset (\underline{\Box}A \supset \underline{\Box}B)$; $\underline{\Box}(A \supset B) \supset (\underline{\Diamond}A \supset \underline{\Diamond}B)$; $\underline{\Diamond}(A \supset B) \supset (\underline{\Box}A \supset \underline{\Diamond}B)$; $\underline{\Diamond}B \supset \underline{\Diamond}(A \supset B)$; $\underline{\Diamond}\neg A \supset \underline{\Diamond}(A \supset B)$; $\Box A \supset A$; $\Box(A \supset B) \supset (\Box A \supset \Box B)$; $\neg\Box A \supset \Box\neg\Box A$; $\Box\underline{\Box}A \supset \underline{\Box}\Box A$; $\underline{\Box}\Box A \supset \Box\underline{\Box}A$; $\Box\underline{\Diamond}A \supset \underline{\Diamond}\Box A$; $\underline{\Diamond}\Box A \supset \Box\underline{\Diamond}A$; $\Box A \supset \underline{\Diamond}A$.

Правила вывода:

1. Modus ponens.
2. Правило Геделя для $\Box$: $\vdash A \Rightarrow \vdash \Box A$.

Определение доказательства обычное.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Ивлев Ю.В.* Содержательная семантика модальной логики. М., 1985.
2. *Ивлев Ю.В.* Модальная логика. М., 1991.

Герасимова И.А.

ЛЕЙБНИЦ, КАНТ И ДЕОНТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА

Abstract. *Ideas Sources of Logical Theory of Norms is considered in the light of the Problem of Human Mind Evolution. Ideas about True, Obligatory and Real in Ancient Culturers, Leibntz' theaching of Norms, Kant's Philosophy, Beutham's Deontology are analysed..*

1. Идейные истоки деонтических логик

Философская мысль часто оказывалась той живительной питательной средой, в которой возникали и произрастали логические зерна. Первые системы деонтической логики были построены, исходя из структурного сходства между деонтическими и алетическими модальностями. В богатой творческими решениями книге «Эссе о модальной логике» [1951] фон Вригт, как он сам пишет, «пытался показать, что модальности образуют семейство родственных понятий, которое, кроме традиционных (возможность, необходимость и т.д.), включает также деонтические и эпистемические модальности» [4, с.30]. Как указывал фон Вригт, аналогия между деонтическими и алетическими модальностями проводилась еще Лейбницем. А вот имя Канта в фундаментальной работе Оквиста ни разу не упоминается. Видно логическое сообщество в 1984 году (издания «Handbook») еще не было готово к восприятию деонтических идей немецкого мыслителя. Связь деонтики и логики в работах Канта обсуждалась на семинаре «Логическое Кантоведение-2» в Калининграде в 1989 году. Инициатором Кантовских чтений по логике был Владимир Александрович Смирнов[1]. Он первый обратил внимание логиков на созвучие идей Канта, высказанных в «Критике практического разума», целям и задачам философской логики. Владимир Александрович специально написал две работы «О перспективах анализа учения И.Канта о праве и морали средствами современной логики» (доклад на Кантовских чтениях, который был издан в 1990) [14] и «Кант» [13].

Владимир Александрович подчеркивал, что «Великая мысль Канта заключается в том, что для обоснования этики и права мы не должны обращаться к психологии или антропологии». «Катего-

---

[1] С историей Кантовских логических чтений, которые впервые состоялись в 1987 году в Калининградском университете, можно познакомиться по статье В.Н.Брюшинкина «В.А.Смирнов и логическое кантоведение в Калининграде» [3].

рического императива, согласно Канту, должны придерживаться не только люди, но и все разумные, конечные существа, обладающие интеллектом, будь это люди или инопланетяне, или машины. Если они обладают свободой воли и разумно ведут себя, то они должны руководствоваться категорическим императивом» [14, с.71]. Теории логиков и «кантовские идеи нравственных и правовых концепций роднит то, что они носят нормативный, формальный характер. Они вытекают из самого принципа разумного, интеллектуального существа, а не извлекаются из существующих фактов» [14, с.72]. Поскольку в «цивилизованном обществе система права должна быть внутренне непротиворечива, ... помочь в установлении противоречий должна логика», – считает Владимир Александрович.

Проблемой номер один для исполнительной власти является вопрос о реализации норм в конкретных обстоятельствах. С ней связано множество тонких, специфически технических проблем логического характера» - обращает внимание Владимир Александрович. Логическую структуру для определенного решения этой проблемы, можно, на мой взгляд, усмотреть и в работах Канта. Кроме того, логическое наследие Лейбница в связи с вопросами деонтики вызывает не меньший интерес. При внимательном прочтении в его работах по праву можно обнаружить идеи, предвосхитившие некоторые направления в современной логике. Цель данной работы – обратить внимание логиков на некоторые проблемы и решения, над которыми работали два знаменитых философа и которые, на наш взгляд представляют интерес особенно в перспективе неклассических логик.

2. Представления о должном, сущем и истинном в древних культурных традициях

Замысел фон Вригта о построении деонтических, эпистемических и алетических логик как систем родственных понятий был реализован в первых работах в данной области неклассических логик. При стандартном подходе аналогия между деонтическими и алетическими понятиями выглядит следующим образом в приводимой фон Вригтом таблице [5, с.246].

возможно, M	позволено, P
невозможно, I = ~M	запрещено, F = ~P
необходимо, N = I~	обязательно, O = F ~ = ~P~

Можно также рассматривать категорию «безразлично», т.е. «ни-обязательно – ни-запрещено» (по Вригту), отвечающую алетической категории «случайно». Взаимоопределимость модальностей при данном подходе придает системе изящество и стройность: «можно, принимая одно из понятий за базисное или

исходное, методом «двойного отрицания» определить или породить другие понятия триады. Безразлично, какое из трех понятий рассматривается как Grundbegriff» [основополагающее], - пишет Вригт [5, с.246]. Связать моральные понятия с онтологическими кажется вполне естественным, если иметь в виду истоки подобных философских истолкований, а именно синкретичное мировоззрение людей древних цивилизаций и традиционных культур.

В миропредставлении ведического арийца, даосского китайца, вивалонянина, египтянина или кельта, Вселенная мыслилась как Единый живой организм, устроенный по принципу иерархичной структурной организации. Изначально мир человека не был отделен от Целого, и люди могли устраивать свою жизнь, «сонастраиваясь на гармоники» Целого. Понятие *права* как института, регулирующего жизнь сообщества, ассоциировалось с понятиями *правды* как *правильности* и *сущего*. Очень подробный лингвистический анализ Топоровой Т.В. [16] показывает, что эти идеи восходят к «схеме творения, важнейшим элементом которой является у с т а н о в л е н и е , кодированное «тетическим» глаголом – и.-е. *dhe- 'наделять объекты существованием' (ср. др.-инд. dhaman, греч. νεμιζ 'право, закон', др. исл. domr.- 'суд', рус. суд)... Право формируется по образцу универсального космологического закона, управляющего вселенной» [16, с.52].

В русском языке, как отмечает Н.Д.Арутюнова, понятие «правда» объединяет и истинностную, и деонтическую оценки. Ср.: «*говорить (знать) правду* и *судить (поступать) по правде*, следовать стезею правды. Два разных и разнонаправленных отношения -- отношения суждения (высказывания, текста) к действительности и отношение действия (поведения) к норме – соединяются в одном концепте» [2, с.9] В греческом языке 'правда', 'сущее' имеют также единые истоки, ср. το εου -'правда', ωυ, ουτοζ -'сущий', δεου - 'должное' 'необходимо', 'обязанность'. Рехфельд (Rehfeld) отмечает: «На самом деле каждое право выражает долженствование, и все же можно утверждать, что только в современном праве акцентируется момент долженствования, а в древнем же праве – м о м е н т б ы т и я» [цит. по 13, с.53]. Обращение к этимологическим значениям исходных понятий, на наш взгляд чрезвычайно полезно. Изменение значений слов, трансформация смыслов отражает эволюцию человеческого сознания и мировоззрения. В то же время некоторые изначальные, коренные смыслы были сохранены в памяти человеческой и проявлялись, хотя и в измененном виде, в философских концепциях и даже современных логических теориях. Со сменой ориентации с чувственно-образного мышления, с его особо тонким отношением к Природе как сопричастности всего со всем, на словесно-понятийные, рациональные формы мышления, акт осознания переходит на уровень речи – устной или письменной. Должное и сущее разделяются как идеальное и реальное. Используя терминологию

семантик возможных миров, можно сказать, что в сфере морали и права конструируют идеальные нравственные альтернативы к действительному миру. Системы морали и права можно создавать, следуя различным принципам. Именно так и поступали Лейбниц и Кант.

3.Синкретическая позиция Лейбница

Лейбница можно было бы назвать Великим Логиком и Гармонителем. Вдохновенный проповедник идеи Предустановленной Гармонии, немецкий мыслитель и свои собственные рациональные концепции пытался выстраивать по принципам гармонии. Невозможно избежать грубых погрешностей и примитивизации, если излагать логическое учение Лейбница о деонтике вне лона тех идей и представлений, где оно рождалось и приобретало смысл. Но стоит только коснуться этой тематики, как проявится глубинная часть религиозно-философско-научного айсберга. Лейбниц обладал редкостным даром логически связывать в единую цепь рассуждений всевозможные аспекты человеческого знания.

3.1. Онтологическая интерпретация деонтических модальностей у Лейбница. В письме к картезианцу Арно (1671) Лейбниц, сообщает о пробудившемся интересе исследовать вопрос о праве, этике и Евхаристии, и в связи с этим он пишет: «Я думаю изложить в коротенькой книжечке «Элементы естественного права», где все доказывалось бы только из одних определений. Ибо человека доброго и справедливого я определяю как такого, который любит всех; любовь я определяю, как удовольствие от чужого счастья; печаль – как нечто, происшедшее от чужого несчастья; счастье – как удовольствие без печали; удовольствие – как чувство гармонии; печаль – как чувство бессвязности; чувство – как мышление с удовольствием или усилием к деятельности; гармонию – как разнообразие, уравновешенное тождеством. Ибо нас всюду забавляет разнообразие, но приведенное в единство. Отсюда я вывожу все теоремы о праве и справедливости. Ибо позволено то, что возможно для доброго человека. Отсюда ясно, что справедливый, любящий всех человек, даже когда не может, так же по необходимости стремится помогать всем, как камень стремится падать, даже когда висит. Я показываю, что всякое обязательство разрешается высшим усилием, что любить всех и любит Бога, вместилище всеобщей гармонии, одно и то же; даже, что одно и то же истинно любить, то есть быть мудрым, и любить Бога больше всего, т.е. любить всех, или быть справедливым»[2].

---

[2] Цитируется в современной транскрипции по монографии профессора И.И.Ягодинского «Философия Лейбница. Процесс образования системы». С. [17].

Вышеприведенный отрывок весьма показателен для философского стиля Лейбница: обсуждая понятие справедливости, он дает ряд определений, затрагивая понятия доброго человека, любви, счастья и гармонии. Вопросы этики, права переходят у него в вопросы логики, теории познания, психологии, эстетики. Логика и психология, образуют как бы грани единого движения мысли философа. В фокусе его рассуждений -- личность, наделяемая чувством, познанием, волей; личность, в которой, однако интеллектуальное начало полагается ведущим. Например, чувство прекрасного возникает в результате упорядочивающей деятельности ума.

Работа «Элементы естественного права» («Definitio justitiae universalis», 1671) не была завершена, но имеется несколько набросков, представляющих логический интерес. Обратим внимание на следующий отрывок, который привлек внимание логиков:

Справедливое, дозволенное	есть	возможно	для
Несправедливое, недозволенное	то,	невозможно	доброго
Беспристрастное, должное	что	необходимо	человека
Безразличное		случайно	

Возможное		может	
Невозможное	есть то, что	не может	
Необходимое		не может не	быть[3]
Случайное		может не	

Опубликовавший «Definitio justitiae universalis» Тренделенбург, а вслед за ним и Кутюра, отмечали, что этим делениям соответствуют суждения аристотелевской логики a, i, e, o.

Деонтические модальности интерпретируются Лейбницем в духе древнейшей традиции онтологически. На первый взгляд может показаться, что они относительны, так как определены в соотнесенности с понятием доброго человека. Однако «добрый человек» мыслится *идеально* как разумное существо, которое наделено способностью проводить Божественную волю в актах творения, благодаря способности «любить всех и любить Бога, вместилище всеобщей гармонии», что одно и то же, по мысли философа-христианина. Должное, сущее и истинное соединяются воедино, становятся тождественными в творческом акте идеального доброго человека. Абсолютный характер деонтических модальностей вытекает из метафизического истолкования понятия доброго человека.

Учение Лейбница об основаниях права и морали вполне согласуется с новозаветной традицией, которая продолжает тра-

[3] Цит. по Ягодинскому [17, с. 333].

диции ветхозаветной морали, а последняя в свою очередь в понимании акта творения восходит к синкретичному архаическому мышлению. Такие признаки как *безусловность* и *изначальность* характеризуют Десять заповедей Моисея, которые рассматривают как первый по времени важнейший нравственный кодекс [9, с.80]. По представлениям ветхозаветного человека, истину о мире может знать только Бог как Создатель мира и *праведники*, в е д у щ и е *правильную* жизнь как в е д у ю щ и е Высшей *правдой*. Высшая правда есть не просто Истина, а Действующая истина или нравственность. Она абсолютна, ее источник вне пределов земного мира – в глубинах трансцендентного. Она раскрывается Богом через избранного им пророка и воспринимается как прямое указание Бога, его заповеди.

Ветхий завет – открытое учение, а «ветхозаветная мораль допускает переход к новозаветной морали» [9, с.83]. Христианскую этику кратко определяют как *этику любви*. Бедствия человека начались с того момента, когда была прервана связь между человеком и богом, когда он сам решил судить о том, что есть добро и зло. Путь к спасению лежит через осознание и реализацию той внутренней силы, которая потенциально заложена в каждом человеке, и называется любовью. Отношения между людьми тогда станут истинными, когда будут строиться на основании отношений любви. Отношения любви в христианской философии выходят за рамки межличностных отношений, распространяясь на любое творение Бога и весь Универсум. Любить – означает иметь способность высшего постижения и возможность восстанавливать утраченную связь с Первоисточником, ибо Бог есть Любовь. Учение Лейбница о предустановленной гармонии, добром человеке, который суть воплощение справедливости, ибо любит всех, развивает и конкретизирует христианскую этику любви. Но Лейбниц – рационалист. Можно предположить, что истинная любовь для него – любовь разумная. Проявления любви могут и должны соизмеряться и поверяться разумом. Человек несовершенен, но благодаря разумному началу имеет возможность осознавать свое несовершенство и стремиться достичь идеала доброго человека. Достижение идеального поведения доброго человека мыслится немецким философом как стремление к таковому, предпочтение того, «откуда в сложности вытекает более блага» [17,]. В этой связи небезынтересно логическое учение Лейбница об условном праве.

3.2. Учение Лейбница об условиях в праве. Сочинение Лейбница «Specimen certitudinis seu demonstrationum in jure, exhibitum in doctrina conditionum» исследователи его творчества предположительно датируют серединой 1669 года [17, с.421]. Впоследствии он продолжал ценить ряд положений своей ранней работы. Предмет Specimen certitudinis определяется Лейбницем следующим образом: «учение об условиях в праве есть некоторая

часть юридической логики, толкующая о гипотетических предложениях в праве [17, с.406-407]. Верный своему стилю, в указанном сочинении Лейбниц доказывает ряд теорем. Некоторые из них имеют чисто правовое значение, а другие – логическое. Ряд положений вызывает интерес в перспективах конструирования систем условной деонтической логики.

Логика и мораль тесно переплелись в одном произведении. Лейбниц делит условные предложения на логические и моральные. «Условные предложения рассматриваются либо в себе, и таким образом, на основании формы и материи, либо в действии, - что относится к нашей юридической области» [17, с.407]. Юридическая логика мыслится как дисциплина прикладная, специфика которой связана с актами воли. Волеизлияние юридического лица, с одной стороны должно быть *выражено* в предложениях, а с другой стороны, *реализовано* в действиях. Акты выражения, описания, формулировки подчиняются законам чистой логики, которая как часть входит в юридическую логику.

Лейбниц обосновал ряд требований традиционной логики, которые должны выполняться в условных рассуждениях (непосредственное следование в условно-категорических умозаключениях). Он указывает на типичную ошибку в условном доказательстве, когда вместо условного высказывания в заключении пытаются сделать категорическое (из $A \supset B$ и $B \supset C$ вывести C). «У с л о в и е н и ч е г о н е п о л а г а е т» - так формулирует свою мысль Лейбниц.

Часто подчеркивают, что логика наука нормативная, в том смысле, что она вырабатывает каноны, образцы, критерии правильности рассуждений и других интеллектуальных процедур, следуя которым можно достичь успеха в рациональном осмыслении. Отметим, что знать нормы и уметь их применять на практике в конкретных ситуациях – две деятельности, которые стоит различать. Чистая логика не занимается обучением практике применения логических процедур. Для юридической же логики именно сам акт реализации нормы, правила, предписания составляет суть морально-правовой практики. В современной правовой литературе акт реализации общих норм именуют *индивидуальным нормотворчеством* или *индивидуализацией нормы*. Процесс перехода от общих норм к эмпирическим действиям опосредуется ступенями индивидуализации. В правовой практике наряду с основным законодательством имеется иерархическая система подзаконодательных актов, которые разъясняют, как нужно толковать и принимать решения в соответствии с основными нормами. В этом смысле любой подзаконодательный акт следует рассматривать как описание «норм реализации (общих) норм». Выделяя моральный аспект в условных предложениях, Лейбниц имеет в виду эти рациональные процедуры индивидуализации норм. Важно подчеркнуть, что согласно немецкому логику, они могут составить предмет специ-

ального изучения в прикладной логике, поскольку их можно формализовать.

Язык юридической логики содержит многосортные высказывания. Один тип высказываний описывает природные зависимости, выраженные условными предложениями. В этом случае отношение A⊃B отражает фактическую связь между причиной и следствием. Другой тип высказываний описывает условие как причину правового действия. Лейбниц приводит следующий пример морального условия: «Если корабль придет из Англии, то Сэй будет наследником». В данном предложении выражено повеление правового лица-завещателя, отсюда связь между антецедентом и консеквентом импликации необходима не в силу объективных обстоятельств, а по воле лица. До прихода корабля – Сэй не наследник. Выделяя фактический и морально-правовой тип связи в условных предложениях, Лейбниц делает вывод: «природа условий исчерпывается частью необходимыми следствиями, частью преднамеренной волей того, чья воля должна быть правилом, то есть толкованием. Цель толкования заключается в том, чтобы с вероятностью постичь чей-нибудь ум по знакам, знаки же – это слова или что-нибудь другое» [17, с.409].

Вероятность события отличается от вероятности интерпретации суждения другого лица, как подчеркивает Лейбниц. Результат толкования предполагает вероятностную эпистемическую оценку, говоря языком современной эпистемической логики. Таким образом, в условных моральных предложениях проявляется и эпистемический компонент.

В отличие от логических условных предложений, в моральных на следствие (действие) оказывает существенное влияние характер условия – его выполнимость. При рассмотрении характера условий Лейбниц использует идеи теории вероятностей и учение о модальностях. Его идея *ранжирования условий по выполнимости* и *классификация видов права*, на наш взгляд, представляет наибольший интерес в данной работе. Условие, являясь причиной правового действия, предопределяет тип права. Данная мысль отражена в следующей приводимой Лейбницем таблице [17, с.417]:

Условие невозможное.	Случайное.	Необходимое.
0	$^1/_2$	1
Нет права.	Условное право.	Чистое право.

Поясняя схему, Лейбниц отмечает: «Как дробь находится между нулем и единицей, так условное право между отсутствием права и чистым правом, и как изменяются дроби, причем те, которые ниже $^1/_2$ приближаются к нулю, а те, которые выше $^1/_2$, приближаются к единице, так условное право получает различную

ценность и разными ступенями подступает то к чистому праву, то к отсутствию права» [17, с.417-418]. Если условие невозможно, то никакого правового действия не последует. «Неопределенное условие образует условное право. Условное право нечто полагает в бытии» [17, с.418].

Обратим внимание на понимание Лейбницем условного и чистого права. Условное право мыслится им как концепт, а чистое как бы нечто прирожденное. «Ergo qui liber fit, nasci intellegetur» [17, с.418]. Условное право возникает в результате прагматической деятельности человека и обусловлено как природой обстоятельств, так и природой самого человека в смысле конкретных качеств человеческой личности, ее способностей к познанию и реализации своей воли. Чистое право предопределяется сущностью человека как разумного существа. Идеал разума, способного знать истину и проявлять ее в деяниях, на наш взгляд, вновь засветился в рассуждениях немецкого философа-рационалиста. Человек разумный – это человек справедливый и добрый, для которого «должен» и «есть» совпадают в сущностном измерении.

В учении об условном праве Лейбниц доказывает общее правило:

«чем больше вероятность существования условия, тем условное право более» [17, с.419]. Поясняя это положение, он приводит любопытные примеры связи между антецедентом импликации и консеквентом по содержанию. По праву ceteris paribus, условное право считается большим, если обусловленное (консеквент) больше. В рассматриваемом Лейбницем примере «Если корабль придет из Азии, то я завещаю Сейю 100, Каю 200», право Кая считается большим. В другом случае, подчеркивает Лейбниц, разнообразие условий сделает меньшим то, что обусловленно большей ценой. Пример Лейбница. Есть два завещания: Тицию, если он придет в Капитолий, даю по завещанию 100. Каю, если вернется из плена мой двоюродный брат, даю по завещанию 200. При невыполнимости условия или при меньшей вероятности осуществления условия завещено больше Тицию, чем Каю. В моральном условном предложении связь между антецедентом (основанием) и консеквентом (действием) определяет вероятность существования условия – этот вывод Лейбница нов и оригинален не только для своего времени. Как представляется, он значим и для построений современной условной деонтической логики, базирующейся на идеях многоуровневости и многосортности нормативного языка.

4. Относительная деонтика в трансцендентальной философии Канта

4.1. Этика разума Иммануила Канта.

Практическая трансцендентальная философия, если так можно сказать, реализует *подход сверху*. В человеке заложено нечто, что не обусловлено никакой зависимостью от внешней природы, воспитания, обучения, социальной среды, характера деятельности и т.п. Эта сущностная составляющая именуется Разум. Пробуждая и проявляя разумное начало, человек изнутри своего собственного существа имеет возможность трансцендировать нравственные истины, осознавать и воплощать их в повседневную жизнь. Такого рода мораль – абсолютна, она не выводится из жизни, но сама жизнь должна оправдаться перед нравственным законом, согласно этой точки зрения. Нравственный закон как идеал призван возвышать человека, преобразуя его самого и жизнь, связанных с ним творений. Если люди, пребывая в забвении, погрузили свое истинное «Я» в суету мира, то временами приходят мудрецы с надеждой напомнить человеку о его истинном предназначении. Напоминание об идеалах, о ценности внутренней жизни, о смысле конечного существования, на наш взгляд, является сильной стороной учения кенигсбергского мыслителя.

Должное, истинное и сущее не являются понятиями одного ряда в трансцендентальной философии Канта. Но между ними нет барьеров. Взятые в единой логико-смысловой перспективе, они образуют систему, в которой одно понятие предполагает другое. От истинного (мира ноуменов) через свободу воли Кант переходит к должному, а затем к существованию (миру феноменов). В нравственной деятельности человек преобразует чувственную природу, придавая ей формы умопостигаемого мира. Кант продолжает традицию возможного единения истинного, должного и сущего, но в отличие от рассмотренных линий в морали вскрывает иной пласт человеческого сознания.

Для ветхозаветного человека только пророки и посвященные могли зреть истину непосредственно, большинство же людей должны следовать закону, если хотят жить в согласии с Божественным источником. В этой связи весьма примечательна личность Моисея, который пришел в замешательство, когда узнал о возложенной на него миссии, ведь он был косноязычен и не умел разговаривать с людьми. На что последовало напоминание о брате Аароне, который обладал даром оратора: «итак он будет твоими устами, а ты будешь ему вместо Бога» [Исх **4**, 16]. Воспринимать истину непосредственно, выражать ее с помощью языка и убеждать людей – разные способности, но способность к созерцанию – высшая. С когнитивной точки зрения, можно сказать, что то было время *Познания закона*. Для новозаветного человека открывалась перспектива индивидуального спасения через путь любви. *Позна-*

ние любви в своей внутренней жизни составляет суть христианской жизненной ориентации. Для Канта человеческое существо представляет собой лишь возможную реализацию разумного существа. Его мысль концентрируется на сущности разума самого по себе, в нравственном аспекте проявляющегося как практический разум. Следуя по пути разума, каждый человек способен обрести и воплотить истину. С когнитивной точки зрения, позицию Канта можно рассматривать как философское отражение идеи о том, что нравственный опыт проходит через *Познание разума.* Кантовское учение о нравственности можно было бы назвать этикой разума. Разум – высшая способность души, от которой следует отличать рассудок, отсюда этика разума отличается от этики рассудка, связанной с благоразумием и здравомыслием, подчеркивает Кант.

4.2. Классификация императивов по Канту. Попробуем проделать реконструкцию некоторых фрагментов кантовского учения о долге под углом зрения логического анализа языка. Понятие долженствования в «Основах метафизики нравственности» и «Критике практического разума» имеет различные значения, соответственно контексту употребления. В самом общем смысле долженствование связывается с необходимостью поступка. Но сама необходимость определяется разными по гносеологическому статусу причинами – внешними и внутренними. Согласно Канту, разум действует сообразно закону и определяет волю через формулы веления, называемые императивами. Внешней причиной для поступка являются желаемые *цели.* В этом случае, утверждает Кант, императив повелевает *гипотетически.* Императив *категоричен*, если его источник находится внутри разумного существа. Гипотетические императивы представляют практическую необходимость.

Стремясь пояснить различие между гипотетическими и категорическими императивами, кант привлекает идеи учения традиционной логики об аподиктических, ассерторических и проблематических суждениях. В зависимости от характера цели – возможной, действительной или необходимой, различаются проблематически-практический принцип, ассерторически-практический принцип и аподиктически-практический принцип, соответственно. В эмпирической практической жизни любая цель мыслится как возможная. Императивы, формулируемые в возможных целях, Кант именует умениями. В качестве примера приводятся предписания для врача. Возможные цели можно было бы назвать внешне-ситуативными целями. От них отличаются действительные цели, соответствующие внутренней природе человека, такие как, например, достижение счастья. Необходимые цели проистекают из природы разума и, следовательно, соотнесены со сферой трансцендентного. Сказанное можно суммировать в таблице:

Вид императива	*Модальность цели*	*Обусловленность цели*	*Форма высказывания*
категорический	действительная	природой разума	–должен сделать ради–
гипотетический	возможная	природой человека	–должен сделать– для того, чтобы достичь действительной цели-
гипотетический	возможная	ситуацией	–должен сделать– для того, чтобы достичь возможной цели

Если попытаться формализовать рассмотренные типы контекстов, то пришлось бы привлечь средства логики действия (или динамической логики) с элементами модальной.

4.3. Учение о свободной воле и долженствование. Этическая система Канта строится по принципу *структурной иерархичности*. Одно понятие выделяет причину, которая порождает ряд явлений или других причин, но само этому ряду не принадлежит. В соотношении разум – воля - поступок, разум определяет волю, а воля как проводник разума вынуждает совершать поступки, но понятия чистого разума и чистой воли принадлежат умопостигаемой сфере, а поступки совершаются в чувственном мире. Воля мыслится как «способность поступать *согласно представлению* о законах, т.е. согласно принципам. Так как для выведения поступков из законов требуется *разум*, то воля есть не что иное как практический разум» [Кант, 4(1), с.250]. Атрибут чистой воли есть свобода.

Для трансцендентальной философии понятие свободы является фундаментальным. Как отмечает Абрамян Л.А., проблема свободы не изложена целостно и обобщенно ни в одном из произведений кенигсбергского мыслителя, имеется несколько решений этой проблемы в зависимости от теоретического контекста [1]. Основные смыслы понятия свободы можно вкратце свести к следующим положениям. Исходный пункт в понимании Кантом свободы – это свобода как независимость от чего-то. Воля свободна, «когда она может действовать независимо от посторонних *определяющих* ее причин» [Кант, 4(1), с.289]. В положительном смысле под свободой воли понимается ее возможность самостоятельно себя определять. Исходя из этого положения, Кант приходит к

понятию автономии воли: «чем же другим может быть свобода, как не автономией, т.е. свойством воли быть самой для себя законом? [Кант, 4(1), с.290]. Как постулат практического разума, свобода служит фундаментом для морального доказательства бытия бога.

Смыслы понятия долженствования соотнесены с аспектами понятия воли. Воля может быть несвободной и свободной. Несвободная воля находится в зависимости от эмпирического мира внешних причин и психологии человека. Она выражается гипотетическими императивами. Свободная воля может быть безусловной и не безусловной. Безусловно свободная или добрая воля осуществляет веления чистого разума, что возможно лишь в сверхчувственном мире. Мыслитель называет ее божественной или вообще святой волей. Для нее никакие императивы не нужны. Поскольку она подчиняется объективным законам добра, «*долженствование* здесь не на своем месте, так как *воление* само собой необходимо согласно с законом» [Кант, 4(1), с.252]. Из сказанного можно сделать вывод, что в сфере трансцендентного акт творения мыслится как тождество истинного, должного и сущего. «Долженствование» в смысле необходимости и есть бытие: и закон необходим, и воления необходимо согласны с ним, и поступки осуществляются как необходимые следствия. Онтологизация деонтики таким образом естественна для умопостигаемого мира.

При опускании в мир феноменов долженствование приобретает смысл *принуждения*. Человек как существо разумное может овладеть свободной волей, но в силу свойств его как существа природного, эта воля не безусловна. Обязательность рассматривается немецким моралистом как внутренняя сила, соединяющая автономную волю, преломленную не безусловной волей человека, с поступками. Величие этой силы для мыслителя несомненно: «*Долг*. Ты возвышенное, великое слово… где же твой достойный тебя источник и где корни твоего благородного происхождения, гордо отвергающего всякое родство со склонностями…? Это может быть только то, что возвышает человека над самим собой (как частью чувственно воспринимаемого мира)… [Кант, 4(1), с.413].

4.3. Классификация поступков по модальности. Деонтические модальности появляются при объяснении действия морального принуждения. В этом аспекте деонтика приобретает относительный характер. Высшие принципы разум формулирует в возможном всеобщем законодательстве. Императивы и максимы – суть формы выражения действий воли. Максима с логической точки зрения содержит как повеление (императив), так и основания (акты описания). «Максима содержит практическое правило, которое разум определяет сообразно с условиями субъекта» и «есть основоположение, согласно которому субъект *действует*», а императив есть «основоположение, согласно которому такое

существо *должно действовать*» [Кант, 4(1), с.260]. Не безусловно добрая воля выражается в категорическом императиве.

Нормативные модальные понятия вводятся Кантом в максимах воли. Они фиксируют логические отношения совместимости-несовместимости, противоречия, противоположности и со-возможности в иерархии нормативных поступков. «*Моральность*, таким образом, есть отношение поступков к автономии воли, т.е. к возможному всеобщему законодательству через посредство максим воли. Поступок, совместимый с автономией воли, *дозволен*; несогласный с ней поступок *не дозволен*. Воля, максимы которой необходимо согласуются с законами автономии, есть *святая*, безусловно добрая воля. Зависимость не безусловно доброй воли от принципа автономии (моральное принуждение) есть *обязательность*. Обязательность, таким образом не может относиться к святому существу. Объективная необходимость поступка по обязательности называется *долгом*» [Кант, 4(1), с.282-283].

В «Критике практического разума» Кант приводит таблицу категорий свободы, где суммирует положения учения о свободнойволе и указывает наиболее разумные пути практических исследований. Из таблицы видно, что разные характеристики понятия свободы дают представление о свободе как виде причинности, который рассматривается «в отношении возможных через нее поступков как явлений в чувственно воспринимаемом мире» [Кант, 4(1), с.380]. В отношении четвертой сферы категорий Кант замечает, что именно модальности совершают переход от (чистых) практических принципов к принципам нравственности, но делает оговорку – только *проблематически*. Поясняя понятия совершенного и несовершенного долга, он отмечает, что под совершенным долгом понимается «тот, который не допускает никаких исключений в пользу склонности» [Кант, 4(1), с.261]. Отправной пункт для логического сопоставления поступков с высшим законодательством является категорический императив: «*поступай только согласно такой максиме, руководствуясь которой ты в то же время можешь пожелать, чтобы она стала всеобщим законом*» [Кант, 4(1), с.260]. В «Основах метафизики нравственности» кенигсбергский моралист приводит конкретные примеры нормативного оценивания поступков [Кант, 4(1), с.261-264].

С логической точки зрения, в иерархически структурированной системе этики Канта переход от абстрактного к конкретному, общего (всеобщего) к частному и единичному, происходит по принципу *индивидуализации общей схемы*. Взаимосвязи общего и частного в актах индивидуализации гораздо тоньше и обширнее родо-видовых типов связи между понятиями, изучаемых в традиционной логике. Родо-видовые отношения представляют собой как бы срез одной плоскости, если иметь в виду положение, согласно которому признак рода должен переходить на признак вида. Идея о сущности или идеал не обязательно реализуется в

эмпирическом мире, с одной стороны, а с другой, может быть реализован с различной степенью, различными способами и в многообразии форм. Решение вопроса о соотношении идеала и реализации, как правило, многозначно и многоразмерно. Эмпирические законодательные системы строятся именно по принципу индивидуализации. Поиск и описание логических принципов индивидуализации общего представляет собой задачу номер один для современных деонтических логиков. В этой перспективе, рассуждения Канта предоставляют богатый материал для анализа.

5. DEON' 98

5.1. Иеремия Бентам и его время. Переход к современным дискуссиям по деонтической логике и ее приложениям был бы незавершенным, если не упомянуть о влиянии на логический мир идей Иеремии Бентама. Бентама (1748-1832), современника Милля-старшего, считают родоначальником утилитаризма. Основы этики и философии права изложены им в сочинении «Деонтология, или Наука о морали» (1834). Термин деонтология ввел в употребление именно Бентам. В основу всех оценок английский философ и юрист кладет *принцип пользы* и ставит цель сделать заметными отношения, соединяющие интерес с обязательностью. Исходные пункты его учения таковы. «Первый закон нашей природы – это желание нашего собственного счастья». «Каждый человек себе самому близкое и дорогое существо ... Его собственный интерес должен в его глазах быть выше всякого другого интереса». «Основание деонтологии – принцип пользы, иначе говоря, это означает, что определенный поступок является хорошим или плохим, достойным или недостойным, заслуживающим или незаслуживающим одобрения в зависимости от его тенденции увеличивать или уменьшать с у м м у о б щ е с т в е н н о г о с ч а с т ь я»[4].

Бентам делает важный вывод для логической культуры – необходимо, чтобы человек рассуждал, оценивал в вопросах морали различные удовольствия и страдания. Ему в этом могут помочь профессионалы-деонтологисты: «Моралист может помочь размышлять и умозаключать, оценивать с возможно широкой точки зрения прошедшее и, таким образом, делать расчеты и предложения относительно будущего» [11, с.340]. Сам английский философ-правовед внес много конкретных предложений по построению гражданского и уголовного законодательства.

Если оценивать направленность учения Бентама с точки зрения эволюционной эпистемологии, то нельзя не заметить тот факт, что Бентам призывает опираться на рациональное рассуждение и

---

[4] Тексты из «Деонтологии» цитируются по монографии П.А.Покровского «Бентам и его время» [11].

логику. В этом смысле английский мыслитель отразил свое время, уловив новый вектор в когнитивной эволюции – необходимость п о з н а н и я и н т е л л е к т а, овладения рассудочной доказывающей способностью. На наш взгляд, влияние учения Бентама на современную логику сказалось в философской поддержке логического метода в целом, и в обосновании важности изучения типов рассуждений в конкретных нормативных ситуациях, в частности. Не случайно, первая работа по деонтической логике была написана Малли под влиянием Бентама [21].

ЛИТЕРАТУРА

1. *Абрамян Л.А.* Несколько замечаний о структуре кантовского понятия свободы // Кантовский сборник. Вып.15. Калининград. 1990.
2. *Арутюнова Н.Д.* Истина и этика // Логический анализ языка. Истина и истинность в культуре и языке. М.1995.
3. *Брюшинкин В.Н.* В.А.Смирнов и логическое кантоведение в Калининграде // Кантовский сборник. Калининград. 1998.
4. *Фон Вригт Г.Х.* К русскому изданию // Логико-философские исследования. Избранные труды. М. 1986.
5. *Фон Вригт Г.Х.* Нормы, истина и логика // Логико-философские исследования. Избранные труды. М. 1986.
6. *Фон Вригт Г.Х.* О логике норм и действий // Логико-философские исследования. Избранные труды. М. 1986.
7. *Герасимова И.А.* Комбинированная семантика для логики абсолютных норм с неклассическим отрицанием // Логические исследования. Вып.4. М.1997.
8. *Герасимова И.А.* Логический статус отрицания в деонтических ситуациях // Труды научно-исследовательского семинара Логического центра Института философии РАН.1996. М.1997.
9. *Гусейнов А.А.* Великие моралисты. М.1995.
10. *Кант И.* Сочинения в 6-томах. М. 1965.
11. *Покровский П.А.* Бентам и его время. П., 1916.
12. *Смирнов В.А.* Вклад Г.Х. фон Вригта в логику и философию науки. Предисловие // *Вригт Г.Х.* Логико-философские исследования. Избранные труды. М. 1986.
13. *Смирнов В.А.* Кант.
14. *Смирнов В.А.* О перспективах анализа учения И.Канта о праве и морали средствами современной логики // Кантовский сборник. Вып.15. Калининград. 1990.
15. Современная логика: проблемы теории, истории и применения в науке. Материалы V Общероссийской научной конференции. 18-20 июня 1998г. С.-П. 1998.

16. *Топорова Т.В.* Древнегерманские представления о праве и правде. // Логический анализ языка. Истина и истинность в культуре и языке. М.1995.
17. *Ягодинский И.И.* Философия Лейбница. Процесс образования системы. Первый период 1629-1672. Казань. 1914.
18. *Eqvist L* . Deontic Logic // Handbook of Philosophical Logic. Vol.II. Dordrecht. 1984. P. 605-714.
19. Deontic Logic in Computer Science. Normative System Specification. Chichester. 1993.
20. Deontic Logic, Agency and Normative Systems. Springer Workshops in Computing. London. 1996.
21. *Mally E.* Grundgesetze des Sollens. Elemente der Logic des Willens. Graz. Lensochner & Lubensky. 1926. Переиздано в: Logische Schritten. Grosses Logic-Fragment-Grundgesetze des Sollens. Dordrecht. 1971.

М.Н.Бежанишвили

ТЕОРЕМА ПОЛНОТЫ ДЛЯ ОДНОЙ БИМОДАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ ЗНАНИЯ И ВЕРЫ

Abstract. *In this note we consider the bimodal system* **KB4** *with epistemic and doxastic modal operators and give the detailed sketch of its completeness proof by means of the modified Kripke style diagrams. The system* **KB4** *was described in* [1], *where we characterized its metatheoretical peculiarities, but the proof of its completeness was omited there.*

Введение. В настоящей работе дается подробный набросок доказательства полноты бимодальной системы **KB4**, содержащей модальные операторы знания и веры. Она была исследована в [1] на основе семантики частичных возможных миров. Наряду с другими метатеоретическими особенностями системы **KB4** в [1] было указано, что с помощью модифицированных диаграмм Крипке можно доказать полноту **KB4**, но само доказательство было опущено, хотя соответствующая модификация не проста. Целью настоящей работы является описание трансформации метода диаграмм Крипке, используемого для установления полноты **KB4**.

Система KB4. Алфавит содержит логические связки: $\neg$, $\wedge$, $\vee$ (для отрицания, конъюнкции, дизъюнкции), модальные операторы знания и веры: K_a и B_a с фиксированным агентом a (соответственно читаются: «*a знает, что...*» и «*a верит, что...*»). Понятие формулы обычное. Знаки (материальной) импликации и эквиваленции ($\supset$ и $\equiv$) вводятся надлежащими определениями. Формула называется модализированной, если она содержит хотя бы одно вхождение модального оператора. Формула A полностью модализирована, если всякая пропозисиональная переменная, входящая в A, находится в области действия некоторого модального оператора A. В дальнейшем ∇_a всякий раз будет означать K_a или B_a, причем персональный индекс модальных операторов будем опускать, так как лицо a предполагается фиксированным. **Pr** будет обозначать множество пропозициональных переменных, а **Frm** – множество формул **KB4**.

Аксиомы **KB4**: любая формулировка аксиом классического пропозиционального исчисления,

$\mathrm{K}(P \wedge Q) \equiv \mathrm{K}P \wedge \mathrm{K}Q$, $\quad \mathrm{B}(P \wedge Q) \equiv \mathrm{B}P \wedge \mathrm{B}Q$,
$\mathrm{K}P \supset \mathrm{K}(P \wedge Q)$, $\quad \mathrm{B}P \supset \mathrm{B}(P \wedge Q)$,
$\mathrm{K}Q \supset \mathrm{K}(P \wedge Q)$, $\quad \mathrm{B}Q \supset \mathrm{B}(P \wedge Q)$,

$\mathrm{K}(P \wedge (Q \vee R)) \supset \mathrm{K}((P \wedge Q) \vee R)$, $\mathrm{B}(P \wedge (Q \vee R)) \supset \mathrm{B}((P \wedge Q) \vee R)$,
$\mathrm{K}\neg\neg P \equiv \mathrm{K}P$, $\mathrm{B}\neg\neg P \equiv \mathrm{B}P$,
$\mathrm{K}\neg(P \wedge Q) \equiv \mathrm{K}(\neg P \vee \neg Q)$, $\mathrm{B}\neg(P \wedge Q) \equiv \mathrm{B}(\neg P \vee \neg Q)$,
$\mathrm{K}\neg(P \vee Q) \equiv \mathrm{K}(\neg P \wedge \neg Q)$, $\mathrm{B}\neg(P \vee Q) \equiv \mathrm{B}(\neg P \wedge \neg Q)$,
$\mathrm{K}P \supset P$, $\mathrm{B}P \supset \neg\mathrm{B}\neg P$,
$\mathrm{K}(\mathrm{K}P \supset P)$, $\mathrm{B}(\mathrm{B}P \supset P)$,
$\mathrm{K}P \supset \mathrm{KK}P$, $\mathrm{B}P \supset \mathrm{BB}P$,

и, наконец, $\mathrm{K}P \supset \mathrm{B}P$.

Правила вывода: подстановка; модус поненс; два правила простой дилеммы: из $\nabla A \supset \nabla C$ и $\nabla B \supset \nabla C$, где A, B и C немодализированы, следует $\nabla(A \vee B) \supset \nabla C$; и правило K-модализации: из A следует $\mathrm{K}A$, где A полностью модализирована.

Семантика. KB4-фрейм есть упорядоченная четверка $\mathbf{Fr} = [\mathbf{H}, \mathbf{W}, \mathbf{R_K}, \mathbf{R_B}]$, где **H** – множество (частичных возможных миров), содержащее непустое подмножество **W** (тотальных возможных миров): $\varnothing \neq \mathbf{W} \subseteq \mathbf{H}$, $\mathbf{R_K}$ – отношение квазипорядка на **H**: $\mathbf{R_K} \subseteq \mathbf{H}^2$ и для всяких **u, v, w** $\in$ **H**, **(u,u)** $\in \mathbf{R_K}$ и если **(u,v)** $\in \mathbf{R_K}$ и **(v,w)** $\in \mathbf{R_K}$, то **(u,w)** $\in \mathbf{R_K}$. $\mathbf{R_B}$ – подмножество $\mathbf{R_K}$, удовлетворяющее условиям слабой рефлексивности, транзитивности и сериальности: $\mathbf{R_B} \subseteq \mathbf{R_K}$ и для всяких **u, v, w** $\in$ **H**, если **(u,v)** $\in \mathbf{R_B}$, то **(v,v)** $\in \mathbf{R_B}$, если **(u,v)** $\in \mathbf{R_B}$ и **(v,w)** $\in \mathbf{R_B}$, то **(u,w)** $\in \mathbf{R_B}$ и, наконец, для всякого **u** $\in$ **H** существует **v** $\in$ **H** такой, что **(u,v)** $\in \mathbf{R_B}$. **KB4**-моделью является пара **M=[Fr, E]**, где **Fr** – **KB4**-фрейм, а **E** – бинарная частичная функция, определенная в множестве **Pr**×**H** и принимающая значения из {**T**, **F**}. Для $P \in$ **Pr** и **v** из **H** **E**(P, **v**)=**T** или **F** или ни **T**, ни **F**. В первых двух случаях будем говорить, что **E** определена для P и **v**, а в третьем, что **E** не определена для P и **v**. Когда **v** $\in$ **W**, **E** определена для всех P и **v**, а когда **v** $\in$ **H\W**, **E** будет неопределенной для некоторых P и **v**.

Если задана **KB4**-модель, **E** следующим образом индуцируется на **Frm**×**H**: **E**($\neg A$, **v**)=**T**, если и только если, **E**(A, **v**)=**F**; **E**($\neg A$, **v**)=**F**, если и только **E**(A, **v**)=**T**; в противном случае **E**($\neg A$, **v**) не определена. **E**($A \wedge B$, **v**)=**T**, если и только если **E**(A, **v**)=**E**(B, v)=**T**; **E**($A \wedge B$, **v**)=**F**, если и только если **E**(A, **v**)=**F** или **E**(B, **v**) =**F**; в противном случае **E**($A \wedge B$, **v**) не определена. А условие оценки для дизъюнкции формул определяется двойственным образом. Наконец, **E**(∇A, **v**)=**T**, если и только если **E**(A, **w**)=**T** (и, следовательно, **E**(A, **w**) определена) для всякого **w**$\in$**H**, такого, что **(v, w)**$\in \mathrm{R}_\nabla$, а в противном случае **E**(∇A, **v**)=**F** (т.е. если и только если **E**(A, **w**) не определена или **E**(A, **w**)=**F**) для некоторого **w**$\in$**H**, такого что **(v, w)**$\in \mathrm{R}_\nabla$.

A истинна в модели **M=[Fr,E]** для **v**$\in$**H**, если **E**(A, **v**)=**T**. A истинна в модели **M**, если A истинна в **M** для всякого **v** из **W**. A истинна во фрейме **Fr**, если A истинна во всех моделях, базирующихся на **Fr**. Наконец, A общезначима в классе фреймов **KB4**, если A истинна в каждом **KB4**-фрейме.

Семантические таблицы. Таблицей будем называть некоторое множество немеченых или меченых верхней черточкой формул, альтернативной системой таблиц – упорядоченное в виде дерева множество таблиц, а диаграммой – множество альтернативных систем таблиц. В каждой такой системе S одна таблица (а именно, начало дерева) является главной. Остальные таблицы S вспомогательны. Причем как главная, так и вспомогательные таблицы из S могут быть альтернативными напарницами таблиц, принадлежащих другим альтернативным системам. Альтернативная система S упорядочена отношениями $R_\nabla \subseteq \mathbf{H}^2$ из **KB4**-фрейма.

Для установления общезначимости формулы A в классе фреймов **KB4** будем пытаться найти опровергающую модель для A. Если наша попытка не может завершится успешно, то нет такой модели и A общезначима. Поэтому построение диаграммы мы начнем включением $\neg A$ в главную таблицу, а затем продолжаем наше построение согласно правилам:

$\neg\neg$; $\overline{\neg\neg}$. Если в таблице t появляется формула вида $\neg\neg A$ или выражение $\overline{\neg\neg A}$, то в ту же таблицу t помещается формула A, соответственно – выражение $\overline{A}$.

$\neg\vee$; $\overline{\vee}$. Если в таблице t появляется формула вида $\neg(A \vee B)$ или выражение $\overline{A \vee B}$, то в ту же таблицу t помещается формулы $\neg A$ и $\neg B$, соответственно – выражения $\overline{A}$ и $\overline{B}$.

$\vee$; $\overline{\neg\vee}$. Если в таблице t из S появляется формула вида $A \vee B$ или выражение $\overline{\neg(A \vee B)}$, то составляется новая альтернативная система таблиц $S' = (S\setminus\{t\})\cup\{t'\}$, где t' целиком копирует t за исключением того, что в t дополнительно помещается формула A, соответственно – выражение $\overline{\neg A}$, а в t' – формула B, соответственно – выражение $\overline{\neg B}$. Каждую из таблиц $t\in S$ и $t'\in S'$ будем называть альтернативной напарницей (или просто таблицей-напарницей) другой. Кроме того, для всякой s_1 из S если $(s,s_1)\in R_\nabla$, или же $(s_1,s)\in R_\nabla$ в S , то $(s_1,s)\in R_\nabla$ соответственно – $(s_1,s)\in R_\nabla$ в S'.

$\neg$K. Если в таблице t появляется формула вида $\neg KA$, то составляем новую таблицу t', такую что $(t,t')\in R_K$ и в нее помещаем выражение $\overline{A}$, а также $\{KB: KB\in t\}$. t' называется вспомогательной таблицей для t.

$\neg$B. Если в таблице t появляется формула вида $\neg BA$, то составляем новую таблицу t', такую что $(t,t')\in R_B$ и в нее помещаем

выражение $\overline{A}$, а также {BC: BC∈t} и {KB: KB∈t}. t' называется вспомогательной таблицей для t.

K. Если в таблице t появляется формула вида KA, то в t помещается формула A.

B. Если в таблице t появляется формула вида BA и существует таблица t', такая что $(t,t')\in R_B$, то в t помещается формула A.

$\overline{\nabla}$; $\overline{\neg\nabla}$. Если в таблице t появляется выражение вида $\overline{\nabla A}$ или $\overline{\neg\nabla A}$, то в t помещается формула $\neg\nabla A$, соответственно – $\neg\neg\nabla A$.

Эти правила можно применять в любом порядке. Мы не формулируем правила для знака конъюнкции, так как его можно элиминировать из любой формулы.

Конечная последовательность таблиц $s_0,...,s_n$ из S, такая что $s = s_0$, $t = s_n$ и $(s_i,s_{i+1})\in R_\nabla$ $(1\le i \le n)$ есть путь из s в t. Цепью таблиц в S назовем такое подмножество S, для любых двух элементов s и t которого существует путь из s в t или из t в s.

Таблица тривиально замкнута, если она содержит некоторую формулу B вместе с $\neg B$ или вместе с $\overline{B}$. Таблица замкнута, если она тривиально замкнута или находится в отношении R_∇ хотя бы с одной замкнутой таблицей. Будем также говорить, что таблица имплицитно замкнута, если она замкнута, но не является тривиально замкнутой. Наконец, скажем, что альтернативная система таблиц замкнута, если замкнута ее главная таблица.

KB4-диаграммой для A будем называть множество всех альтернативных систем таблиц с главной таблицей, содержащей исходную формулу $\neg A$. **KB4**-диаграмма для A замкнута, если замкнуты все ее альтернативные системы таблиц. Соглашения о недопустимости повторения результата обычные.

Стадией в построении таблицы будем называть применение некоторого правила к формуле, содержащейся в ней. Каждой стадии соответствует множество тех выражений, которые находятся в таблице после данного применения некоторого правила. Стадии будем отождествлять с соответствующими им множествами выражений. В случае надобности, стадии будем также номеровать.

Непосредственными потомками выражения A будем называть выражения или пары выражений, которые включаются в данную или вновь открытую таблицу в результате однократного применения к A одного из правил построения таблиц. А потомками A назовем потомки всех непосредственных потомков A. Очевидно, что потомки некоторых выражений могут оказаться в разных таблицах, возможно принадлежащих различным альтернативным системам. Очевидно также, что потомок потомка A является потомком A.

Начиная с исходной, каждой стадии построения всякой замкнутой таблицы t, следующим образом сопоставим ее характеристическую формулу $\chi(t)$ (номер стадии при необходимости будем указывать в качестве нижнего индекса $\chi(t)$). Прежде всего, каждую формулу с верхней черточкой, если она принадлежит множеству выражений соответствующей стадии, заменим отрицанием формулы, стоящей под черточкой. Затем каждой формуле, оказавшейся в множестве выражений соответствующей стадии после такого преобразования, слева припишем знак отрицания и $\chi(t)$ определим как конечную дизъюнкцию полученных указанным образом формул. От группировки скобок и порядка дизъюнктивных членов $\chi(t)$ мы в дальнейшем будем отвлекаться, не оговаривая это в каждом конкретном случае.

Будем также говорить, что формуле B из t в $\chi(t)$ соответствует дизъюнктивный член вида $\neg B$, а выражениям $\overline{B}$ и $\neg\overline{B}$ из t в $\chi(t)$ соответствуют дизъюнктивные члены вида $\neg\neg B$ и $\neg\neg\neg B$. На исходной стадии главной таблицы t для формулы A в t включается $\neg A$. Поэтому характеристическая формула $\chi(t)$ исходной стадии t будет иметь вид $\neg\neg A$.

Если таблица t вспомогательна для t_1, т.е. $(t_1,t)\in R_K$ или $(t_1,t)\in R_B$, то она порождается из t_1 согласно правилу $\neg K$ или $\neg B$, соответственно. В случае использования $\neg K$ на исходной стадии в t включаются выражение $\overline{C}$, поскольку t_1 содержит формулу вида $\neg KC$, и формулы вида $KB_1,...,KB_k$, если таблица t_1 содержит $KB_1,...,KB_k$ $(k \geq 0)$. Поэтому характеристическая формула $\chi(t)$ каждой стадии такой вспомогательной таблицы t будет иметь вид

$$F \vee \neg KB_1 \vee ... \vee \neg KB_k \vee \neg\neg C \vee H \quad (k \geq 0),$$

где F – дизъюнкция тех членов $\chi(t)$, которые соответствуют в t потомкам $KB_1,...,KB_k$, а H – дизъюнкция тех членов $\chi(t)$, которые соответствуют в t потомкам $\overline{C}$. F и H могут быть пустыми выражениями; они таковы, например, в $\chi(t)$ на исходной стадии построения t. А в случае использования $\neg B$ на исходной стадии, в t включаются $\overline{D}$, так как t_1 содержит формулу вида $\neg BD$, а также формулы $KB_1,...,KB_k$ и $BC_1,...,BC_m$, если таблица t содержит $KB_1,...,KB_k$ и $BC_1,...,BC_m$ $(k,m \geq 0)$. Следовательно, характеристическая формула $\chi(t)$ каждой стадии такой вспомогательной таблицы t будет иметь вид

$$F \vee \neg KB_1 \vee ... \vee \neg KB_k \vee BC_1 \vee ... \vee BC_m \vee \neg\neg D \vee H \quad (k,m \geq 0),$$

где F – дизюнкция членов $\chi(t)$, соответствующих потомкам $KB_1,...,KB_k$, $BC_1,...,BC_m$, а H – дизюнкция членов $\chi(t)$, соответст-

вующих потомкам $\overline{D}$ в t (F, H могут быть и пустыми выражениями).

Обозначим через $\chi(t)^{\nabla}$ (с индексом, указывающим номер соответствующей стадии t, или без него) формулу вида

$K(G \wedge KB_1 \wedge ... \wedge KB_k) \supset K(\neg\neg C \vee H)$ $(k \geq 0)$,

соответственно –

$B(G \wedge KB_1 \wedge ... \wedge KB_k \wedge BC_1 \wedge ... \wedge BC_m) \supset B(\neg\neg D \vee H)$ $(k,m \geq 0)$,

где G – конъюнкция потомков $KB_1,...,KB_k$, соответственно –, потомков $KB_1,...,KB_k$, $BC_1,...,BC_m$, а H – дизъюнкция членов $\chi(t)$, которые соответствуют в t потомкам $\overline{C}$, соответственно – потомкам $\overline{D}$. При $k = 0$ $\chi(t)^{\nabla}$ есть $K(\neg\neg C \vee H)$, соответственно – $B(\neg\neg D \vee H)$. Заметим, что ∇ в $\chi(t)^{\nabla}$ обозначает K или B в зависимости от того, открывается таблица t согласно правилу $\neg K$ или же согласно $\neg B$.

Формулы $\chi(t)^{\nabla}$ и $\nabla\chi(t)$ будем называть ассоциированными с $\chi(t)$.

Полнота KB4. Покажем теперь, что всякая формула, общезначимая в классе **KB4**-фреймов, доказуема в **KB4**. С этой целью предварительно докажем несколько вспомогательных утверждений.

Лемма 1. Пусть $t' \in S'$ – альтернативная напарница $t \in S$, порожденная на (n+1)-ой стадии построения таблицы $t \in S$, $\chi_{n+1}(t)$ и $\chi_{n+1}(t')$ – характеристические формулы (n+1)-ой стадии построения таблиц $t \in S$ и $t' \in S'$, а $\chi_n(t)$ – характеристическая формула n-ой стадии построения таблицы $t \in S$.

(*a*) Если t – тривиально замкнутая главная таблица и в **KB4** доказуемы $\chi_{n+1}(t)$ и $\chi_{n+1}(t')$, то в **KB4** доказуема $\chi_n(t)$.

(*b*) Если t и t'– тривиально замкнутые вспомогательные таблицы и в **KB4** доказуемы $\chi_{n+1}(t)^{\nabla}$ и $\chi_{n+1}(t')^{\nabla}$, то в **KB4** доказуема $\chi_n(t)^{\nabla}$.

(*c*) Если t и t'– имплицитно замкнутые вспомогательные таблицы и в **KB4** доказуемы $\nabla\chi_{n+1}(t)$ и $\nabla\chi_{n+1}(t')$, то в **KB4** доказуема $\nabla\chi_n(t)$.

(*d*) Если t – тривиально, а t' – имплицитно замкнутые вспомогательные таблицы и в **KB4** доказуемы $\chi_{n+1}(t)^{\nabla}$ и $\nabla\chi_{n+1}(t')$, то в **KB4** доказуема $\chi_n(t)^{\nabla}$.

Доказательство (*a*) обычное.

(*b*). Возможны два случая: $\chi_{n+1}(t)^{\nabla}$ и $\chi_{n+1}(t')^{\nabla}$, соответственно, имеют вид $\nabla[A \wedge (A \vee B) \wedge G] \supset \nabla H$ и $\nabla[B \wedge (A \vee B) \wedge G] \supset \nabla H$ или $\nabla G \supset \nabla[\neg A \vee \neg(A \vee B) \vee H]$ и $\nabla G \supset \nabla[\neg B \vee \neg(A \vee B) \vee H]$. В первом случае мы сперва выведем $\nabla[(A \wedge (A \vee B) \wedge G) \vee (B \wedge (A \vee B) \wedge G)] \supset$

∇H, согласно соответствующему правилу простой дилеммы (выполнение его условия легко можно обеспечить надлежащими подстановками в $\chi_{n+1}(t)^{\nabla}$ и $\chi_{n+1}(t')^{\nabla}$, так как t и t' тривиально замкнуты и замыкание в них происходит только лишь в силу пропозиционального строения входящих в t и t' формул). Затем из последней формулы выведем $\nabla[(A \vee B) \wedge (A \vee B) \wedge G] \supset \nabla H$, откуда прямо следует, что в **KB4** доказуема также $\chi_n(t)^{\nabla}$, имеющая вид $\nabla[(A \vee B) \wedge G] \supset \nabla H$. Во втором случае, используя $\chi_{n+1}(t)^{\nabla}$ и $\chi_{n+1}(t')^{\nabla}$, выводим $\nabla G \supset \nabla[(\neg A \vee \neg(A \vee B) \vee H) \wedge (\neg B \vee \neg(A \vee B) \vee H)]$ и $\nabla G \supset \nabla[(\neg A \wedge \neg B) \vee \neg(A \vee B) \vee H]$, а из них получаем $\chi_n(t)^{\nabla}$, которая имеет вид $\nabla G \supset \nabla[\neg(A \vee B) \vee H]$.

(*c*). Используя формулу $[\nabla(A \supset C) \wedge \nabla(B \supset C)] \supset \nabla((A \vee B) \supset C)$, мы с соответствующими изменениями повторяем ход рассуждения доказательства случая (*a*).

(*d*). Возможны два случая: $\chi_{n+1}(t)^{\nabla}$ и $\nabla\chi_{n+1}(t')$, соответственно, имеют вид $\nabla[A \wedge (A \vee B) \wedge G] \supset \nabla H$ и $\nabla[B \wedge (A \vee B) \wedge G \supset H]$ или $\nabla G \supset \nabla[\neg A \vee \neg(A \vee B) \vee H]$ и $\nabla[G \supset (\neg B \vee \neg(A \vee B) \vee H)]$. В первом случае из $\nabla[B \wedge (A \vee B) \wedge G \supset H] \supset \{\nabla[(A \wedge (A \vee B) \wedge G) \vee (B \wedge (A \vee B) \wedge G)] \supset \nabla[(A \wedge (A \vee B) \wedge G) \vee H]\}$ в силу $\nabla\chi_{n+1}(t')$ выводим
$\nabla[(A \wedge (A \vee B) \wedge G) \vee (B \wedge (A \vee B) \wedge G)] \supset \nabla[(A \wedge (A \vee B) \wedge G) \vee H]$ (*).
Затем из $\chi_{n+1}(t)^{\nabla}$ и $\nabla H \supset \nabla H$, согласно правилу простой дилеммы, получаем
$\nabla[(A \wedge (A \vee B) \wedge G) \vee H] \supset \nabla H$ (**)
(условие правила можно выполнить путем надлежащих подстановок, так как t замкнута тривиально). А из (*) и (**) выводим $\nabla[(A \wedge (A \vee B) \wedge G) \vee (B \wedge (A \vee B) \wedge G)] \supset \nabla H$, откуда сразу получаем $\chi_n(t)^{\nabla}$, т.е. $\nabla[(A \vee B) \wedge G] \supset \nabla H$.

Во втором случае мы сперва преобразуем $\nabla\chi_{n+1}(t)$ вида $\nabla[G \supset (\neg B \vee \neg(A \vee B) \vee H)]$ в $\chi_{n+1}(t')^{\nabla}$, т.е. в $\nabla G \supset \nabla(\neg B \vee \neg(A \vee B) \vee H)$, а дальше рассуждаем точно так, как во втором случае, доказательства (*b*).■

С целью обеспечения обозримости процесса преобразования замкнутой диаграммы в доказательство ее исходной формулы, а также учитывая, что такая процедура применима только к замкнутым диаграммам, леммы 2–5 мы докажем предполагая выполненным следующее

Вспомогательное допущение. Пусть на m-ой стадии построения таблицы $t \in S$ применяется одно из правил $\vee$ или $\overline{\neg \vee}$, в результате чего возникает новая альтернативная система таблиц S_1 с альтернативной напарницей $t_1 \in S_1$ таблицы $t \in S$. Пусть и далее

$\chi_m(t)$ и $\chi_m(t_1)$ – характеристические формулы, соответствующие m-ым стадиям в построени как t так и t_1. Тогда

(*a*) Если t – тривиально замкнутая главная таблица и $\chi_m(t)$ доказуема в **KB4**, то будем предполагать, что $\chi_m(t_1)$ тоже доказуема в **KB4**;

(*b*) Если t и t' – тривиально замкнутые вспомогательные таблицы и $\chi_m(t)^{\nabla}$ доказуема в **KB4**, то будем предполагать, что $\chi_m(t_1)^{\nabla}$ доказуема в **KB4**;

(*c*) Если t и t' – имплицитно замкнутые вспомогательные таблицы и $\nabla\chi_m(t)$ доказуема в **KB4**, то будем предполагать, что $\nabla\chi_m(t_1)$ тоже доказуема в **KB4**;

(*d*) Если t – тривиально, а t' – имплицитно замкнутые вспомогательные таблицы и $\chi_m(t)^{\nabla}$ доказуема в **KB4**, то будем предполагать, что $\nabla\chi_m(t_1)$ также доказуема в **KB4**.■

Лемма 2. Пусть $\chi_n(t)$ и $\chi_{n+1}(t)$ – характеристические формулы n-ой и (n+1)-ой стадий построения таблицы $t\in S$. Предположим также, что выполняется наше вспомогательное допущение. В таком случае,

(*a*) если t – тривиально замкнутая главная таблица и в **KB4** доказуема $\chi_{n+1}(t)$, то в **KB4** доказуема также $\chi_n(t)$;

(*b*) если t – тривиально замкнутая вспомогательная таблица и в **KB4** доказуема $\chi_{n+1}(t)^{\nabla}$, то в **KB4** доказуема также $\chi_n(t)^{\nabla}$;

(*c*) если t – имплицитно замкнутая вспомогательная таблица и в **KB4** доказуема $\nabla\chi_{n+1}(t)$, то в **KB4** доказуема также $\nabla\chi_n(t)$.

Доказательство.

На (n+1)-ой стадии к выражениям, принадлежащим n-ой стадии t, могут применяться все правила, кроме $\neg$K и $\neg$B (поскольку только они не предписывают поместить в t какую-то формулу). А если наша таблица – главная, к ее формулам могут применяться только правила $\neg\neg$, $\neg\vee$, $\vee$ и K (так как главная таблица не содержит выражений с верхними черточками и не имеет предшествующую таблицу, находящуюся с ней в отношении R_B).

(*a*). Если на (n+1)-ой стадии применяется правило $\neg\neg$ к формуле $\neg\neg A$, принадлежащей n-ой стадии, справедливость нашего утверждения устанавливается с помощью теоремы $(F \vee \neg\neg\neg A \vee \neg A) \supset (F \vee \neg\neg\neg A)$, где F – дизъюнкция отрицаний формул или пустое выражение. Аналогично рассматриваются и другие случаи.

(*b*). На (n+1)-ой стадии к выражениям, принадлежащим n-ой стадии, могут применяться все правила кроме $\neg$K и $\neg$B. В случае использования, например, правила $\neg\vee$ воспользуемся теоремами:

$$[\nabla(G \wedge \neg(A\vee B) \wedge \neg A \wedge \neg B) \supset \nabla(\neg D\vee H)] \supset$$
$$\supset [\nabla(G \wedge \neg(A\vee B)) \supset \nabla(\neg D\vee H)],$$
$$[\nabla G \supset \nabla(\neg\neg(A\vee B) \wedge \neg\neg A \vee \neg\neg B \vee H)] \supset [\nabla G \supset \nabla(\neg\neg(A\vee B) \vee H)],$$

где G – конъюнкция, а H – дизъюнкция отрицаний формул (G и H могут быть и пустыми выражениями).

(c). На (n+1)-ой стадии к выражениям, принадлежащим n-ой стадии, могут применяться все правила за исключением ¬K и ¬B. В случае применения, например, правил K или B, мы воспользуемся теоремой $\nabla(\neg A \vee \neg\nabla A \vee H) \supset \nabla(\neg\nabla A \vee H)$, где H – дизъюнкция отрицаний формул или пустое выражение.

Рассмотрим, к примеру, также случай, когда на (n+1)-ой стадии применяется правило ∨, согласно которому порождается новая альтернативная система с таблицей-напарницей t' таблицы t. $\nabla\chi_{n+1}(t)$ доказуема в **KB4** по условию леммы, а $\nabla\chi_{n+1}(t')$ – согласно пункту (c) вспомогательного допущения, но, в таком случае, $\nabla\chi_n(t)$доказуема в **KB4** согласно лемме 1 (c).■

Лемма 3. (a) Если главная таблица t тривиально замкнута и выполняется пункт (a) вспомогательного допущения, то $\chi_1(t)$ доказуема в **KB4**.

(b) Если вспомогательная таблица t тривиально замкнута и выполняются пункты (b) и (d) вспомогательного допущения, то $\chi_1(t)^{\nabla}$ доказуема в **KB4**.

Доказательство. В силу лемм 1, 2 и вспомогательного допущения, достаточно рассмотреть случаи, когда $\chi(t)$ является характеристической формулой последней стадии в построении t. Справедливость (a) прямо следует из теоремы **KB4** $\neg E \vee \neg\neg E \vee H$.

(b) По условию леммы, t – тривиально замкнутая вспомогательная таблица. Поэтому построение t завершится как только в t появится некоторая формула E вместе с ее отрицанием $\neg E$ или вместе с выражением $\overline{E}$. Предположим сначала, что $(t',t)\in R_K$ и на исходной стадии построения в t включаются $\overline{C}$ и $KB_1,...,KB_k$. Оба выражения E и $\neg E$, соответственно E и $\overline{E}$, могут быть потомками $\overline{C}$, потомками $KB_1,...,KB_k$, или одно из них есть потомок $\overline{C}$, а другое – потомок $KB_1,...,KB_k$.

Во втором случае, доказуемость $\chi(t)^K$ в **KB4** прямо следует из теоремы $K(G\wedge E\wedge\neg E) \supset K(\neg\neg C\vee H)$, а в третьем случае также легко устанавливаем доказуемость $\chi(t)^K$ в **KB4** с помощью теорем $K(G\wedge E) \supset K(\neg\neg E\vee H)$, $K(G\wedge\neg E) \supset K(\neg E\vee H)$.

Отдельно рассмотрим первый случай. $\chi(t)^K$ имеет вид $K(G \wedge KB_1 \wedge ... \wedge KB_k) \supset K(\neg\neg C\vee H)$. Пусть k=0, т.е. $\chi(t)^K$ есть $K(\neg\neg C\vee H)$. Формула E без верхней черточки может появиться в t только в результате применения правил $\overline{\nabla}$ или $\overline{\neg\nabla}$ к выражению $\overline{C}$ или к

одному из его меченых потомков. Поэтому t будет содержать выражение вида $\overline{\nabla D}$ или вида $\overline{\neg\nabla D}$, а E будет его потомком.

Если t содержит $\overline{\nabla D}$, к нему применимо правило $\overline{\nabla}$, согласно которому в t помещается формула $\neg\nabla D$. E может совпадать с ней, но не может быть ее потомком, так как к $\overline{\neg\nabla D}$ применимо только одно из правил $\overline{\nabla}$, которые предписывают открыть новую таблицу. Но это невозможно ввиду тривиальной замкнутости t. Если t содержит выражение $\overline{\neg\nabla D}$, к нему применимо правило $\neg$K, согласно которому в t включается формула $\neg\neg\nabla D$. E может совпадать с ней или быть ее потомком. Итак, нам надо рассмотреть всего три подслучая: E имеет вид $\neg\nabla D$ или вид $\neg\neg\nabla D$ или является потомком формулы $\neg\neg\nabla D$.

В первых двух подслучаях $\chi(t)^K$ имеет вид $K(\neg\neg C \vee \neg\neg\nabla D \vee \neg\neg\neg\nabla D \vee H)$, соответственно – $K(\neg\neg C \vee \neg\neg\neg\nabla D \vee \neg\neg\neg\neg\nabla D \vee H)$, и легко выводится в **KB4** из $K(\nabla D \vee \neg\nabla D)$.

Остается рассмотреть подслучай, когда E является потомком $\neg\neg\nabla D$. Здесь мы будем иметь уже две возможности: E – непосредственный потомок $\neg\neg\nabla D$, получаемый согласно правилу $\neg\neg$, и, следовательно, имеющий вид ∇D, или же E – потомок ∇D. Первая возможность трактуется аналогично выше рассмотренным подслучаям, а при второй возможности E может быть непосредственным потомком ∇D, получаемым согласно правилу K, так как, согласно нашему предположению, $(t,t')\in R_K$, и поэтому ∇D совпадает с KD или же E может быть непосредственным потомком потомка D' формулы KD.

Пусть E – непосредственный потомок KD, получаемый согласно правилу K. Но тогда E совпадает с D, а $\chi(t)^K$ имеет вид $K(\neg\neg C \vee \neg KD \vee \neg E \vee \neg\neg E \vee H)$, т.е. $K(\neg\neg C \vee \neg KE \vee \neg E \vee \neg\neg E \vee H)$, и доказывается в **KB4** с помощью теоремы $K(KP \supset \neg\neg P)$. Подобным же образом убеждаемся, что $\chi(t)^K$ доказуема в **KB4** в случае, когда E является непосредственным потомком потомка D' формулы KD.

Случаи, когда $(t,t')\in R_B$, т.е. t открывается согласно правилу B и $k>0$, трактуются аналогично.■

Лемма 4. Если вспомогательная таблица t имплицитно замкнута и выполняется вспомогательное допущение (c), $\nabla\chi_1(t)$ доказуема в **KB4**.

Доказательство индукцией по длине цепи замкнутых таблиц. Согласно условию леммы, t имплицитно замкнута. Поэтому существует цепь замкнутых таблиц, содержащая по крайней мере одну

таблицу t_1, такую что $(t,t_1)\in R_\nabla$ и t_1 не может совпадать с t, поскольку последняя таблица цепи замкнутых таблиц должна быть замкнутой тривиально, а не имплицитно.

Предположим сначала, что t_1 тривиально замкнута. Если t_1 открывается согласно правилу $\neg$B, то характеристическая формула ее исходной стадии $\chi_1(t_1)$ имеет вид $B(KB_1 \wedge ... \wedge KB_k \wedge BC_1 \wedge ... \wedge BC_m) \supset B\neg\neg D$ (k,m $\geq$ 0), а характеристическая формула последней стадии таблицы t будет иметь вид $B(G \wedge KB_1 \wedge ... \wedge KB_k \wedge BC_1 \wedge ... \wedge BC_m) \supset B(\neg\neg D \vee H)$ (k,m $\geq$ 0), причем G и H могут быть пустыми выражениями.

Согласно лемме 3(b), в **KB4** доказуема формула $\chi_1(t_1)^\nabla$, имеющая вид $B(KB_1 \wedge ... \wedge KB_k \wedge BC_1 \wedge ... \wedge BC_m) \supset B\neg\neg D$ (k,m $\geq$ 0). Из $\chi_1(t_1)^\nabla$ мы легко выводим полностью модализированную формулу $(BKB_1 \wedge ... \wedge BKB_k \wedge BBC_1 \wedge ... \wedge BBC_m) \supset B\neg\neg D$, откуда – с помощью теорем **KB4** $KC \supset BKC$, $BC \supset BBC$ и $B\neg\neg C \supset \neg\neg BC$ – сперва выводим $(KB_1 \wedge ... \wedge KB_k \wedge BC_1 \wedge ... \wedge BC_m) \supset \neg\neg BD$, а затем, используя правило модализации (условие которого соблюдается), получаем $B(\neg KB_1 \vee ... \vee \neg KB_k \vee \neg BC_1 \vee ... \vee \neg BC_m \vee \neg\neg BD)$. Из нее и выводимых в **KB4** формул $B\neg KB_i \supset B\chi(t)$ ($1 \leq i \leq k$), $B\neg BC_j \supset B\chi(t)$ ($1 \leq j \leq m$), $\neg\neg BD \supset B\chi(t)$, согласно правилу простой дилеммы, соблюдение условия которого в каждом случае его применения нетрудно обеспечить, сперва выводим формулу $B(G \wedge KB_1 \wedge ... \wedge KB_k \wedge BC_1 \wedge ... \wedge BC_m \supset \neg\neg BD \vee H)$ (k,m $\geq$ 0), ассоциированную с характеристической формулой последней стадии таблицы t. Затем, с помощью лемм 1 (c), 2 (c) и вспомогательного допущения (c), устанавливаем доказуемость $B\chi(t)$ в **KB4**. Заметим, что случаи, когда альтернативные напарницы t тривиально замкнуты, охватываются леммой 2 (b).

Если же t_1 открывается согласно правилу $\neg$K, характеристическая формула ее исходной стадии имеет вид $(KB_1 \wedge ... \wedge KB_k \supset \neg\neg C)$, (k $\geq$ 0), и аналогичным рассуждением мы легко убеждаемся, что $K\chi(t)$ доказуема в **KB4**.

Предположим теперь, что t_1 имплицитно замкнута. Тогда существует цепь замкнутых таблиц t, t_1, t_2,..., такая, что $(t,t_1)\in R_\nabla$ и $(t_1,t_2)\in R_\nabla$ и т.д. Длина цепи t_1, t_2,... меньше, чем длина цепи t, t_1, t_2,... и поэтому, в силу индуктивного предположения, в **KB4** доказуема формула $\nabla\chi_1(t_1)$, ассоциированная с характеристической формулой исходной стадии таблицы t_1. Если t_1 открывается согласно правилу $\neg$B, то $\nabla\chi_1(t_1)$ имеет вид $B(KB_1 \wedge ... \wedge KB_k \wedge BC_1 \wedge ... \wedge BC_m \supset \neg\neg D)$ (k,m $\geq$ 0). Из нее мы сразу получаем $B(KB_1 \wedge ... \wedge KB_k \wedge BC_1 \wedge ... \wedge BC_m) \supset B\neg\neg D$, а дальше поступаем точно так, как в предыдущем случае. ■

Лемма 5. Если диаграмма для A замкнута, то A доказуема в **KB4**.

Доказательство. Согласно условию леммы, диаграмма для A замкнута. Поэтому замкнуты все ее альтернативные системы таблиц, т.е. замкнута главная таблица каждой такой системы. Выберем альтернативную систему таблиц S с главной таблицей t, которая принадлежит цепи максимальной длины, оканчивающейся тривиально замкнутой таблицей.

Если t тривиально замкнута, тогда в **KB4** доказуема $\neg\neg A$ и, следовательно, A, согласно лемме 3(a), так как выполнение соответствующего вспомогательного допущения гарантируется максимальной длиной нашей цепи. Действительно, если цепь максимальной длины содержит лишь одну таблицу t, то все ее альтернативные напарницы тоже будут тривиально замкнуты, а их характеристические формулы будут доказуемы согласно той же лемме 3(a).

Если же t имплицитно замкнута, то существует в S такая замкнутая таблица t_1, что $(t, t_1)\in R_\nabla$ и t_1 замкнута либо тривиально либо имплицитно. В первом случае мы, согласно лемме 3(b), докажем $\chi(t_1)^\nabla$, а во втором случае, согласно лемме 4, докажем $\nabla\chi(t_1)$, откуда прямо следует $\chi(t_1)^\nabla$. Выполнение вспомогательного допущения в обоих случаях обеспечивается максимальной длиной нашей цепи, так как ни одна альтернативная напарница t_1 не может принадлежать цепи большей длины и доказуемость их характеристических формул обеспечивается индуктивным предположением. Наконец, из $\chi(t_1)^\nabla$ мы легко выведем $\chi(t)$ способом, используемым в доказательстве леммы 4. ■

Если диаграмма для A не замкнута, то не замкнута по крайней мере одна из ее альтернативных систем таблиц. Не замкнута также главная таблица такой системы с исходной формулой $\neg A$. Значит, не замкнута и ни одна из ее вспомогательных таблиц. Выберем одну такую незамкнутую альтернативную систему таблиц S. Множество S частично упорядочено отношениями R_K и R_B между таблицами. Теперь с помощью S, R_K и R_B определим фрейм $\mathbf{Fr_0} = \mathbf{[H,W, R_K,R_B]}$.

Выражение $\overline{C}$ назовем несущественно меченым, если формула C полностью модализирована. Будем говорить, что таблица немечена, если среди ее исходных формул с верхней черточкой могут встретиться только несущественно меченые выражения.

Пусть θ – взаимно-однозначное отображение S на **H**. Тогда **W** можно определить как подмножество **H** содержащее все такие элементы $\theta(t)$ из **H** ($t\in S$), для которых t является немеченой таблицей. Множество **W** непусто, так как S содержит по крайней мере одну немеченую таблицу, а именно, главную. Элементы **H** упорядочены отношениями $\mathbf{R}_\nabla$, соответствующими отношениям

R_∇ между таблицами S; при этом, если t_1, $t_2 \in S$, $\mathbf{v_1} = \theta(t_1)$ и $\mathbf{v_2} = \theta(t_2)$, то $(\mathbf{v_1},\mathbf{v_2}) \in \mathbf{R}_\nabla$, если и только если $(t_1,t_2) \in R_\nabla$.

Наконец, **KB4**-модель $\mathbf{M_0}$ определим как пару $[\mathbf{Fr_0}, \mathbf{E_0}]$, где $\mathbf{Fr_0}$ – вышеописанный фрейм, а $\mathbf{E_0}$ – бинарная частичная функция из $\mathbf{Pr}\times\mathbf{H}$ в $\{\mathbf{T},\mathbf{F}\}$, которая с каждой таблицей t из S связана следующими условиями.

Пусть $\mathbf{v} = \theta(t)$, $t \in S$. $\mathbf{E_0}(P,\mathbf{v})=\mathbf{T}$, если t содержит P; $\mathbf{E_0}(P,\mathbf{v})=\mathbf{F}$, если t содержит $\neg P$; и $\mathbf{E_0}(P,\mathbf{v})$ неопределена, если t содержит одно из выражений $\overline{P}$ или $\overline{\neg P}$, причем в первом случае $\neg P$ не входит в t, а во втором, P не входит в t (в частности, $\mathbf{E_0}(P,\mathbf{v})$ не определена, если t содержит оба выражения $\overline{P}$ и $\overline{\neg P}$). Кроме того, для всякой пропозициональной буквы P, такой, что t не содержит ни P, ни $\neg P$ и их отсутствие в t не отмечено вхождением соответствующего выражения с верхней черточкой, мы полагаем, что $\mathbf{E_0}(P,\mathbf{v})$ принимает любое из значений **T** или **F**. Это гарантирует определенность $\mathbf{E_0}$ для любой пропозициональной буквы при любом элементе **W**.

Теперь покажем, что если диаграмма для A не замкнута, $\mathbf{M_0}$ является опровергающей моделью для A.

Лемма 6. Пусть $\mathbf{M_0}$ – вышезаданная модель. Тогда для всякой формулы B и всякой таблицы t из незамкнутой альтернативной системы таблиц S $\mathbf{M_0}$ удовлетворяет следующим условиям:

1) Если формула B входит в t, то $\mathbf{E_0}(B,\mathbf{v})=\mathbf{T}$,

2) Если формула $\neg B$ входит в t, то $\mathbf{E_0}(B,\mathbf{v})=\mathbf{F}$,

3) Если выражение $\overline{\neg B}$ входит в t, то $\mathbf{E_0}(B,\mathbf{v})$ не определена или $\mathbf{E_0}(B,\mathbf{v})=\mathbf{T}$,

4). Если выражение $\overline{B}$ входит в t, то $\mathbf{E_0}(B,\mathbf{v})$ не определена или $\mathbf{E_0}(B,\mathbf{v})=\mathbf{F}$.

Доказательство с надлежашим прочтением ∇ повторяет ход рассуждения доказательства основной леммы из [2]. ■

Лемма 7. Если диаграмма для A не замкнута, то A не общезначима в классе фреймов **KB4**.

Доказательство. По условию леммы, диаграмма для A не замкнута, поэтому незамкнута по крайней мере одна из ее альтернативных систем таблиц. Следовательно, не замкнута также главная таблица такой системы с исходной формулой $\neg A$. Но тогда, согласно условию 2) леммы 6, существует опровергающая модель $\mathbf{M_0}$ для A и, следовательно, A не общезначима в классе фреймов **KB4**.

Теорема полноты. Если A общезначима в классе фреймов **KB4**, то A доказуема в **KB4**.

Доказательство прямо следует из лемм 5 и 7. ■

Другие особенности **KB4** и ее связи с некоторыми известными родственными системами рассматриваются в [1].

ЛИТЕРАТУРА

1. *Бежанишвили М.Н.* Об одной бимодальной системе знания и веры // Логика, методология, философия науки. IX Международная конференция. Т.1. Москва–Обнинск, 1995. С.135–139.
2. *Бежанишвили М.Н.* Об одном частично интерпретируемом табличном исчислении // Логические исследования. Вып.5. М.: Наука, 1998. С.230–240.

П.И. Быстров

ВЗАИМНОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ СЕКВЕНЦИАЛЬНЫХ И НАТУРАЛЬНЫХ ВЫВОДОВ В МОДАЛЬНОЙ ЛОГИКЕ

Abstract. *Constructive method of mutual transformation of sequent and natural deductions in modal systems is presented. The procedure of transformation is illustrated using two propositional modal systems* **GS5** *and* **NS5** *. The first is sequent calculus with global versions of modal inference rules. The second is natural deduction system with marked occurences of formulae. This method can be applied to various so called normal modal systems, particulary to the systems which are extensions of* **S4** *and at the same time subsystems of* **S5** *.*

Соотношение между секвенциальными и натуральными выводами вызывает интерес во многих аспектах. С одной стороны, даже интуитивно проматривается определенное сходство между некоторыми принципами построения секвенциальных и натуральных деревьев выводов. С другой стороны между ними есть существенная разница. Например, в секвенциальных выводах (классического генценовского типа) применяются только правила введения логических знаков и имеются структурные правила, а в натуральных выводах применяются правила введения и удаления логических знаков, отсутствуют структурные правила и важную роль играют правила отбрасывания, или закрытия допущений. Разумеется, доказательство дедуктивной эквивалентности секвенциальных и натуральных вариантов классической и интуиционистской логик, восходящее к Генцену, хорошо известно. Однако анализ взаимного превода секвенциальных и натуральных выводов может иметь самостоятельную ценность, в частности, потому, что может внести определенную ясность во взаимосвязь между устранением сеченя из секвенциальных исчислений и нормализацией выводов в натуральных системах. Кроме того, в модальной логике есть дополнительные трудности, связанные как с формулировкой систем натуральных выводов, так и с нормализацией выводов.

Ниже формулируются два варианта пропозициональных модальных систем **GS5** и **NS5**, близких к **S5**, на примерах которых генерируется достаточно прозрачная процедура перехода от секвенциальных выводов к натуральным и обратно.

1. Секвенциальное исчисление GS5

Исчисление **GS5** строится на базе конструктивной части системы **G** из работы Клини [1]. Для краткости набор логических констант ограничивается до $\supset$, $\neg$, $\Box$ и $\Diamond$. При этом используются обычные понятия дерева секвенций, антецедентного (сукцедентного) члена секвенции, вхождения секвенции в дерево (кратко: D-секвенции) и (параметрического) предка члена секвенции в дереве. К конструктивной части исчисления **G**, т.е. к **G** с огранничениями на применения правил введения импликации в антецедент, введения отрицания в сукцедент и утончение, добавляется обычное правило сечения

$$\frac{\Gamma \to \Theta, A \quad A, \Delta \to \Psi}{\Gamma, \Delta \to \Theta, \Psi}$$

правило

$$\frac{\neg A, \Gamma \to}{\Gamma \to A}$$

и модальные правила заключения:

$$\frac{\Gamma \to \Theta, A}{\Gamma \to \Theta, \Box A} \to \Box; \qquad \frac{A, \Gamma \to \Theta}{\Box A, \Gamma \to \Theta} \Box \to;$$

$$\frac{\Gamma \to \Theta, A}{\Gamma \to \Theta, \Diamond A} \to \Diamond; \qquad \frac{A, \Gamma \to \Theta}{\Diamond A, \Gamma \to \Theta} \Diamond \to;$$

Дерево секвенций называется **GS5**-деревом, если оно начинается основными секвенциями и строится путем применений перечисленных правил.

Кроме того, принимаются следующие определения.

Определение 1. Путь W в **GS5**-дереве Σ от члена A к члену B некоторой D-секвенции S, принадлежащей Σ, есть наикратчайшая последовательность формул $C_1, C_2, ..., C_n$, в которой: 1) C_1 графически совпадает с A; 2) для любого i= 1, 2, ..., n, C_i графически совпадает с главной (боковой) формулой, а C_{i+1} с боковой (главной) некоторого применения правила в Σ , или же C_i графически совпадает с антецедентным (сукцедентным) членом, а C_{i+1} с сукцедентным (антецедентным) членом некоторого вхождения основной секвенции в Σ , или же C_i графически совпадает с пара-

метрическим предком левой (правой) формулы некоторого применения сечения в Σ, а C_{i+1} с правой (левой) формулой этогоже применения сечения; 3) C_n графически совпадает с B.

Член C_i последовательнсти C_1, C_2, ..., C_n называется составляющей пути W (в **GS5**-дереве Σ), и считается отрицательной (положительной) составляющей, если происходит от антецедентного (сукцедентного) члена D-секвенции в Σ.

Определение 2. Член B D-секвенции S в **GS5**-дереве Σ называется ограниченным, если на любом пути W от каждого из остальных членов D-секвенции S к B есть отрицательная составляющая, начинающаяся с □ или положительная составляющая, начинающаяся с ◊.

Определение 3. **GS5**-выводом называется **GS5**-дерево, в котором боковая формула любого применения правил →□ и ◊→ является ограниченным членом D-секвенции.

Простой пример корректного **GS5**-вывода:

$$\frac{A \to A}{A \to \Diamond A}$$

$$\frac{A \to \Diamond A}{\Box A \to \Diamond A}$$

$$\frac{\Box A \to \Diamond A}{\Diamond\Box A \to \Diamond A}$$

$$\frac{\Diamond\Box A \to \Diamond A}{\Diamond\Box A \to \Box\Diamond A}$$

$$\frac{\Diamond\Box A \to \Box\Diamond A}{\to \Diamond\Box A \supset \Box\Diamond A}$$

Очевидно, что все применения правл здесь удовлетворяют условию, выраженнному в определении **GS5**-вывода.

Помимо условия, которое базируется на понятии пути между формулами в дереве секвенций и накладывется на применения некоторых модальных правил, **GS5** отличается от традиционных (генценовских) формулировок секвенциальных исчислений только правилом

$$\frac{\neg A, \Gamma \to}{\Gamma \to A}$$

Оно необходимо для упрощения перехода от секвенциальных выводов к натуральным, особенно при использовании полного набора пропозициональных констант.

2. Система натурального вывода NS5

Система натурального вывода **NS5** получается из системы **N** с означенными формулами, предложенной О.Ф.Серебрянниковым в работе [3], путем добавления следующих правил заключения, в которых (+) и (–) не являются частями схем правил, а выражают принципы означивания формул, образующих соответствующие фигуры заключения.

$$\frac{(+)\,A}{(+)\,\Box A}\ B\Box; \qquad \frac{(-)\,\Box A}{(-)\,A}\ У\Box;$$

$$\frac{(+)\,A}{(+)\Diamond A}\ B\Diamond; \qquad \frac{\begin{matrix}[(-)A]\\ (-)\Diamond A \quad (+)\,\Theta\end{matrix}}{(+)\,\Theta}\ У\Diamond,$$

где Θ - формула или специальная буква Λ (обозначающая абсурд или противоречие).

В правиле заключения, называемом правием рефлексивности, формулы могут быть означены нормально

$$\frac{(-)\,A}{(+)\,A}$$

или ненормально:

$$\frac{(+)\,A}{(-)\,A}$$

Кроме того, из всех возможных вариантов означивания формул в правилах удаления импликации и удаления отрицания допускаются только следующие

$$\frac{(+)\,A \quad (-)\,(A\supset B)}{(-)\,B}\ ; \qquad \frac{(+)\,A \quad (-)\,\neg A}{(+)\Lambda}\ .$$

Конструкции, построеные из допушений с путем применений перечисленных выше правил вывода называются **NS5**-деревьями.

При введении в **NS5**-деревья допущений приписывается знак (–). Правила отбрасывания допущений применяются в первоначальной генценовской трактовке. Другими словами, с каждым применением такого правила связывается указание на то, какие именно вхождения формул в вывод в качестве допущений отбрасываются, или закрываются в результате данного применения (см. [2], стр. 6). На поддеревья **NS5**-деревьев естественным образом распространяется понятие пути между вхождениями формул. Открытые допущения: от которых зависит конечная формула поддерева и сама эта формула называются терминальными формулами.

Определение 4. Путь Р в поддереве П от вхождения терминальной формулы А к вхождению терминальной формулы В, принадлежащим П, есть наикратчайшая последовательность формул C_1, C_2, ..., C_n, в которой: 1) C_1 графически совпадает с А; 2) для любого i= 1, 2, ..., n, C_i графически совпадает с вхождением формулы в П в качестве допущения; или же C_i графически совпадает с вхождением формулы или специальной буквы в П в качестве посылки (заключения), а C_{i+1} с вхождением формулы или специальной буквы в П в качестве заключения (посылки) некоторого применения правила в П ; 3) C_n графически совпадает с В.

Член C_i последовательнсти C_1, C_2, ..., C_n называется составляющей пути Р (в **NS5**-поддереве П), и считается отрицательной (положительной) составляющей, если отмечен знаком – (+).

Определение 5. Допущение А, от которого зависит вхождение формулы В в **NS5**-поддереве П называется ограниченным, если на любом пути Р в П от А к В есть отрицательная составляющая, начинающаяся с □ или положительная составляющая, начинающаяся с ◊.

Определение 6. Конечная (самая нижняя) формула **NS5**-поддерева П называется ограниченной, если все допущения, от которых эта формула зависит, являются ограниченными.

Определение 7. **NS5**-выводом называется **NS5**-дерево, в котором посылка любого пбрименения правил В□ и У◊, является ограниченной формулой.

NS5-выводами названы построенные по пречисленным выше правилам заключения деревья формул, в которых все допущения закрыты.

Пример **NS5**-вывода:

$$\frac{(-)\Box A \quad (1)}{(-)\,A}$$

$$\frac{(-)\,A}{(+)\,A}$$

$$\dfrac{\dfrac{(-)\Diamond\Box A\ (2) \qquad (+)\Diamond A}{(+)\Diamond A}\ (1)}{(+)\Box\Diamond A}\ (2)$$

$$(+)\Diamond\Box A\supset\Box\Diamond A$$

Здесь цифрами в скобках обозначены допущения и применения правил вывода, с помощью которых отбрасываются эти допущения.

3. Взаимный перевод выводов в GS5 и NS5

Для исчисления имеет место теорема об устранени сечения. Ее можно доказать методом, предложенным в работе [4]. Соответственно, для **NS5** доказуема теорема о нормальной форме выводов методом, изложенным в работе [2], с учетом того, что при редукциях фиксируется сохранение ограничений на применения правил В$\Box$ и У$\Diamond$.

GS5 и **NS5** дедуктивно эквивалентны. Их эквивалентность можно показать, следуя первоначальной схеме доказательства эквивалентности секвенциальных и натуральных систем, использованной Генценом (с учетом оганичений, относящихся к модальностям). Однако эквивалентность этих систем становится очевидной из того, что любой **GS5**-вывод можно преобразовать в **NS5**-вывод, и наоборот, любой **NS5**-вывод можно преобразовать в **GS5**-вывод, независимо от того, имеют ли они нормальную форму.

Утверждение 1. Любой **GS5**-вывод секвенции $\Gamma\rightarrow\Theta$ можно преобразовать в **NS5**-вывод Θ^* из Γ^*, где Γ^* совпадает с Γ или получается из Γ вычеркиванием по крайней мере одного члена, а Θ^* совпадает с Θ, если Θ - формула, и Θ^* есть специальная буква Λ, если Θ пусто. При этом, если в исходном **GS5**-выводе нет сечений, то в результирующем **NS5**-выводе не будет ненормально означенных применений правил рефлексивности.

Утверждение 2. Любой **NS5**-вывод Θ из Γ можно преобразовать в **GS5**-вывод секвенции $\Gamma^*\rightarrow\Theta^*$, где Θ^* совпадает с Θ, если Θ - формула, и Θ^* пусто если Θ есть специальная буква. При этом, если в исходном **NS5**-выводе нет ненормально означенных применений правил рефлексивности, то в результирующем **GS5**-выводе не будет применений сечения.

Эти утверждения можно доказать возвратной индукцией по длине исходноговывода. Однако их справедливость непосредст-

венно следует из вполне прозрачного перевода **GS5**-выводов в **NS5**-выводы и обратно. Очевидно, что применение правила удаления логического знака в **NS5**-выводе соответствует применению правила введения этого знака в антецедент секвенции в **GS5**-выводе, а применение правила введения логического знака в **NS5**-выводе соответствует применению правила введения этого знака в сукцедент секвенции в **GS5**-выводе. Вхождения основных секвенций в **GS5**-вывод являются аналогами применений нормально означенных рефлексивностей в **NS5**-выводе, а ненормально означенные рефлексивности в в **NS5**-выводе соответствуют применениям сечения в **GS5**-выводе.

Например, **GS5**-вывод

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{A \to A}{A \to \Diamond A}}{\Box A \to \Diamond A}}{\to \Box A \supset \Diamond A}$$

переводится в **NS5**-вывод

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{(-)\Box A \quad (1)}{(-)\ A}}{(+)\ A}}{(+)\ \Diamond\ A}}{(+)\ \Box A \supset \Diamond\ A}\ (1)$$

И обратно, переводя применение правила рефлексивности в основную секвенцию, а применения правил удаления (введения) логических констант в соответствующие применения правил вве-

дения этих констант в антецедент (сукцедент) секвенции, можно получить исходный **GS5**-вывод.

Описанная процедура взаимного перевода секвенциальных и натуральных выводов применима к другим нормальным модальным системам, при условии, что для них можно сформулировать ограничения на применения модальных правил, характерные для данной системы. Это относится, в частности, к системам, известным как **S4, S4.2** и **S4.4**.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Клини С.К.* Перестановочность применений правил в генценовских исчислениях. // математическая теория логического вывода, М., 1967, с. 207-236.
2. *Правиц Д.* Натуральный вывод. М., 1997.
3. *Серебрянников О.Ф.* Нормальные формы логических доказательств. // Логический вывод, М., 1979, с. 267-273.
4. *Серебрянников .Ф., Быстров П.И.* О критериях качества выводов в модальной логике. // Логика и философские категории, Ленинград, 1982, с. 97-112.

А.В.Чагров

СТРОГО ИМПЛИКАТИВНЫЕ ФОРМУЛЫ В МОДАЛЬНЫХ ЛОГИКАХ, БЛИЗКИХ К ИНТУИЦИОНИСТСКОЙ[1]

Abstract. *In this paper some questions about strict implication in modal systems **S3** and **S4** are discussed. The first theorem shows that strict implication fragments of these logics have different properties: the fragment of **S4** is equivalent (but is not coincided) with the implication fragment of intuitionistic logic, but the fragment of **S3** is not such one. The second theorem of the paper is connected with an open question [8] on description of one variable strict implication fragment of **S3**: this fragment contains at least 24 non-equivalent formulas. The third theorem refutes a result of [13]: all the implication logics of the sequence [13] are coincided with implication fragment of intuitionistic logic, but in [13] it is «proved» that these logics form a strictly decreasing chain.*

Изучение импликативных формул в связи с интуиционистской логикой (**Int**) представляет особый интерес хотя бы потому, что при ее классическом истолковании (классической интерпретации) именно импликация оказывается «ответственной» за отличие ее свойств от свойств классической логики. Здесь имеется в виду описание интуиционистской логики в терминах истинности в моделях Крипке - единственный пункт определения этой истинности, который отличается от соответствующего классического определения, касается именно импликации:

$$x \models \varphi \to \psi \Leftrightarrow \forall y\,(xRy \,\&\, y \models \varphi \Rightarrow y \models \psi).$$

Кроме того, уже импликативный фрагмент интуиционистской логики имеет ее свойства. Упомянем здесь, например, сложностные аспекты, см. [5], [10]: импликативный фрагмент **Int** имеет в точности такую же сложность аппроксимируемости --- экспоненту, задачи разрешения **Int** и ее импликативного фрагмента являются ***PSPACE***-полными.

С другой стороны, импликативные формулы не позволяют строить суперинтуиционистские логики со свойствами, считающимися отрицательными: все суперинтуиционистские логики, аксиоматизируемые импликативными формулами, финитно аппроксимируемы, более того, сложность их аппроксимируемости не превосходит экспоненты, см. [15]. Если ограничить количество используемых переменных конечным числом, то число попарно

[1] Работа выполнена при поддержке РГНФ, грант № 98-03-04220

неэквивалентных в **Int** импликативных формул от этих переменных окажется конечным, см. [11] или [14], а также [10]. Например, всякая импликативная формула от переменной p эквивалентна в **Int** либо p, либо $p \to p$.

Довольно долгое время был открыт вопрос о количестве суперинтуиционистких логик, аксиоматизируемых импликативными формулами, см. [2], а также - о количестве импликативных логик, расширяющих импликативный фрагмент **Int**. Заметим, что *a priori* эти вопросы могли бы иметь и различные ответы: в силу результата [7] не всякая импликативная логика, расширяющая импликативный фрагмент **Int**, является импликативным фрагментом некоторой суперинтуиционистской логики. Совсем недавно в [15], см. также [10], было установлено, что оба семейства континуальны. Этот результат является следствием довольно сильных утверждений, для доказательства которых используется весьма продвинутая техника, известная как аппарат канонических формул М.В.Захарьящева.

Обратимся к основной теме данной статьи - импликативным фрагментам модальных логик, в которые погружается **Int**.

При этом, прежде всего, необходимо ограничить предмет рассмотрения, поскольку модальные логики такого рода составляют труднообозримое семейство, см. статью [9], в которой делается попытка обозрения этого семейства. Нас здесь интересуют две модальные логики - **S4** и **S3**. Логика **S4** является первой, в которую была погружена **Int**, а **S3** - самая первая из сформулированных К.И.Льюисом, причем она имеет определенные преимущества перед **S4**, поскольку некоторые черты семантики Крипке для **S3** - возможность использования ненормальных миров - близки к семантическим конструкциям для **Int**, в которых участвуют так называемые странные или взрывающиеся миры, см. [1].

Далее, необходимо определиться, о какой импликации идет речь. Действительно, в логиках **S3** и **S4** мы имеем три, по крайней мере, вида импликации:

$$\ldots\to\ldots\,, \qquad \Box(\Box\ldots\to\Box\ldots), \qquad \Box(\ldots\to\ldots).$$

Первая из них есть классическая импликация и для нас интереса здесь не представляет, вторая – Т-перевод интуиционистской импликации, и мы будем называть ее интуиционистской импликацией, а потому построенные с ее помощью формулы по существу есть ничто иное как интуиционистские импликативные формулы. «Настоящей» модальной импликацией для нас является третий вариант, то есть то, что называется строгой импликацией. Обозначают строгую импликацию обычно символом $\Rightarrow$ и называют иногда импликативные фрагменты модальных логик $\Rightarrow$-фрагментами.

Следующее утверждение устанавливает коренное отличие строгой импликации в **S3** и **S4** по отношению к интуиционистской импликации. Оно, с учетом того, что для обеих этих логик выполняется теорема о замене строго эквивалентных, по существу озна-

чает, что фрагмент **S4**, состоящий из T-переводов принадлежащих **Int** импликативных формул, строго содержится во фрагменте **S4** из всех строго импликативных формул, в то время как для логики **S3** эти два фрагмента несравнимы по включению. Заметим, что эквивалентность $\Leftrightarrow$ здесь использовать не обязательно: вместо принадлежности логике формулы $\varphi \Leftrightarrow \psi$ можно говорить о принадлежности двух формул - $\varphi \Rightarrow \psi$ и $\psi \Rightarrow \varphi$, и тем самым мы можем оставаться в рамках чисто импликативного языка. Заметим также, что для **S4**, в отличие от **S3**, верна и теорема о замене эквивалентных, поскольку

$$\mathbf{S4} \vdash \varphi \Leftrightarrow \psi \text{ тогда и только тогда, когда } \mathbf{S4} \vdash \varphi \leftrightarrow \psi.$$

Теорема 1. а) *Для всякой интуиционистской импликативной формулы найдется строго импликативная формула эквивалентная ей в* ***S4****.* б) *Существуют интуиционистские импликативные формулы, для которых не существуют строго эквивалентные в строго импликативные формулы.*

Доказательство пункта а) очевидно, поскольку

$$\mathbf{S4} \vdash \Box p \Leftrightarrow ((s \Rightarrow s) \Rightarrow p).$$

В частности, мы имеем, например,

$$\mathbf{S4} \vdash (\Box p \Rightarrow \Box q) \Leftrightarrow (((p \Rightarrow p) \Rightarrow p) \Rightarrow ((q \Rightarrow q) \Rightarrow q)).$$

Пункт б) теоремы 1 обосновывается тоже несложно. Покажем, что T-перевод самой простой интуиционистской импликативной формулы - переменной p - не имеет строго импликативного строгого эквивалента в **S3**.

Нам необходимо показать, что не существует такой строго импликативной формулы $\varphi(p,q,r...)$, что

$$\mathbf{S3} \vdash \Box p \Leftrightarrow \varphi(p,q,r...).$$

Для этого возьмем **S3**-модель M = <F,V> на шкале F = <W,N,D,R>, где: множество миров W состоит всего из двух элементов – W ={a,b}; множества нормальных миров N и действительных миров D одноэлементны – N=D={a} (таким образом, в частности, b – ненормальный мир); отношение достижимости R полностью определяется условием – $\forall x \in W$ aRx; оценка V задается так –

$$V(p) = V(q) = V(r) = \ldots = \{a\},$$

т.е. полагаем, что все переменные истинны в мире a и ложны в b. Легко убедиться индукцией по построению строго импликативных формул, что всякая строго импликативная формула опровергается в мире b и истинна в мире a, в то время как в точке a формула $\Box p$ опровергается, откуда мы получаем, что в мире a опровергается всякая формула вида $\Box p \Leftrightarrow \varphi(p,q,r...)$.

Теорема 1 доказана.

Зададимся теперь вопросом о $\Rightarrow$-фрагментах **S3** и **S4**, получающихся при ограничении числа переменных.

В [8] было обнаружено, что в **S4** имеется ровно девять попарно неэквивалентных импликативных формул от одной переменной, т.ч. любая другая импликативная формула эквивалентна одной из них:

$$p,$$
$$p \Rightarrow p,$$
$$(p \Rightarrow p) \Rightarrow p,$$
$$p \Rightarrow ((p \Rightarrow p) \Rightarrow p),$$
$$(p \Rightarrow ((p \Rightarrow p) \Rightarrow p)) \Rightarrow p,$$
$$p \Rightarrow ((p \Rightarrow ((p \Rightarrow p) \Rightarrow p)) \Rightarrow p),$$
$$((p \Rightarrow ((p \Rightarrow p) \Rightarrow p)) \Rightarrow p) \Rightarrow p,$$
$$(((p \Rightarrow ((p \Rightarrow p) \Rightarrow p)) \Rightarrow p) \Rightarrow p) \Rightarrow (p \Rightarrow ((p \Rightarrow p) \Rightarrow p)),$$
$$((((p \Rightarrow ((p \Rightarrow p) \Rightarrow p)) \Rightarrow p) \Rightarrow p) \Rightarrow (p \Rightarrow ((p \Rightarrow p) \Rightarrow p))) \Rightarrow$$
$$(p \Rightarrow ((p \Rightarrow ((p \Rightarrow p) \Rightarrow p)) \Rightarrow p)).$$

Вопрос об описании аналогичного фрагмента в **S3** оставлен в [8] открытым; неизвестно даже, является ли он конечным. Автор данной статьи может предположить, что этот фрагмент конечен, но для полного его описания необходимо привлечение компьютерных технологий. В настоящее время можно отметить лишь, что однопеременные импликативные фрагменты **S3** и **S4** отличаются; более точно, справедлива

Теорема 2. *Следующие импликативные формулы от одной переменной попарно не эквивалентны в* ***S3****:*

$$\begin{array}{llll}
\varphi_1 = p; & & \varphi_{13} = \varphi_1 \Rightarrow \varphi_9; \\
\varphi_2 = \varphi_1 \Rightarrow \varphi_1; & & \varphi_{14} = \varphi_3 \Rightarrow \varphi_4; \\
\varphi_3 = \varphi_2 \Rightarrow \varphi_1; & & \varphi_{15} = \varphi_5 \Rightarrow \varphi_4; \\
\varphi_4 = \varphi_1 \Rightarrow \varphi_3; & & \varphi_{16} = \varphi_5 \Rightarrow \varphi_6; \\
\varphi_5 = \varphi_4 \Rightarrow \varphi_1; & & \varphi_{17} = \varphi_5 \Rightarrow \varphi_9; \\
\varphi_6 = \varphi_1 \Rightarrow \varphi_5; & & \varphi_{18} = \varphi_6 \Rightarrow \varphi_1; \\
\varphi_7 = \varphi_5 \Rightarrow \varphi_1; & & \varphi_{19} = \varphi_6 \Rightarrow \varphi_4; \\
\varphi_8 = \varphi_7 \Rightarrow \varphi_4; & & \varphi_{20} = \varphi_8 \Rightarrow \varphi_1; \\
\varphi_9 = \varphi_8 \Rightarrow \varphi_6; & & \varphi_{21} = \varphi_8 \Rightarrow \varphi_4; \\
\varphi_{10} = \varphi_1 \Rightarrow \varphi_2; & & \varphi_{22} = \varphi_9 \Rightarrow \varphi_1; \\
\varphi_{11} = \varphi_1 \Rightarrow \varphi_7; & & \varphi_{23} = \varphi_9 \Rightarrow \varphi_4; \\
\varphi_{12} = \varphi_1 \Rightarrow \varphi_8; & & \varphi_{24} = \varphi_9 \Rightarrow \varphi_7.
\end{array}$$

Формулы в этом утверждении представлены в виде рекуррентного списка ввиду трудно воспринимаемой их полной формы; первые девять формул есть в точности выписанные выше форму-

лы из [8]. Доказательство теоремы проводится построением подходящих **S3**-моделей Крипке.

А что можно сказать о строго импликативных формулах с числом переменных, большим единицы? В отличие от ситуации с интуиционистскими импликативными формулами здесь ситуация мгновенно усложняется: в [13] приведена бесконечная последовательность строго импликативных формул, любые две из которых не эквивалентны в **S4**. Поскольку в [13] имеются и неверные утверждения про эти формулы, уточним их построение и обоснование их свойств. Пункт а) в следующей теореме есть по существу утверждение леммы IV [13], которая является основой доказательства нетабличности $\mathbf{S4}_I$ - строго импликативного фрагмента **S4** (теорема V [13], а пункт б) - опровержение теоремы VI [13], утверждающей, что логики $\mathbf{S4}_I+\beta_1$, $\mathbf{S4}_I+\beta_2$, $\mathbf{S4}_I+\beta_3$, ... образуют строго убывающую по включению последовательность.

Напомним, прежде всего, индуктивное определение формул β_i из [13]: $\beta_0 = (p \Rightarrow q) \Rightarrow q$ и $\beta_{i+1} = q \Rightarrow \beta_i$ в случае четного i, $\beta_{i+1} = p \Rightarrow \beta_i$ в случае нечетного i. Таким образом, начальными членами этой последовательности являются формулы

$$\beta_0 = (p \Rightarrow q) \Rightarrow q,$$
$$\beta_1 = p \Rightarrow ((p \Rightarrow q) \Rightarrow q),$$
$$\beta_2 = q \Rightarrow (p \Rightarrow ((p \Rightarrow q) \Rightarrow q)),$$
$$\beta_3 = p \Rightarrow (q \Rightarrow (p \Rightarrow ((p \Rightarrow q) \Rightarrow q))),$$
$$\beta_4 = q \Rightarrow (p \Rightarrow (q \Rightarrow (p \Rightarrow ((p \Rightarrow q) \Rightarrow q)))),$$
$$\beta_5 = p \Rightarrow (q \Rightarrow (p \Rightarrow (q \Rightarrow (p \Rightarrow ((p \Rightarrow q) \Rightarrow q))))))$$

и т.д.

Теорема 3. а) *Формулы β_i попарно неэквивалентны в **S4**.* б) *Все логики $\mathbf{S4}_I+\beta_i$ при $i > 0$ совпадают и равны импликативному фрагменту **Int**, если понимать символ $\Rightarrow$ как интуиционистскую импликацию.*

Доказательство пункта а) мы для полноты изложения кратко наметим, следуя идее [13].

Определим модель Крипке $M = \langle F,V \rangle$ так: $W = \omega - \{0\}$; iRj означает, что $i \le j$; оценка определяется условиями:

$$V(p,1) = V(q,1)=0,$$

и при $k>1$

$$V(p,2k) = 1,\ V(q,2k)=0 \text{ и } V(p,2k+1)=0,\ V(q,2k+1)=1,$$

а для всех остальных r, т.е. отличных от p и q, полагаем для определенности, что $V(r,2k+1) = 0$. При всех этих определениях мы имеем в результате, что $V(\beta_m,n) = 1$, если $m \ge n$, и $V(\beta_m,n) = 0$, если $m < n$. Это и приводит к требуемому результату.

Доказательство пункта б).

Прежде всего обратим внимание, что, как известно, см. [3], а также [6], [12], импликативный фрагмент $\mathbf{S4}_I$ модальной логики

S4 аксиоматизируется следующим образом: его аксиомами являются формулы

$$p \Rightarrow p\,,\quad (p \Rightarrow (q \Rightarrow r)) \Rightarrow ((p \Rightarrow q) \Rightarrow (p \Rightarrow r)),$$
$$(p \Rightarrow q) \Rightarrow (r \Rightarrow (p \Rightarrow q)),$$

а правилами вывода подстановка строго импликативных формул вместо переменных и *modus ponens*.

Все аксиомы $\mathbf{S4}_I$, как и формулы β_i при $i > 0$, выводимы в **Int**, а потому для получения аксиоматики импликативного фрагмента **Int** нам достаточно вывести в $\mathbf{S4}_I+\beta_i$ формулу $p \Rightarrow (q \Rightarrow p)$, чем и будет обосновано доказываемое утверждение.

Итак, выводим в $\mathbf{S4}_I+\beta_i$ формулу $p \Rightarrow (q \Rightarrow p)$. Подставим в β_i переменную p место q, а затем воспользуемся подстановочными примерами выводимой в $\mathbf{S4}_I$ формулы $(p \Rightarrow (p \Rightarrow q)) \Rightarrow (p \Rightarrow q)$. В результате получим

$$\mathbf{S4}_I+\beta_i \vdash p \Rightarrow ((p \Rightarrow p) \Rightarrow p).$$

Теперь воспользуемся тем, что

$$\mathbf{S4}_I \vdash ((p \Rightarrow p) \Rightarrow p) \Rightarrow (q \Rightarrow p)$$

и подходящим подстановочным примером выводимой в $\mathbf{S4}_I$ формулы $(p \Rightarrow q) \Rightarrow ((q \Rightarrow r) \Rightarrow (p \Rightarrow r))$, точнее – производным в $\mathbf{S4}_I$ правилом силлогизма, и получим требуемую формулу $p \Rightarrow (q \Rightarrow p)$.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Драгалин А.Г.* Математический интуиционизм, введение в теорию доказательств. М.: Наука, 1979.
2. Логическая тетрадь. Новосибирск: ИМ СО АН СССР, 1986.
3. *Минц Г.Е.* Система Льюиса и система Т (1965--1973), в [4], с. 422--509.
4. *Фейс Р.* Модальная логика. М.: Наука, 1974.
5. *Чагров А.В.* О сложности пропозициональных логик // Сложностные проблемы математической логики. Калинин: КГУ, 1985, с. 80--90.
6. *Anderson A.R., Belnap N.D., Jr.* The pure calculus of entailment // Journal of Symbolic Logic. 1962. V. 27. P. 19--52.
7. *Bull R.A.* Some results for implicational calculi // Journal of Symbolic Logic. 1964. V. 29. P. 33--39.
8. *Byrd M.* Single variable formulas in S4 // J. Philos. Logic. 1976. V. 5. N. 4. P. 439—456.
9. *Chagrov A.V., Zakharyaschev M.V.* Modal companions of intermediate propositional logics // Studia Logica. 1992. V. 51. P. 49--82.
10. *Chagrov A., Zakharyaschev M.* Modal Logic. Oxford University Press, 1997.
11. *Diego A.* Sur les algebres de Hilbert. Gauthier-Villars, Paris, 1966.
12. *Hacking I.* What is strict implication? // Journal of Symbolic Logic. 1963. V. 28. P. 51--71.

13. *Pahi B.* On the non-existence of finite characteristic models for some classes of implicational calculi // Zeitschrift fur mathematische Logik und Grundlagen der Mathematik. 1974. V. 20. P. 113-119.
14. *Urquhart A.* Implicational formulas in intuitionistic logic // Journal of Symbolic Logic. 1974. V. 39. P. 661--664.
15. *Zakharyaschev M.V.* Canonical formulas for K4. Part II: Cofinal subframe logics // Journal of Symbolic Logic. 1996. V. 61. P. 421-449.

А.С.Карпенко

ИМПЛИКАЦИИ СЛЕДОВАНИЯ, СТРОГАЯ, РЕЛЕВАНТНАЯ, ИНТУИЦИОНИСТСКАЯ И КЛАССИЧЕСКАЯ И ИХ ВЗАИМООТНОШЕНИЯ*

Abstract. *In this article the author solved the problem of extending, in an appropriate way, the pure calculus of entailment* $\mathbf{E}_{\rightarrow}$ *to an implicational fragment* $\mathbf{TV}_{\rightarrow}$ *of the classical propositional logic. As a result we obtain logical construction having the form of finite Boolean lattices whose elements are implicational logics.*

Проблема классификации импликативных логик была поставлена В.А.Смирновым в [2]. Настоящая статья является продолжением [1].

Рассмотрим следующие импликативные формулы:

A. $((p \rightarrow p) \rightarrow q) \rightarrow q$

B'. $(p \rightarrow q) \rightarrow ((q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r))$

W. $(p \rightarrow (p \rightarrow q)) \rightarrow (p \rightarrow q)$

$\mathbf{K}_1$. $(p \rightarrow q) \rightarrow (r \rightarrow (p \rightarrow q))$

$\mathbf{X}_2$. $(p \rightarrow ((q \rightarrow q) \rightarrow p)) \rightarrow (((p \rightarrow q) \rightarrow q) \rightarrow ((q \rightarrow p) \rightarrow p))$

C*. $p \rightarrow ((p \rightarrow p) \rightarrow p)$.

Правила вывода: modus ponens и подстановка.

Формулы **A, B', W** представляют собой импликативный фрагмент $\mathbf{E}_{\rightarrow}$ логики следования **E** (см. [4, p. 77]). М.Вайсберг [7, p. 179] показал, что **A, B'** $\vdash \mathbf{C}_1$, где $\mathbf{C}_1$ есть $(p\rightarrow((q\rightarrow r)\rightarrow s)) \rightarrow ((q\rightarrow r)\rightarrow(p\rightarrow s))$. Заметим, что **A** $\vdash$ **I**, где **I** есть $p \rightarrow p$ [4, p. 77]. **A, B', W,** $\mathbf{K}_1$ есть импликативный фрагмент $\mathbf{S4}_{\rightarrow}$ [5, p. 21] модальной логики **S4**. Наконец, **A, B', W,** $\mathbf{K}_1$, $\mathbf{X}_2$ есть импликативный фрагмент $\mathbf{S5}_{\rightarrow}$ модальной логики **S5**. Обычно $\mathbf{S5}_{\rightarrow}$ аксиоматизируется как $\mathbf{S4}_{\rightarrow} + \mathbf{P}_1$, где $\mathbf{P}_1$ есть ослабленный закон Пирса: $(((p\rightarrow q)\rightarrow r)\rightarrow (p\rightarrow q))\rightarrow(p\rightarrow q)$. Покажем, что $\mathbf{S4}_{\rightarrow} + \mathbf{X}_2 = \mathbf{S4}_{\rightarrow} + \mathbf{P}_1$.

Д.Ульрих [6] предложил следующую характеристическую матрицу для $\mathbf{S5}_{\rightarrow}$. Множеством значений является множество натуральных чисел: 1, 2, 3, ... с 0. Единственным выделенным значением является 1. Импликация $x \rightarrow y$ в $\mathbf{S5}_{\rightarrow}$ определяется так: $x \rightarrow y = 1$, если x есть кратное y, и $x \rightarrow y = 0$ в остальных случаях. Нетрудно вычислить, что $\mathbf{X}_2$ общезначима в этой матрице, т.е. $\mathbf{X}_2$

* Работа выполнена при поддержке РГНФ, грант № 98-03-04220.

есть теорема **S5**→. Остается показать, что из **S4**→ + **X** выводима формула $\mathbf{P_1}$.

1. **W**.

2. $\mathbf{K_1}$.

3. $\mathbf{X_2}$.

3 p/p→q, q/(p→q)→r * 2 r/((p→q)→r)→((p→q)→ r) -

1 p/p→q, q/(p→q)→r - 4,

4. (((p→q)→r)→(p→q))→(p→q) (=$\mathbf{P_1}$).

Т.е. делаем подходящую подстановку в **X**, $\mathbf{K_1}$ и **W** и затем дважды применяя modus ponens, получаем $\mathbf{P_1}$.

В [3, p. 46] Андерсон и Белнап установили, что логики **R**→ (импликативный фрагмент релевантной логики **R**), **H**→ (импликативный фрагмент интуиционистской логики) и **TV**→ (импликативный фрагмент классической логики) получаются из **E**→, **S4**→ и **S5**→ соответственно за счет добавления к последним формулы **C***.

Теорема 1. *Множество формул* **A, B', W,** $\mathbf{K_1}$, $\mathbf{X_2}$, **C*** *является независимой аксиоматизацией* **TV**→.

Доказательство независимости производится матричным методом, причем используемые матрицы должны быть *нормальными* в смысле Лукасевича-Тарского, т.е. они должны верифицировать правило modus ponens.

Матрица 1.

→	0	1	2		
0	2	2	2		
1	0	0	2	верифицирует	фальсифицирует
*2	0	0	2	**B',W,**$\mathbf{K_1}$,$\mathbf{X_2}$,**C***	**A** (p=1)

Матрица 2.

→	0	1	2	3		
0	3	3	3	3		
1	3	3	2	3		
2	3	1	3	3	верифицирует	фальсифицирует
*3	0	1	2	3	**A,W,**$\mathbf{K_1}$,$\mathbf{X_2}$, **C***	**B'** (p=2, q=0, r=1)

Матрица 3.

→	0	1	2
0	2	2	2
1	1	2	2
*2	0	1	2

верифицирует **A,B',K_1,X_2, C*** фальсифицирует **W** (p=1, q=0)

Матрица 4.

→	0	1	2
0	2	2	2
*1	0	1	2
*2	0	0	2

верифицирует **A,B',W, X_2,C*** фальсифицирует **K_1** (p=0, q=0, r=1)

Матрица 5.

→	0	1	2
0	2	2	2
1	0	2	2
*2	0	1	2

верифицирует **A,B',W,K_1,C*** фальсифицирует **X_2** (p=2, q=1, r=0).

Матрица 6.

→	0	1	2
0	2	2	2
1	0	2	2
*2	0	0	2

верифицирует **A,B',W,K_1,X_2** фальсифицирует **C*** (p=1).

Теперь, в силу доказательства независимости элементов множества {**A, B', W, K_1, X_2, C***}, мы можем перейти к построению решетки импликативных логик. Рассмотрим семейство всех подмножеств этого множества. Как известно, семейство всех подмножеств некоторого множества образует булеву решетку, упорядоченную отношением включения. В нашем случае булева решетка имеет 64 (=2^6) элементов с единицей **TV→**. Остальные вершины решетки представляют собой подлогики **TV→**. Для простоты изображения в качестве нуля решетки возьмем логику **E→**. В результате имеем следующую 8-элементную решетку:

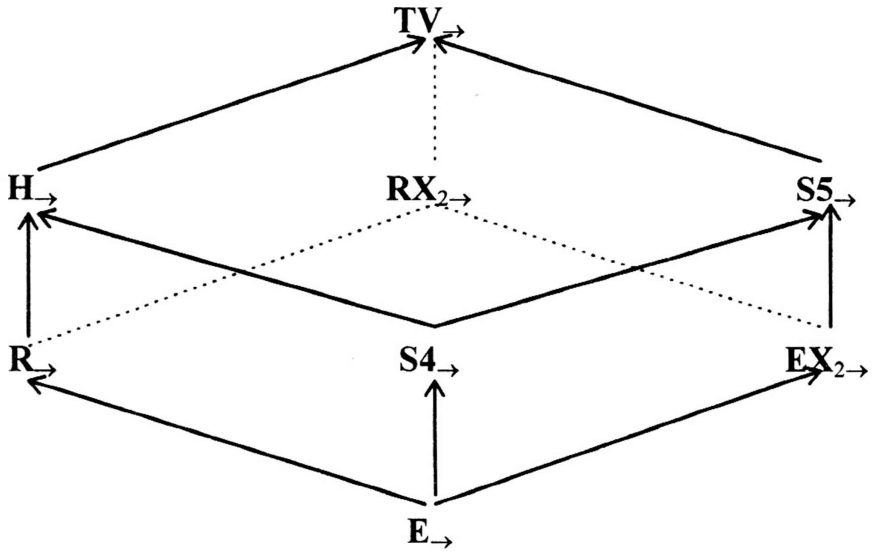


рис. 1

Заметим, что в [1, с. 123] также была построена решетка импликативных логик с **TV**→ в качестве единицы. Исходным множеством аксиом является следующее:

I. (p → p)

B. (q→ r) → ((p → q) → (p → r))

C. (p → (q → r)) → (q → (p → r))

W. (p→ (p → q)) → (p → q)

$\mathbf{K_1}$. (p → q) → (r → (p → q))

$\mathbf{X_4}$. (p → p) → (((((p→q)→q)→p)→r)→(((((q→p)→p)→q)→r)→r)).

Теорема 2. *Множество формул* ***I, B, C, W,*** $\boldsymbol{K_1}$, $\boldsymbol{X_4}$ *является независимой аксиоматизацией* ***TV***→.

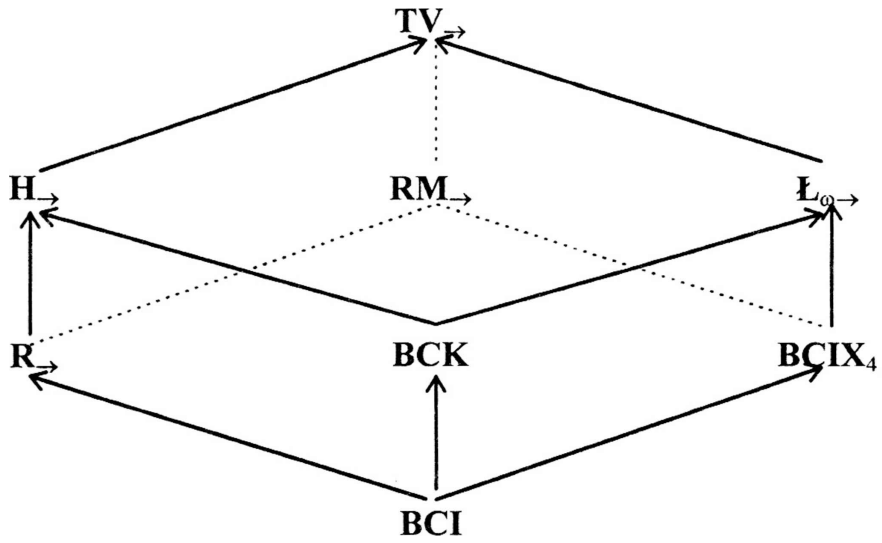


рис. 2

Здесь $\mathbf{R}_{\rightarrow}$ есть **BCIW**, **BCK** есть $\mathbf{BCIK}_1$, $\mathbf{L}_{\omega\rightarrow}$ есть импликативный фрагмент бесконечнозначной логики Лукасевича.

Обратим внимание, что последняя решетка является *максимальной* в том смысле, что между $\mathbf{RM}_{\rightarrow}$ и $\mathbf{TV}_{\rightarrow}$ нет промежуточных логик.

В итоге возникает сложнейшая проблема объединения всех этих импликативных логик в одну решетку (если это возможно).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Карпенко А.С.* Классификация пропозициональных логик // Логические исследования. - Вып. 4. - М.: Наука, 1997. С. 107-133.
2. *Смирнов В.А.* Формальный вывод, теоремы дедукции и теории импликации. - М.: Наука, 1979. - С. 54-68.
3. *Anderson A.R, Belnap N.D., jr.* The pure calculus of entailment // The Journal of Symbolic Logic. - 1962. -Vol. 27. - N 1. - P. 19-52.
4. *Anderson A.R., Belnap N.D., jr.* Entailment: The logic of relevance and necessity. - Vol. 1. - Princeton, 1975.
5. *Mendez J.M.* Exhaustively axiomatizing $S3_{\rightarrow}$ and $S4_{\rightarrow}$ with a select list of representative theses // Bulletin of the Section of Logic. - 1988. - Vol. 17. - N 1. - P.15-22.
6. *Ulrich D.* An integer-valued matrix characteristic for implicational S5 // Bulletin of the Section of Logic. - 1990. - Vol. 19. - N 3. - P. 87-91.
7. *Wajsberg M.* Metalogische Beitrage // Wiadomosci Matematyczne. - 1937. - Vol. 43. - P. 131-168. (Английский перевод: Contribution to metalogic // Wajsberg M. Logical works. Wroclaw, 1977, p.172-200).

Е.А.Сидоренко

БИНАРНАЯ РЕЛЯЦИОННАЯ СЕМАНТИКА РЕЛЕВАНТНОЙ ЛОГИКИ[1]

Abstract. *The introduced binary relational semantics S^{ea} for relevant logic has as reference points two-storeyed worlds [1, 19]. The ground floor of each such a world consists of propositions or its negations (atomic floor) and the first floor consists of formulae (entailment floor). A distinctive peculiarity of the semantics S^{ea} is that any formula cannot be verified (or falsified) in all worlds. And so a formula A is considered as semantically true, iff A is verified in each world, where $A \to A$ is verified. Here the S^{ea} semantics is adopted for both well known systems E, R.*

0. Введение

Основные идеи и технические результаты по двухуровневой реляционной семантике релевантной логики были до сих пор наиболее полно изложены мной в [3, 18 и 19]. Настоящая работа во многих отношениях существенно отличается от упомянутых. Там главная цель состояла в том, чтобы "застолбить" оригинальный подход к проблеме, реализовать саму идею построения реляционной семантики (причем с бинарным отношением достижимости) для известных исчислений релевантной логики [5] и в первую очередь таких, как *E*, *R* и NR^2. Важно было сделать упор, во-первых, на то, что эта семантика является именно бинарной, так как для релевантной логики удавалось построить реляционную семантику только с тернарным отношением достижимости [6, 9, 13], что делало весьма проблематичной сколько-нибудь удачную ее содержательную интерпретацию. А, во вторых, на то, что предлагаемая семантика была адекватна названным исчислениям, ибо семантик как таковых, вообще говоря, строилось и может быть построено сколько угодно. Теперь, когда названная цель достигнута, можно сосредоточится на анализе самой семантики, ее содержательном и философском обосновании[3], рассмотреть наиболее интересные ее модификации и варианты, более тщательное внимание уделить проблеме адекватности семантик. В частности,

---

[1] Работа выполнена при поддержке РГНФ, грант 96-03-04556

[2] Объем настоящей статьи не позволил сформулировать эдесь семантику для *NR*, и она будет представлена в следующей статье автора.

[3] Некоторые общефилософские вопросы, связанные с рассматриваемой семантикой, рассматриваются мной в [4].

с большей строгостью провести доказательства полноты соответствующих исчислений относительно сформулированных для них семантик.[4]

1. Теоретические и идейные предпосылки двухуровневой семантики следования

От обычной реляционной семантики крипкевского типа обсуждаемая семантика (мы обозначаем ее как S^{ea}) отличается тем, что *миры* (в содержательном плане их более уместно называть *универсумами рассуждения*), обозначаемые как $w_1, w_2, \ldots$, являются двухуровневыми, имея, так сказать, два *этажа*. Первый из них (этаж *a*) – это обычный крипкевский мир (карнаповское описание состояний, атомарный мир), обозначаемый для мира w_i как w_i^a. Второй этаж w_i^e (мир следствий, этаж *e*, от слова *entailment*) – это некоторый список формул объектного языка[5].

Ниже все эти понятия будут определены с необходимой точностью. Пока укажем только, что высказывание $A \rightarrow B$ является истинным (верифицируется) в некотором мире w_i (равнозначно сказать – на первом этаже этого мира w_i^a) только в том случае, когда в каждом достижимом из w_i мире w_j, в котором истинно A, на втором его этаже имеется B. Что дает отмеченное разнесение антецедента (условия, основания) A и следствия B, входящих в высказывание $A \rightarrow B$, по разным этажам?

Допустим, известно, что два высказывания A и B сейчас, на данный момент истинны. Достаточно ли этого, чтобы утверждать, что одно из них влечет другое? Если не отождествлять следование с *материальной импликацией*[6], и иметь в виду реальную связь между тем, о чем говорится в этих высказываниях, то ответ, очевидно, будет отрицательным. Истинными одновременно эти высказывания могут оказаться чисто случайно, и одно из них может говорить о *бодливой козе*, а другое – об *уравнении Шредингера*.

---

[4] В этом отношении определенную помощь дало мне обсуждение рассматриваемых здесь проблем с *В.А. Смирновым, В.М. Поповым, В.Л. Васюковым, J.M. Dunn'ом, Н. Куртониной, P. Weingartner ом, Д.Зайцевым*. Я благодарен *M. Nowak'y* из Bulletin of the Section of Logic (University of Łódź) за конструктивные замечания в адрес подготавливаемой мною для BSL статьи [19]. При написании работы я всегда держал в уме возможную (неизбежную) критику со стороны *Е.К. Войшвилло*, своего постоянного оппонента в вопросах понимания следования.

[5] Из принятых нами обозначений "этажей" как *a* и *e* и возникло обозначение семантики как S^{ea}. Возможно более точным обозначением было бы S_a^e, передавая тем самым идею этажности уже в самом обозначении, но по своему графическому виду оно кажется менее удачным.

[6] В этом случае, как известно, всякое истинное высказывание влечется любым, а из ложного следует любое. И поэтому всегда или A влечет B, или B влечет A, или имеет место и то, и другое.

Таким образом, одновременной истинности A и B в некотором мире для признания истинности в этом мире высказывания $A \to B$ с *релевантной* импликацией, предполагающей, что первое высказывание реально влечет второе, явно недостаточно. Реляционная семантика крипкевского типа позволяет ввести дополнительное условие истинности для $A \to B$ в мире w_i. В этой семантике задается отношение достижимости между мирами. Содержательно это может быть представлено так, что один мир достижим из другого (возможен относительно другого), если отличается от него истинностью только случайных высказываний, сохраняя при этом истинность всех необходимых[7]. Для истинности $A \to B$ в данном мире можно потребовать, чтобы B было истинно во всех тех достижимых мирах, где истинно A. Случайной совместной истинности A и B теперь уже будет недостаточно, чтобы считать $A \to B$ истинным.

Оказывается, однако, что мы должны будем считать истинным любое из высказываний $A \to B$, где A – необходимо ложно или B – необходимо истинно. И где то, и другое опять-таки могут быть из "разных опер" и говорить о заведомо не связанных событиях.

Это обстоятельство, кстати, вызвало определенные трудности при построении семантики следования уже для так называемой первопорядковой релелевантной логики. В этой логике являются неприемлемыми такие утверждения, как $p \to q \vee \neg q$ и $p \neg p \to q$. Как отвергнуть их в рамках семантики возможных миров, если (при сохранении за классическими связками их смысла) приходится дизъюнкцию $q \vee \neg q$ считать всегда истинной, а конъюнкцию $p \neg p$ всегда ложной. Выход находится. В число "*возможных*" миров вводятся миры, во-первых, неполные, в которые совсем не обязательно входит либо некоторая переменная a, либо ее отрицание $\neg a$, так что в некотором мире оказывается невозможным верифицировать ни q, ни $\neg q$. И, во-вторых, миры "*невозможные*", противоречивые, допускающих одновременное наличие a и $\neg a$, в которых в силу этого, напротив, можно верифицировать все что угодно, включая противоречие $p \neg p$. Проблема оказывается решенной, так как для любой классической формулы всегда найдется такой мир, в котором ее можно верифицировать, и такой, в котором ее можно фальсифицировать[8]. Невозможных и необходимых формул в языке классической логики в рамках предложенной семантики попросту не оказывается.

Что делать однако, если в $A \to B$ допускается *итерация* (повторение) знака следования и на месте A и B стоят опять-таки импликативные формулы? Считать ли, например, верной любую

---

[7] В такой семантике некоторое высказывание считается в данном мире необходимым (необходимо истинным), если и только если оно истинно во всех мирах, достижимых из данного.

[8] Эта проблема исследована в работах Войшвилло Е.К. (см., в частности, [8]).

формулу вида $A \rightarrow (B \rightarrow B)$? В релевантной логике такая формула по понятным причинам в качестве логического закона отвергается. Как получить для этого отвержения семантические основания, если формула удовлетворяет требованию, что во всех мирах, где истинно A, всегда истинно $B \rightarrow B$? Естественно, что на месте $B \rightarrow B$ могла бы стоять любая теорема. Аналогичным образом будет обстоять дело, если ставить на место A в $A \rightarrow B$ любое трицание теоремы, например, $\neg(C \rightarrow C)$.

Необходимо признать две весьма очевидные вещи.

Первое. С самого начала, уж во всяком случае сторонникам релевантной теории следования, было ясно, что не просто истинности, но даже и необходимой истинности B (как и необходимой ложности A) недостаточно, чтобы утверждать на этом основании наличие между A и B какой бы то ни было связи.

И, *второе*, надо освободится от иллюзии, что семантика возможных миров (как и вообще любая семантика) способна сама по себе предоставить нам некоторую новую информацию о связи событий (и говорящих об этих событиях высказываниях) помимо той, которую мы уже вложили заранее при описании и определении возможных миров. Скажем, два события мы считаем связанными между собой на том основании, что во всех *возможных* (или во всех *достижимых*) мирах одно невозможно без другого. Но на каком основании миры, в которых дело обстоит иным образом, оказались для нас *невозможными*, или *недостижимыми*, или какими-то там еще? Очевидно, только потому, что определенные предпосылки относительно и миров, и высказываний того или иного вида уже приняты. Отчего это $A \vee B$ не может не быть истинным в мире, где таковым является A ? Да только и только потому, что так определены условия истинности выражения $A \vee B$.

Допустим, однако, что нам удается установить, что в рамках принятой нами семантики для некоторых двух формул (предложений) A и B дело обстоит таким образом, что в любом возможном мире, где истинно A, таковым является также и B. Мы имеем дело с некоторым эмпирическим фактом, с фактическим положением дел. Это определенным образом характеризует предложенную семантику. Но этого отнюдь еще недостаточно для признания того, что A и B как-то связаны в реальности. Утверждение о связи, физической или логической, между ними предполагает нечто большее, переход на некоторый новый более высокий (теоретический) уровень[9]. Так что, если у нас есть основания для

---

[9] Д. Юм когда-то вполне оправданно утверждал, что никакие ссылки на то, что событие A всегда происходит после события B, не дает права считать эти события причинно или еще как-то связанными. И дело здесь не в том, чтобы отрицать саму объективную возможность такой связи, а в том, что утверждение о ней всегда есть в логическом смысле нечто большее, чем простая фиксация фактического состояния дел. Какие бы ни были у нас

подобного утверждения, то они должны быть определены и предъявлены. Да, в каждом возможном мире, в котором истинно A, является истинным это самое A. Достаточно ли этого, чтобы признать, что "*A влечет A*" (или символически: $A \rightarrow A$)?[10] Любой знающий русский язык с легкостью посчитает истинным высказывание "*Автобус идет в Гусь Хрустальный или в Иваново*", если автобус идет в один из этих городов. Но кто на этом основании способен сделать заключение, что имеет место логическое следование между соответствующими высказываниями и что здесь действует закон логики вида $A \rightarrow A \vee B$?

Люди начинают рассуждать логически , как и добывать огонь трением, задолго до того, как обнаруживают те законы, в соответствии с которыми их действия приводят к нужным результатам. Но это как раз и демонстрирует, какая пропасть лежит между эмпирической констатацией и теоретическим осмыслением констатируемых фактов.

Этому соответствует в семантике признание двух типов утверждений об отношениях между высказываниями A и B. Утверждения первого типа являются эмпирическими (*фактуальными*). Они вытекают из принятых соглашений об условиях верификации логических констант языка, и говорят о том, что во всяком достижимом мире, где истинно A, в силу этих самых соглашений всегда истинно также и B. Верность таких утверждений является необходимым, но недостаточным условием истинности утверждений второго типа (*теоретических*) о следовании B из A. Что же для признания такого *следования* нужно еще? Это теперь и есть тот основной вопрос, на который мы попытаемся удовлетворительно ответить.

Для того, чтобы установить, что *A влечет B* в семантике S^{ea}, которую мы строим, надо убедиться (*и это есть то дополнительное условие, без которого утверждение* $A \rightarrow B$ *не может быть признано истинным*), что в соответствующих мирах (тех мирах, где истинно предложение A) предложение B не только верифицируется, но и находится на их вторых этажах (в мире следствий).

Мы строим семантику, в которой ни в каком мире, если о нем нет некоторой информации (какой — мы сейчас скажем), не может быть верифицировано никакое утверждение о следовании вида $A \rightarrow B$, включая любые такого вида теоремы и аксиомы релевантных логических исчислений. Спрашивается будет ли в неко-

---

эмпирические основания для признания объективного существования такой связи: опыт, повторяемость, возможность воспроизведения и тому подобное, – такое признание (обоснованное или нет) всегда представляет собой выход за пределы эмпирических знаний. В том по крайней мере смысле, что утверждение о такой связи не может быть из них дедуцирована, так как несет информацию принципиально большую, чем любые такие данные.

[10] Один из известных логиков как-то сказал, что утверждающий $A \rightarrow A$ не рассуждает, а заикается.

тором мире w_i верифицироваться $AB \rightarrow A$? Да, если в каждом достижимом из w_i мире, в котором верифицируется AB, на втором этаже есть A. Но ему неоткуда там взяться. И ответ — отрицательный. Другое дело, если нам известно, что в мире w_i верифицируется $A \rightarrow A$, тогда на вопрос, верифицируется ли в этом мире формула $AB \rightarrow A$, ответ будет положительный. Ведь условием верификации конъюнкции AB является верифицируемость A. Отсюда ясно, что коль скоро в силу верифицируемости $A \rightarrow A$ в каждом достижимом мире, где истинно A, на втором этаже также есть A, оно есть также на вторых этажах всех тех достижимых миров, где верифицируется AB.

Выходит мы строим семантику, в которой нельзя считать *общезначимой* никакую формулу? Тогда, как логическая семантика, вообще говоря, строится именно для того, чтобы показать, что все теоремы некоторой логической *теории* (*исчисления, системы*) всегда истинны (общезначимы). В отличие от всем привычных семантик трактоваться общезначимость будет по иному. *Семантически истинной* в S^{ea} считаться будет такая формула B (символически, как обычно: $\models B$), которая будет истинной в каждом мире, в котором верифицируется формула $B \rightarrow B$. Иначе говоря, выражение $\models B$ представляет собой сокращение для $B \rightarrow B \models B$ (где знак "$\models$" понимается обычным образом).

Содержательно предлагаемая трактовка означает, что *семантическая истинность какой бы то ни было формулы принципиально не может быть обоснована на чисто эмпирических основаниях*.

Заметим, что в случае, когда само B имеет вид импликации $A \rightarrow C$, для верности утверждения $\models A \rightarrow C$ достаточно, чтобы во всех мирах, в которых верифицируется A, верифицировалось бы и C. Иными словами, если имеет место $A \models C$, то справедливо и $\models A \rightarrow C$ [11]. Мы увидим в дальнейшем, что для обоснования $\models A \rightarrow C$ достаточно будет убедиться в верности $A \rightarrow A \models A \rightarrow C$ или $C \rightarrow C \models A \rightarrow C$. Утверждения о логическом следовании есть всегда не более, чем ослабления закона рефлексивности, связанные с языковыми соглашениями о смысле (об истинностных взаимоотношениях) соответствующих логических констант и сделанные исключительно на основаниях, разрешенных таковыми соглашениями. Постулируя $A \rightarrow A$ как верное утверждение о следовании, мы в силу принятых языковых соглашений, например, указанных выше условий истинности дизъюнкции, вынуждены будем считать верным (семантически истинным) и $A \rightarrow A \vee B$, и $A \rightarrow A \vee C$.

---

[11] Таким образом, определение условий истинности утверждений о следовании выглядит практически стандартным. Следует однако иметь в виду, что $\models A \rightarrow C$ представляет в нашей семантике сокращение для $A \rightarrow C \rightarrow . A \rightarrow C \models A \rightarrow C$ и поэтому верность $A \models C$ не влечет к признанию верности $A \rightarrow C$ в каком либо из миров, кроме тех, в которых верифицируется $A \rightarrow C \rightarrow . A \rightarrow C$.

И любую другую формулу, которая может быть получена из $A \rightarrow A$ заменой первого A (антецедента) любой формулой, условием истинности которой в соответствии с языковыми соглашениями является истинность A, а второго A (консеквента) заменой на любую формулу, которая по тем же языковым соглашениям всегда истинна при истинности A.

2. Двухуровневая реляционная семантика
(техническое построение и содержательные пояснения)

Язык, для которого мы будем строить семантику, содержит бесконечное число пропозициональных переменных и следующие логические связки: "$\circ$" – конъюнкцию (которая будет обычно опускаться, "$\vee$" – дизъюнкцию ," $\neg$" – отрицание и "$\rightarrow$" – (релевантную) импликацию.

Модельная структура представляет собой пару $<W,R>$, где W есть бесконечное множество универсумов рассуждений (миров) $w_1,w_2,\ldots, w_n$, из которых каждый w_i ($i \geq 1$) в свою очередь представляет собой упорядоченную пару $<w_i^a,w_i^e>$. Первый член этой пары (*первый этаж* мира w_i или его атомарная часть, *фактуальный мир*) есть некоторый список *литералов* (пропозициональных переменных или их отрицаний). Требование *полноты*, согласно которому для каждой пропозициональной переменной в атомарный мир входит или сама переменная или ее отрицание, к атомарным мирам не предъявляется. В принципе такой мир может быть даже пустым. Вместе с тем вводится требование *непротиворечивости* атомарных миров: никакая пропозициональная переменная a не может входить ни в какой мир w_i^a одновременно со своим отрицанием.[12]

Второй член пары, w_i^e – *второй этаж* мира w_i, называемый также *миром следствий*, есть некоторое множество формул принятого объектного языка. К данному множеству предъявпяется только следующие требования конъюнктивной и композиционной замкнутости:

---

[12] Тот факт, что при построении семантики релевантной логики отказываются от принципа полноты миров, едва ли может вызывать возражения, тем более, если понимать миры как универсумы рассуждения. Даже признавая закон исключенного третьего, мы совсем не обязаны включать в тот или иной универсум одно из противоречащих друг другу высказываний. Во всяком случае отказ от принципа полноты имеет резонные оправдания в практике реальных рассуждений. Но вот с тем, что для корректности рассуждений надо отказываться и от принципа непротиворечия, согласиться трудно. К тому же требование непротиворечивости возможного мира совсем не исключает возможности делать предположения о верификации в нем некоторого противоречивого утверждения. Мы поступаем так в нашем актуальном мире, отнюдь не считая его противоречивым на самом деле.

$(Cl1)\ \forall w_j((A \in w_j^e)\&(B \in w_j^e) \supset (AB \in w_j^e))$.

$(Cl2)\ \forall w_j((C \to A) \in w_j^e)\&(C \to B) \in w_j^e) \supset (C \to A \cdot B) \in w_j^e)$.

Наконец, R является бинарным (рефлексивным и транзитивным) отношением достижимости на W. При этом выражения Rw_iw_j и $Rw_i^aw_j^a$ рассматриваются как идентичные.

Мы используем выражения $T(A)/w_i$ и $F(A)/w_i$ для утверждений о *верифицируемости* и соответственно о *фальсифицируемости* формулы A в мире w_i[13]. Заметим, что эти утверждения будут рассматриваться как совершенно тождественные утверждениям $T(A)/w_i^a$ и $F(A)/w_i^a$ соответственно.

Будут справедливыми также следующие соотношения:

$$T(A)/w_i = F(\neg A)/w_i \quad \text{и} \quad T(\neg A)/w_i = F(A)/w_i.$$

Определение D1: *В мире* w_i^a (*и значит в мире* w_i) *формулы верифицируются исключительно в соответствии со следующими условиями*:

(1) *Если A – пропозициональная переменная или ее отрицание, и A входит в список* w_i^a, *то* $T(A)/w_i$.[14]

(2) $T(AB)/w_i = T(A)/w_i$ *и* $T(B)/w_i$.

(3) $T(A \vee B)/w_i = T(A)/w_i$ *или* $T(B)/w_i$.

(4) $T(\neg(A \vee B))/w_i = T(\neg A)/w_i$ *и* $T(\neg B)/w_i$.

(5) $T(\neg(AB))/w_i = T(\neg A)/w_i$ *или* $T(\neg B)/w_i$.

(6) $T(\neg(A \to B))/w_i = \exists w_j Rw_iw_j \,\&\, T(A)/w_j \,\&\, F(B)/w_j$.[15]

---

[13] В неформальных рассуждениях мы, как уже делали это ранее, будем наряду с утверждениями о верифицируемости и фальсифицируемости формул в некотором мире будем говорить об их истинности (верности), ложности именно в том строгом смысле, какой придается понятиям верифицируемости и фальсифицируемости. Напомним, что под мирами в содержательном смысле у нас имеются в виду универсумы рассуждения. Согласитесь, что заявление о том, что в некотором мире истинно противоречие $\neg AA$, выглядит достаточно странно в отличие от утверждения, что в этом универсуме рассуждения верифицируется противоречие $\neg AA$, так как в противоречивости универсумов рассуждения нет ничего странного. Скажем, доказательство от противного состоит как раз в том, чтобы показать, что принятие отрицания тезиса влечет противоречие (универсума рассуждения).

[14] Обратите внимание, что возможность верифицируемости литерала в w_i^a не исчерпывается его вхождением в w_i^a, некоторый литерал вполне может оказаться верифицируемым по иным основанием данного определения. Ниже на эти возможности будет специально указано.

[15] Знаки $\forall$, $\exists$, $\supset$, $\to$, $\&$, связывающие метавыражения и отсутствующие в нашем объектном языке, должны пониматься как соответствующие метасимволы.

Мы продолжим список условий верификации формул после принятия некоторых дополнительных подопределений, которые должны рассматриваться как составная часть определения *D1*.

Введем понятие потенциально противоречивого мира:

(***S1D1***) *Некоторый мир* w_i *называется потенциально противоречивым и обозначается* ($w_i \in PC$), *если и только если существует такая формула вида* $\neg(A \to A)$, *которая верифицируется в* w_i. Формально:

$$(w_i \in PC) =_{df} \exists A\, T\neg(A \to A)/w_i = \exists A\, F(A \to A)/w_i.$$

Следующее подопределение *S2D1* с чисто техническими целями вводит *внеязыковую* бинарную связку "⇨", которую мы называем *квазиимпликацией*. Понятие правильно построенной формулы при этом не изменяется, так как знак квазиимпликации к нашему объектному языку не относится.

(***S2D1***) $(A \Rightarrow B)/w_i =_{\text{df}} \forall w_j (Rw_iw_j \supset (T(A)/w_j \supset T(B)/w_j \,\&\, (B \in w_j^e)) \,\&$

$\&(T(\neg B)/w_j \supset (T(\neg A)/w_j \,\&\, (\neg A \in w_j^e)) \,\&\, T(\neg A \vee B)/w_j \,\&$

$\&\forall w_k((T(\neg A)/w_k \supset (w_k \in PC)) \supset T(B)/w_j) \,\&$

$\&\ \forall w_k(T(B)/w_k \supset (w_k \in PC)) \supset T(\neg A)/w_j))).$

Таким образом, выражение $(A \Rightarrow B)$ имеет силу[16] в мире w_i, если и только если во всяком достижимом из w_i мире w_j, выполняются следующие пять условий:

(1) $(T(A)/w_j \supset T(B)/w_j \,\&\, (B \in w_j^e)$

(2) $(T(\neg B)/w_j \supset (T(\neg A)/w_j \,\&\, (\neg A \in w_j^e))$

(3) $T(\neg A \vee B)/w_j$

(4) $\forall w_k((T(\neg A)/w_k \supset (w_k \in PC)) \supset T(B)/w_j)$

(5) $\forall w_k(T(B)/w_k \supset (w_k \in PC)) \supset T(\neg A)/w_j))$

Первое условие требует, чтобы во всяком достижимом мире, в котором верифицируется A, формула B также была истинна, и при этом B к тому же находился на его (этого мира) втором этаже w_j^e. Согласно второму условию то же самое имеет место в отношении формул $\neg B$ и $\neg A$: во всяком достижимом из w_i мире w_j, в котором верифицируется $\neg B$, формула $\neg A$ также истинна и входит в w_j^e. Третье условие предполагает, что в каждом достижимом w_j верно $\neg A \vee B$.

---

[16] Мы специально не пишем $T(A \Rightarrow B)$, так как выражение вида $T(A)$ имеет смысл только при том, что A есть формула нашего объектного языка, а $(A \Rightarrow B)$, как было сказано, к таковым не относится.

Условие (4) дает возможным признать верной в w_j формулу B для случая, когда $T(\neg A \vee B)/w_j$ является верным в силу верифицируемости в w_j формулы $\neg A$ при том, что последняя имеет вид, например, $\neg(C \rightarrow C)$, так как последняя согласно *S1D1* может верифицироваться только в потенциально противоречивом мире. (5) распространяет последнее требование на случай, когда место $\neg A$ при указанных обстоятельствах занимает B.

S2D1 является симметричным относительно A и B, с одной стороны, и $\neg B$ и $\neg A$, с другой. Легко убедиться поэтому, что выражения $(A \Rightarrow B)$ и $(\neg B \Rightarrow \neg A)$ в силу *S2D1* являются эквивалентными.

Мы можем теперь закончить формулировку условий истинности формул нашего языка:

$$(7)\ T(A \rightarrow B)/w_i = T(\neg B \rightarrow \neg A)/w_i = \forall C\,((C \rightarrow A) \rightarrow (C \rightarrow B))/w_i)$$
$$= (A \Rightarrow B)/w_i\ \&\ \forall C\ \forall w_j\,(Rw_iw_j \supset (T(\neg(C \rightarrow B))/w_j \supset \neg(C \rightarrow A) \in w_j^e))$$

Определение *D1* завершено. Обратим также внимание на то обстоятельство, что можно вести речь о верифицируемости и фальсифицируемости формулы в некотором мире w_i или в его атомарной части w_i^a, но не в мире следствий w_i^e. В последний формулы могут только входить или не входить.

Пропозициональная переменная или же ее отрицание могут верифицироваться в мире w_i^a также и при отсутствии их в соответствующем списке w_i^a литералов. Так, например, в случае верности в w_i^a импликации $p \rightarrow q$ и ее антецедента p в этом мире в силу условий верификации $p \rightarrow q$ будет верифицироваться q независимо от того входит ли q в список w_i^a или же нет. Пункт (1) специально сформулирован таким образом, что литерал истинен, *если входит* в соответствующий список w_j^a, но отнюдь не *если и только если входит* в этот список.

Указанное обстоятельство открывает возможность верифицировать в атомарных мирах противоречивые формулы несмотря на предъявляемое к этим мирам требование непротиворечивости относительно непосредственно входящих в них литералов. Это ясно из того, что верная импликация $p \rightarrow q$ (при верности p) может обеспечить верифицируемость своего консеквента в мире, где верифицируется его отрицание, да и сам консеквент может изначально быть противоречивым, т.е. импликация может иметь вид сразу $p \rightarrow q \neg q$.

Хотя формулы с классическими связками верифицируются в атомарных мирах стандартным образом, следует иметь в виду, что дизъюнкция $p \vee q$ может верифицироваться в таком мире, в котором нельзя верифицировать ни p, ни q. Так, в случае верности в мире w_i импликации $\neg p \rightarrow q$ указанная дизъюнкция является истинной во всех достижимых из w_i мирах, причем это означает, что во всех этих мирах истинно p или истинно q, но не обязательно

известно, какое именно из них. На атомарные миры не делается никаких ограничений с точки зрения их полноты. В них не исключается также возможность верификации противоречивых формул. Это, очевидно, не позволяет верифицировать или фальсифицировать во всех возможных мирах ни одну из формул, содержащую только классические связки.

Такой подход, как уже отмечалось, позволяет построить семантику так называемой первопорядковой релевантной логики, описывающей утверждения вида $A \rightarrow B$, где A и B – формулы классической логики [8]. Как мы увидим ниже, в нашем случае верность B во всех мирах, в которых верифицируется A, тоже будет означать, что $A \rightarrow B$ имеет силу в релевантной логике, но это отнюдь не значит, что эта последняя формула верифицируется во всех мирах. То обстоятельство, что, скажем, во всех мирах, где верифицируется A, верифицируется само A, а также $A \vee B$, $\neg\neg A$ и другие формулы, рассматривается как свидетельство чисто фактического положения дел, не дающее еще основания для утверждений о верификации в этих мирах соответствующих импликаций: $A \rightarrow A$, $A \rightarrow A \vee B$, $A \rightarrow \neg\neg A$ и т.д.

Утверждение об импликативной связи (логической или онтологической) не может быть обосновано никаким фактическим положением дел. Такого рода связь между некоторыми высказываниями (событиями) может быть только постулирована[17]. Заметим, что и в тех случаях, когда речь идет об импликации между двумя импликациями же, истинность первой из которых детерминирует истинность второй, мы все равно не имеем ее (этой импликакции импликаций) верифицируемости во всех мирах. Так, в силу *D1* во всех мирах, где верно $A \rightarrow B$ будет верифицироваться $C \rightarrow A \rightarrow .C \rightarrow B$. Но при этом сам принцип транзитивности $A \rightarrow B \rightarrow .C \rightarrow A \rightarrow .C \rightarrow B$, как и любой иной логический принцип, верифицировать во всех мирах не удастся[18]. Собственно это обстоятельство и является сердцевиной и принципиальной особенностью предлагаемой семантики.

Именно для этого используется имеющийся в каждом универсуме рассуждений w_i мир следствий w_i^e, который мы называем также теоретическим миром или "вторым этажом". При этом импликация $A \rightarrow B$ верифицируется в мире w_i только при условии, что

---

[17] В силу этого обстоятельства мы рассматриваем предлагаемую семантику как семантику юмовского, а не лейбницевского типа, где логические истины рассматриваются как истины во всех возможных мирах. В семантике S^{ea} нет никаких истинных во всех мирах утверждений помимо тех, истинность которых является следствием явно принятых постулатов. Подробнее смотри об этом в [4].

[18] Мы можем доказать, что во всех мирах имеет силу метаутверждение $A \rightarrow B \supset .C \rightarrow A \rightarrow .C \rightarrow B$ и на этом основании говорить о семантической истинности $A \rightarrow B \rightarrow .C \rightarrow A \rightarrow .C \rightarrow B$, но это не то же, что истинность этой формулы во всех мирах.

во всяком достижимом из w_i мире w_j, в котором на "первом этаже", т.е. в атомарном мире верифицируется A, на втором этаже имеется B. То, что B должно верифицироваться также и на первом этаже очевидно. Требуется также, чтобы в указанных мирах в случае фальсификации B (верификации $\neg B$) на втором этаже было $\neg A$. За счет этого реализуется принцип контрапозиции импликации.

Откуда возникает столь странно выглядящее дополнительное условие

$$T(\neg(C \to B))/w_j \supset \neg(C \to A) \in w_j^e). \quad (1)?$$

На самом деле в качестве такого дополнительного условия хотелось бы иметь утверждение

$$((C \to A) \Rightarrow (C \to B))/w_i \qquad (2),$$

чтобы подчеркнуть, что при верификации $A \to B$ квазиимпликация должна иметь место в соответствующем мире не только между A и B, но и (чтобы обеспечивать транзитивность следования) между формулами $(C \to A)$ и $(C \to B)$, где C – произвольная формула. Сейчас, когда определение условий верификации принято, мы можем доказать и рассматривать в качестве некоторого квази-определения:

$$(\boldsymbol{EQdf})\ T(A \to B)/w_i = (A \Rightarrow B)/w_i \,\&\, \forall C((C \to A) \Rightarrow (C \to B))/w_i).$$

По виду своему требование верности $(C \to A) \Rightarrow (C \to B)$ также является чисто экстенсиональным. Но в силу того, что число формул, которые могут ставится на место C бесконечно, нет никакой возможности реализовать это требование именно чисто экстенсиональным путем. Таким образом, это экстенсиональное требование обеспечило бы нашей семантике интенсиональность в понимании следования.

Мы не могли принять (2) сразу как исходное, так как это породило бы круг в определении, поскольку для понимания (2) требуется знать условия истинности $C \to A$. По счастью, для наших целей достаточно ограничиться более слабым, чем (2), утверждением (1), которое в отличие от (2) не содержит знаков, которые еще не определены.

Дело в том, что для произвольного C обосновать

$$T(\neg(C \to B))/w_j \supset \neg(C \to A) \in w_j^e)$$

принципиально возможно только в случаях постулирования $T(A \to B)/w_i$ или получения его из других утверждений о следовании в соответствии с имеющимися семантическими возможностями. Иными словами, сформулировано условие истинности утверждения о следовании, выполнимость которого (условия) может быть установлена только после того, как в истинности этого утверждения удается убедиться по некоторым иным основаниям.

Семантическое замыкание класса формул, верифицируемых в *атомарных мирах* (*на первых этажах*) осуществляется за счет условий верификации формул. На вторых этажах формулы не верифицируются, они туда лишь входят, и поэтому на проблему их семантической замкнутости приходится специально обращать внимание. Ведь совсем не факт, что в случае нахождения на втором этаже формулы C там будет находиться также и $C \vee C$.

Формально говоря, проблема состоит в том, чтобы объяснить, почему при верности $A \rightarrow B$ в мире w_i в нем обеспечивается верность всякого утверждения $A \rightarrow C$ такого, где для C имеет силу $\forall w_i (T(B)/w_i \supset T(C)/w_i$. Речь идет об условии, требующем семантического замыкания B, то есть, нахождения на втором этаже соответствующих достижимых миров не только B, но и всех указанных C. То, что такое условие необходимо, совершенно естественно, так как верифицируемость в некотором мире формулы вида $A \rightarrow B$ должна непременно сопровождаться верифицируемостью всякой формулы $A \rightarrow C$, где C – представляет собой формулу, для которой $B \rightarrow C$ есть теорема теории, семантика которой строится.

Мы покажем, что требуемое условие осуществляется за счет замыкания, аналогичного *MP*, существование которого мы сейчас докажем и которое мы в дальнейшем будем обозначать как *MPcl*.

(***MPcl***) *Пусть* Q *– имеет вид конъюнкции* $(A_1 \rightarrow B_1) \bullet \ldots \bullet (A_n \rightarrow B_n)$ $(n \geq 1)$, *и для любого возможного мира* w_i *имеет место* $\forall k(T(A_k)/w_i \supset T(B_k)/w_i)$ $(1 \geq k \geq n)$, *тогда если* $Q \rightarrow C$ *верифицируется в мире* w_i, *то в* w_j *верифицируется* C.

Доказательство. Пусть $Q \rightarrow C$ верифицируется в мире w_i. Возможны следующие случаи. Первый. Формула Q верифицируется в мире w_i. Тогда в силу условий истинности импликации $Q \rightarrow C$ формула C верифицируется в мире w_i, и значит, *MPcl* является верным. Случай второй. Формула Q не верифицируется и не фальсифицируется в мире w_i. Это означает, что в мире w_i не фальсифицируется и не верифицируется $\neg Q$. Так как в соответствии с определением *D1* в мире w_i верифицируется $\neg Q \vee C$, то это в силу неверности $\neg Q$ влечет требуемую верифицируемость C. Наконец, третий и последний случай, когда фальсифицируется Q (верифицируется $\neg Q$). Тогда верифицируемость C вытекает из того, что $\neg Q$ может верифицироваться только в потенциально противоречивых мирах. Действительно, $\neg Q$ верифицируется в некотором мире w_i, если только в w_i фальсифицируется по крайней мере одна из импликаций $(A_k \rightarrow B_k)$ $(1 \leq k \leq n)$. Это значит, что существует достижимый из w_i мир w_j, в котором верифицируется A_k и $\neg B_k$. А так как для любого мира верифицируемость в нем A_k влечет верифицируемость B_k, то в w_j верифицируются B_k и $\neg B_k$, а

значит в w_i и поэтому в w_j фальсифицируется $B_k \to B_k$. Что и требовалось доказать.

Вернемся к проблеме семантического замыкания вторых этажей возможных миров. При верности в некотором (любом) мире w_i формулы $A \to B$ в этом же мире верифицируется $B \to C \to .\, A \to C$. Если теперь $B \to C$ таково, что имеет силу $\forall w_i\,(T(B)/w_i \supset T(C)/w_i$, то на основании (*MPcl*) получаем утверждение о верности в w_i формулы $A \to C$.

3. Семантика системы E

При построении семантики следования мы исходили из некоторого интуитивного его понимания. Мы можем теперь показать, что построенная нами семантика адекватна известной релевантной системе *E*, принимаемой в следующей формулировке:

Аксиомы E:

A1. $(A \to A)\,(B \to B) \to C \to C$ A2. $A \to B \to .B \to C \to A \to C$

A3. $A \to B \to .C \to A \to .C \to B$ A4. $(A \to A \to B) \to A \to B$

A5. $AB \to A$ A6. $AB \to B$

A7. $(A \to B)\,(A \to C) \to A \to BC$ A8. $A \to A \vee B$

A9. $B \to A \vee B$ A10. $(A \to C)(B \to C) \to A \vee B \to C$

A11. $A(B \vee C) \to AB \vee C$ A12. $A \to B \to .\neg B \to \neg A$

A13. $A \neg B \to \neg(A \to B)$ A14. $A \to \neg\neg A$ A15. $\neg\neg A \to A$

Правила вывода E:

*R*1. *Из* $A \to B$ и *A следует B* (*Modus ponens*, *MP*).

*R*2. *Из A и B следует AB* (*Правило адъюнкции*).

Определение D2. *Некоторая формула B называется семантически истинной в семантике* S^{ea} (*символически*: $\models B$), *если и только если во всяком мире* w_i, *в котором верифицируется* $B \to B$, *верифицируется B. Или формально*:

$$\models B =_{df} \forall w_i\,(T(B \to B)/w_i \supset T(B)/w_i).$$

Лемма 1. *Если* $\forall w_i\,(T(A \to A)/w_i \supset T(B)/w_i$, *то* $\models B$.

Справедливость леммы вытекает из следующих утверждений:

$$T(A \to A)/w_i \supset T(B)/w_i \quad (1)$$

$$T(B \to B)/w_i \supset T((A \to A) \to B \to .(A \to A) \to B)/w_i \quad (2)$$

$$T(B \to B)/w_i \supset T((A \to A) \to B)/w_i \quad (3)$$

$$T((A \to A) \to B)/w_i \supset T(B)/w_i \quad (4)$$

$$T(B \rightarrow B)/w_i \supset T(B)/w_i \qquad (5)$$

Утверждение (1), очевидно, берется как посылка. (2) является верным в силу транзитивности релевантной импликации. Утверждение (3) вытекает из (2) и (1) в соответствии (*MPcl*). На основании этого же пункта является верным (4). Наконец (5) получается по транзитивности из (3) и (4). *Лемма* доказана.

Покажем, что все доказуемые в системе E формулы являются в S^{ea} семантически истинными в смысле D2.

Метатеорема MT1. *Если формула B есть теорема системы E, то* $\models B$ *в* S^{ea}.

Начнем с доказательство со следующей леммы:

Лемма 2. *Если* $\forall w_i (T(A)/w_i \supset T(B)/w_i)$, *то* $\models A \rightarrow B$.

Доказательство. Утверждение $\forall w_i (T((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow B))/w_i \supset T(A \rightarrow B)/w_i)$ и, следовательно, $\models A \rightarrow B$ получается из очевидного для всякого w_i

$$T((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow B))/w_i \supset T((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow B))/w_i$$

и антецедента леммы $\forall w_i (T(A)/w_i \supset T(B)/w_i)$ в силу (*MPcl*).

Заметим вместе с тем, что если не удается доказать, что во всех мирах, в которых верифицируется A, также верифицируется и B, то это отнюдь еще не означает, что соответствующая импликация $A \rightarrow B$ не является семантически истинной. В качестве примера укажем на контрапозицию аналитической записи принципа *MP*: $\neg B \rightarrow \neg((A \rightarrow B)A)$.

Нет оснований утверждать, что в каждом мире, где верифицируется антецедент данной формулы $\neg B$, верифицируется и ее консеквент $\neg((A \rightarrow B)A)$.[19] Но, как мы убедимся, доказав *MT1*, предположение о верности в каком-либо мире импликации

$$\neg\neg B \rightarrow \neg((A \rightarrow B)A) \rightarrow .\neg B \rightarrow \neg((A \rightarrow B)A)$$

влечет признание истинности в нем и, следовательно, семантической истинности $\neg B \rightarrow \neg((A \rightarrow B)A)$.

Другая причина, по которой определение семантической истинности принимается в соответствии с D2, связана с тем, что се-

[19] Действительно тот факт, что в данном мире верифицируется $\neg B$, не означает, что в этом мире фальсифицируется конъюнкция $(A \rightarrow B)A$. Во-первых, формула A может оказаться в нем неопределенной, т.е. ни верифицироваться, ни фальсифицироваться. Во-вторых, нет никаких оснований считать, что в числе миров, достижимых из данного, непременно найдется такой мир, что A в нем верифицируется, а B фальсифицируется, как это требуется для фальсификации $(A \rightarrow B)$, являющегося вторым членом конъюнкции.

мантически истинные формулы не обязательно имеют вид импликации. Учитывая, что все аксиомы системы E имеют именно такой вид, для доказательства их семантической истинности можно использовать указанный выше прием, который оказывается пригодным для всех аксиом системы.

Семантическая истинность $(A \to A)(B \to B) \to C \to C$ $(A1)$ немедленно вытекает из $(MPcl)$.

По причине, которая станет ясной ниже, мы обратимся прежде к аксиоме $A \to B \to .C \to A \to .C \to B$ $(A3)$, а затем уже к $A2$, выражающей другой принцип транзитивности. Легко увидеть, что в аксиоме $A3$ верифицируемость ее консеквента $C \to A \to .C \to B$ является в соответствии с пунктом (7) определения $D1$ условием верифицируемости ее антецедента $A \to B$, так как последний не может быть верифицирован, если для любого C не имеет силы $(C \to A) \Rightarrow (C \to B)$, а значит и $(C \to A) \to (C \to B)$. Таким образом, аксиома А3 – семантически истинна.

Достаточно воспользоваться фактом семантической истинности А3 и тем, что выражения вида $A \to B$ и $\neg B \to \neg A$ у нас по определению идентичны, чтобы доказать семантическую истинность $A \to B \to .B \to C \to .A \to C$ $(A2)$. Действительно, в соответствии с ранее доказанным мы имеем семантически истинную формулу $\neg B \to \neg A \to .\neg C \to \neg B \to .\neg C \to \neg A$, представляющую собой вариант А3. Из нее эквивалентными заменами $\neg B \to \neg A$, $\neg C \to \neg B$ и $\neg C \to \neg A$ на $A \to B$, $B \to C$ и $A \to C$ соответственно легко получаем требуемую аксиому А2, из чего следует ее семантическая истинность.

Обратимся теперь к аксиоме $(A \to .A \to B) \to .A \to B$ (А4). Условием верификации антецедента этой аксиомы $A \to .A \to B$, в некотором мире w_i является верифицируемость $A \to B$ в каждом достижимом из w_i мире w_j, где верно A. Но для того, чтобы $A \to B$ верифицировалось в каждом таком достижимом мире, надо чтобы в каждом достижимом из каждого мира w_j мире w_k имели силу утверждения

$$(A \Rightarrow B)/w_k \text{ и } T(\neg(C \to B))/w_k \supset \neg(C \to A) \in w_k^e).$$

Однако, каждый такой мир w_k в силу рефлексивности и транзитивности отношения достижимости R есть всегда достижимый из w_i мир w_j, в котором истинно A. Этого достаточно, чтобы утверждать, что приведенные утверждения, являясь следствиями $T(A \to .A \to B)/w_i$, обеспечивают верность $T(A \to B)/w_i$. Что и требовалось доказать.

Что касается аксиом $AB \to A$ $(A5)$, $AB \to B$ $(A6)$, $A \to A \vee B$ $(A8)$, $B \to A \vee B$ $(A9)$, то их семантическая истинность вытекает из условий верификации соответствующих связок.

Из требований $(Cl1)$ и $(Cl2)$ вытекает семантическая истинность аксиомы $(A \to B)(A \to C) \to .A \to BC$ $(A7)$.

Аксиома $(A \to C)(B \to C) \to .A \vee B \to C$ (A10) за счет принципов контрапозиции и законов де Моргана сводится к $A7$ и является в связи с этим также семантически истинной.

Семантическая истинность всех остальных аксиом $A11$–$A15$: $A(B \vee C) \to AB \vee C$, $A \to B \to .\neg B \to \neg A$, $A \neg B \to \neg(A \to B)$, $A \to \neg\neg A$, и $\neg\neg A \to A$ – с очевидностью вытекает из условий верификации их антецедентов и консеквентов.

Мы установили, что все аксиомы системы E семантически истинны, и, значит, каждая аксиома Ai ($i \leq 15$) верифицируется во всех тех мирах, в которых верифицируется $Ai \to Ai$. Для завершения доказательства *MT1* нам достаточно показать, что имеющиеся в системе E правила вывода *MP* и правило адъюнкции сохраняют для теорем это свойство в силе. Это означает, что для *MP* надо убедиться, что в случае, если во всяком мире, в котором верифицируется $A \to B \to .A \to B$, верифицируется $A \to B$, и если во всяком мире, в котором верифицируется $A \to A$, верифицируется A, тогда во всяком мире, если в нем верифицируется $B \to B$, то в нем верифицируется B. Формально:

$$(T(A \to B \to .A \to B)/w_i \supset T(A \to B)/w_i) \;\&\; (T(A \to A)/w_i \supset$$
$$T(A)/w_i) \supset . \supset . T(B \to B)/w_i \supset T(B)/w_i .$$

Покажем, что приведенное утверждение справедливо. В мирах, в которых верифицируется $A \to B \to .A \to B$, а значит и $A \to B$, будет по транзитивности верной формула $(A \to A) \to A \to .(A \to A) \to B$. В силу семантической истинности формулы A и (*MPcl*) в тех же мирах верифицируется $(A \to A) \to B$, а значит и формула B . А это в силу *Леммы 1* означает, что B верифицируется во всех тех мирах, где верифицируется $B \to B$.

Для правила адъюнкции надо показать, что в случае верности утверждений

(1)$T(A \to A)/w_i \supset T(A)/w_i$ и (2)$T(B \to B)/w_i \supset T(B)/w_i$ будет иметь силу также и (3) $T(AB \to AB)/w_i \supset T(AB)/w_i$. Применение *Леммы 1*, как и в случае с *MP* делает эту задачу несложной. Обозначим как C конъюнкцию $(A \to A)(B \to B)$ и заметим сразу, что для любого w_i из (1) и (2) вытекает (4) $T(C)/w_i \supset T(A\,B)/w_i$. Если в некотором мире верно $(A\,B \to A\,B)$, то в нем имеет место: (5) $(T(C) \to AB) \to (T(C) \to AB)$. Из (5) на основании (*MPcl*) имеем последовательно сначала $(T(C) \to AB)$, а затем и нужное нам AB . А так как это имеет место для любого мира, где верно $(AB \to AB)$, можно утверждать, что AB – семантически истинно. Это означает, что правило адъюнкции сохраняет тавтологичность. Теорема *MT1* доказана.

Метатеорема MT2 (*Теорема полноты*). *Если B является семантически истинной формулой в семантике* S^{ea}, *то B есть теорема системы E. Более формально:*

Если $\models B$ в S^{ea}, *то* $\vdash B$ в E.

Стратегия доказательства состоит в том, чтобы показать, что

$$\forall w_i\,(T(A \to A)/w_i \supset T(B)/w_i) \quad (1)$$

является верным только в случае, когда B есть теорема системы E. Так как в соответствии с *Леммой 1* утверждение (1) равносильно утверждению о семантической истинности B, этого будет достаточно для доказательства *MT2*.

Поскольку никакая формула не верифицируется во всех мирах без некоторой предпосылки, очевидно, что (1) может оказаться верным только в случае, когда B получается из $A \to A$ в силу некоторых допустимых семантических преобразований, которые определяются семантическими свойствами связок, заданными определением *D1* и другими требованиями семантики.

Первые пять пунктов *D1* являются стандартными, и их применение для семантических преобразований исходной формулы всегда будет обеспечивать переход от любой теоремы E к теореме же. Пункт (6) позволяет считать $\neg(A \to B)$ семантическим ослаблением $A \neg B$, чему в E соответствует теорема $A\neg B \to \neg(A \to B)$, и поэтому преобразования, осуществляемые с использованием этого пункта, также оставляет теорему системы E ее теоремой.

В соответствии с пунктом (7) определения *D1* семантическим эквивалентом формулы $A \to B$ является $\neg B \to \neg A$, а их семантическими ослаблениями $\neg A \vee B$ и любые формулы вида $B \to C \to .A \to C$, $C \to A \to .C \to B$. Трансформации любой теоремы E, связанные с этими свойствами, приводят к новой теореме этой системы.

Наконец пункт (7) позволяет (как это доказывает *MPcl*) преобразовать в C любую формулу вида $Q \to C$, где Q есть конъюнкция семантически истинных импликаций. Так как при верности $Q \to C$ в этом случае всегда верно также $(Q \to Q) \to C$, то это равносильно разрешенному в системе E переходу от $(Q \to Q) \to C$ к C.

Замыкания (*Cl1*) и (*Cl2*) дают оправданную с точки зрения системы E возможность считать верифицированными во всяком возможном мире $C \to AB$ и $D \to .C \to AB$ в случае верности в этом мире конъюнкций $(C \to A)(C \to B)$ и $(D \to .C \to A)(D \to .C \to B)$ соответственно.

Никаких иных семантических преобразований стоящей в антецеденте (1) формулы $A \to A$, кроме названных, осуществить нельзя. И так как $A \to A$ есть теорема системы E, формула B, получающаяся в результате этих преобразований, всегда будет также теоремой этой системы. Таким образом, теорема *MT2* о семантической полноте системы E доказана.

Из *MT1* и *MT2* немедленно следует:

Метатеорема MT3. *Утверждение* $\models B$ *верно в семантике* S^{ea}, *если и только если* $\vdash B$ *в системе* E.

Этим мы завершаем построение семантики для системы E, формализующей следование, трактуемое нами, как это будет сказано ниже, как необходимая условная связь.

4. Чем детерминируется семантика следования

Осуществив построение семантики S^{ea} для системы E, обратимся к проблеме ее содержательной оправданности.

Изначально целью ставилось построение семантики для понятия следования, смысл которого понимался в соответствии с некоторой интуицией, связанной с практикой употребления этого понятия в реальных рассуждениях. Естественно, что кроме интуиции, которая дает некоторые убеждающие основания лишь тем, кто ее разделяет, имелись и другие более четкие и строгие детерминации. Изначально ясно было, какие из класса утверждений вида $A \rightarrow B$, где A и B формулы классической логики, будут относится к числу семантически истинных вне связи с конкретными исчислениями.

Задача, таким образом, сводилась практически к установлению и описанию семантически истинных формул вида $A \rightarrow B$ с вхождениями знака следования в A и (или) B. И в этом случае целый класс утверждений уже заранее относился к числу тех, которые в семантике должны были быть заведомо валидными. Речь идет, например, о законах рефлексивности, транзитивности, контрапозиции. Можно говорить поэтому, что семантика с точки зрения разбиения формул на *валидные* и *невалидные*, действительно, во многом детерминирована тем смыслом понятия следования, который ему придается вне связи с конкретными логическими исчислениями. В результате получилось, что эта самая интуиция формализуется системой E.

5. Семантические различия между импликациями, описываемыми системами E и R

Начнем с некоторых сравнительных замечаний. В чисто техническом плане названные исчисления отличаются тем, что во втором из них в отличие от первого имеет силу *принцип перестановочности импликации*. Исчисление R может быть получено, таким образом, из E путем замены во всех аксиомах и правилах вывода E знака " $\rightarrow$" на знак "$\Rightarrow$" и добавлением к так модифицированным аксиомам и правилам дополнительной аксиомы, соответствующей упомянутому принципу, а именно:

$$\text{A16. } (A \Rightarrow .B \Rightarrow C) \Rightarrow .B \Rightarrow .A \Rightarrow C.$$

При содержательном анализе различий между импликациями " $\rightarrow$" из E и " $\Rightarrow$" из R обычно отмечается, что первая из них вы-

ражает необходимую связь между высказываниями (событиями), тогда как вторая импликативная связь может иметь место просто в силу сложившихся обстоятельств и в этом смысле может оказаться случайной. При этом утверждение о необходимой импликации вида $A \rightarrow B$ не может следовать из какого-либо чисто контингентного (случайного) высказывания C. Это означает, что никакое чисто импликативное высказывание $C \rightarrow .A \rightarrow B$ с такого рода C не может быть истинным. Отсюда становится ясным запрет на перестановочность импликации в общем случае. Действительно, в некотором верном утверждении $A \rightarrow .B \rightarrow C$ высказывание B может быть контингентным, и переход к $B \rightarrow .A \rightarrow C$ был бы в таком случае неправомерным. В то же время, когда B в $A \rightarrow .B \rightarrow C$ имеет вид импликации $B_1 \rightarrow B_2$ (являясь поэтому необходимым), переход к $B \rightarrow .A \rightarrow C$ является правильным.[20]

При построении семантики S^{ea} мы не делали никаких ссылок на необходимость и случайность, и тем не менее в силу адекватности предложенной семантики для E она, очевидно, удовлетворяет изложенным ограничениям на принцип перестановочности импликации. Выяснение вопроса, за счет чего это происходит, позволит выяснить две важные вещи. *Во-первых*, можно будет получить некоторое семантическое объяснение, почему же оказывается значимым порядок антецедентов (условий) в итерированных импликациях. И, *во-вторых*, увидеть способ, которым можно изменить уже имеющуюся семантику, чтобы этот порядок стал безразличным. Это понадобится нам, чтобы получить семантику обычной условной связки.

Казалось бы отвержение принципа перестановочности импликации в семантике S^{ea} проще всего объяснить тем, что верность $A \rightarrow .B \rightarrow C$ в соответствующем мире обеспечивает нахождение формулы $B \rightarrow C$ на втором этаже каждого достижимого мира, где верифицируется A, но при этом нет оснований считать, что на вторых этажах тех же достижимых миров, где верифицируется теперь уже B, имеется $A \rightarrow C$. Из объяснения, однако, не ясно, почему в случае импликативного вида формулы B указанная ситуация место все-таки имеет.

---

[20] Заметим, что приведенное объяснение никак не оправдывает отказ от *принципа перестановочности* в импликации вида $A_1 \rightarrow .A_2 \rightarrow .... \rightarrow .A_n \rightarrow .B \rightarrow C$ относительно формул $A_1, A_2, ..., A_n$, ни одна из которых при верности указанной импликации, так сказать, по определению, не может быть контингентной, так что все эти формулы можно менять местами. Кстати сказать, в исчислении E по той причине, что только одна из формул A и $\neg A$ может быть необходимой никогда не могут быть одновременно истинными утверждения вида $A \rightarrow .B \rightarrow C$ и $\neg A \rightarrow .B \rightarrow C$. Отсюда вытекает указанная нами когда-то [14] возможность непротиворечиво расширить систему E за счет такого классически неприемлемого утверждения как $\neg(A \vee \neg A \rightarrow .B \rightarrow C)$, согласно которому принятие закона исключенного третьего в релевантной логике не расширяет класса приемлемых утверждений о следовании.

Представляется интуитивно ясным, что порядок условий, вызывающих некоторый результат, может иметь значение только тогда, когда выполнение одного из условий раньше другого изменяет характер этого другого с точки зрения оснований его верификации, будь она осуществлена при отсутствии первого условия. Именно это и имеет место в случае когда, одно из двух условий, которые мы потенциально могли бы поменять местами, само имеет вид импликации.

Действительно, давайте рассмотрим условия истинности двух формул:

$$(A \rightarrow B) \rightarrow .C \rightarrow D \quad (1) \quad \text{и} \quad C \rightarrow .(A \rightarrow B) \rightarrow D \quad (2)$$

в некотором мире w_i. Антецедент формулы (1) верифицируется в w_i, когда $A \rightarrow B$ истинно *во всех* достижимых из w_i мирах. Поэтому вопрос о верифицируемости консеквента $C \rightarrow D$ этой формулы также решается относительно всех достижимых из w_i миров. Таким образом, импликация $A \rightarrow B$, оказавшись первым антецедентом в (1) не изменяет оснований верификации второго антецедента, каковым является формула C. В формуле (2) при истинности C в мире w_i вопрос об истинности в этом мире $(A \rightarrow B) \rightarrow D$ будет решаться при предположении, что $A \rightarrow B$ верифицируется *во всех тех достижимых мирах, в которых истинно* C. И если C – высказывание контингентное и в силу этого, возможно, истинное лишь в некоторых достижимых мирах, то основания верификации $A \rightarrow B$ сравнительно с теми, какими они были в (1), очевидно, существенно меняются. В (2) они оказываются более слабыми, а само высказывание (2) является поэтому логически более сильным, чем высказывание (1). Таким образом, формулы (1) и (2) не эквивалентны, и первая следует из второй, но не наоборот[21].

Чтобы получить семантическое оправдание принципа перестановочности импликации в общем случае, необходимо устранить семантическое различие между импликативными и неимпликативными формулами. То различие, которое мы только что описали, можно было бы ликвидировать, принимая утверждение, что любое высказывание A, истинное в мире w_i, является истинным во все достижимых из w_i мирах. Это отнюдь не означает, что A признается необходимым как истинное во всех достижимых мирах. Напротив меняется класс достижимых миров, и к ним относятся только те, где верно A.

Таким путем мы, однако, не устраним структурных различий между импликативными и неимпликативными формулами, тогда

---

[21] Когда говорят, что принцип перестановочности эквивалентности применим к (2), обычно подразумевают тем самым, что только импликативная посылка может выносится вперед, хотя более точной характеристикой ограничения на перестановку является запрет на перенос импликативной посылки внутрь формулы, выставляя вперед контингентную посылку.

как именно это, а отнюдь не отмеченное семантическое различие позволяет применять принцип перестановочности к первым, но не ко вторым. Продемонстрируем, почему в E оказывается доказуемой

$$(A \to .(B_1 \to B_2) \to C) \to .(B_1 \to B_2) \to .A \to C \quad (3),$$

но не

$$(A \to .B \to C) \to .(B \to .A \to C) \quad (4).$$

Частный подстановочный случай принципа транзитивности делает верным для всякой импликации $B_1 \to B_2$ утверждение

$$(B_1 \to B_2) \to .(B_1 \to B_1) \to (B_1 \to B_2) (5),$$

откуда опять по транзитивности имеем

$$(B_1 \to B_2) \to .(B_1 \to B_2) \to C \to .(B_1 \to B_1) \to C (6).$$

Из (6), устраняя $(B_1 \to B_1)$ в $(B_1 \to B_1) \to C$, получаем

$$(B_1 \to B_2) \to .(B_1 \to B_2) \to C \to C \quad (7).$$

Мы имеем , таким образом, аналог закона утверждения консеквента $B \to .B \to C \to C$ (8), для случая, когда B импликация. Приводимая далее последовательность теорем, где (9) получается из (8), а (10) и (11) являются подстановками в (9), доказывает формулу (3):

$$B \to .(A \to (B \to C)) \to .A \to C \quad (9)$$

$$(A \to (B \to C)) \to .(B \to .(A \to (B \to C)) \to .A \to C) \to (B \to .A \to C) \quad (10)$$

$$(9) \to .(10) \to (3) \quad (11)$$

Доказуемость (3) связана с возможностью получить (5). И эта возможность, очевидно, связана исключительно с тем, что импаликация позволяет за счет фиктивной транзитивности получить как следствие то, что она следует из закона рефлексивности. Принцип перестановочности импликации без ограничений был бы доказуем в случае принятия $A \to .(A \to A) \to A$.

По этой причине семантику условной связки "$\Rightarrow$", которую описывает исчисление R, можно получить за счет добавления к семантике для E дополнительного пункта, позволяющего считать, что во всяком универсуме рассуждений w_i, в котором верифицируется формула A, верифицируется формула $A \Rightarrow B \Rightarrow B$. Или формально:

$$T(A)/w_i \supset T(A \Rightarrow B \Rightarrow B)/w_i \quad (1),$$

что равносильно утверждению $\models A \Rightarrow .A \Rightarrow B \Rightarrow B$. Это утверждение является объектом пристального интереса и критики, и стоит специального внимания.

Прежде всего мы должны обратить внимание на то, что его консеквент говорит о том, что при истинности A в мире w_i формула $(A \Rightarrow B) \Rightarrow B$ верифицируется во всяком достижимом из w_i мире. Это как бы предполагает, что во всяком таком мире должно верифицироваться A. Иначе совершенно непонятно, на каком таком основании условное высказывание $A \Rightarrow B$ могло бы влечь B. Такое положение можно было бы оправдать, будь A семантически истинным. Но оно берется совершенно произвольно. Таким образом, всякое A оказывается как бы необходимым, тем более, что у (1) есть такой подстановочный частный случай как

$$T(A)/w_i \supset T((A \Rightarrow A) \Rightarrow A)/w_i \qquad (2).$$

И это последнее утверждение выглядит таким образом, что верность любого произвольного A в некотором мире достаточна, чтобы во всех достижимых мирах его можно было рассматривать как следствие из очевидного логического закона. Подобное понимание утверждений (1) и (2) нередко влечет негативное отношение к исчислению R и его модальным расширениям (см., например, [8]).

Я предлагаю здесь принципиально иное толкование этих утверждений. Оно связано с определенным пониманием отношения достижимости. Данное отношение очень различно в семантиках для E и для R. Так в семантике для E мы имели дело с неким так сказать абсолютным отношением достижимости, которое разбивало все множество универсумов рассуждений на соответствующие пары таким образом, что у всякого w_i имелось всегда одно свое точно очерченное и неизменное множество достижимых миров. И всякий мир из W всегда либо принадлежал, либо не принадлежал к этому множеству. В семантике для R отношение достижимости носит совсем иной характер. Оно релятивизировано относительно самих верифицируемых высказываний и является контекстуально обусловленным. В E описывается необходимая импликация, и поэтому в ее семантике достижимые миры это те, которые сохраняют верность всех необходимых высказываний.

Когда же мы говорим о достижимых мирах при верификации обычной условной связки, которую описывает исчисление R, то в число таковых попадают только те из миров, в которых сохраняют свою верность также и некоторые, пусть и не являющиеся необходимыми, но явно или неявно предполагаемые верными высказывания. Условное высказывание в случае своей верности описывает допустимую ситуацию, возможное положение дел и тем самым ограничивает число возможных достижимых миров.

Мы имеем дело, таким образом, с двумя различными отношениями достижимости, одно из которых (в семантике для E) мы будем именовать отношением *N–достижимости*, а второе (в семантике для NR) отношением *C–достижимости*. Это второе является подотношением первого. Вне какого-либо контекста множество

достижимых миров в обоих случаях одно и то же. Контекст может сузить множество *C–достижимых* миров, и, возможно, терминологически более оправданным было бы говорить в этом случае не о *достижимых*, а скорее о *допустимых* мирах. Вместе с тем никакой контекст не влияет на множество *N*–достижимых миров, которое всегда остается тем же самым. Указанная разница между обсуждаемыми отношениями особенно видна, когда верифицируются итерированные импликативные высказывания вида $A \rightarrow .B \rightarrow C$ и $A \Rightarrow .B \Rightarrow C$. При верификации консеквента $B \rightarrow C$ первого из них в числе достижимых остаются все те же миры, что и при верификации всего высказывания. В то время как при верификации консеквента $B \Rightarrow C$ второго высказывания в число допустимых попадают лишь те миры, в которых верифицируется A. Высказывание $A \Rightarrow .B \Rightarrow C$ будет истинно поэтому только при условии, что в каждом мире, где верно B, оказывается верным $A \Rightarrow C$. Иначе говоря, порядок, в котором встречаются условия, обеспечивающие верность, консеквента не имеют значения.

Более полно различия между отношениями *N*– и *R*–достижимости мы намерены раскрыть в следующей работе, где будет предложена семантика исчисления *NR* и в которой будут фигурировать одновременно оба этих отношения.

Чтобы закончить с содержательным обсуждением утверждений (1) и (2), заметим еще раз, что верность консеквентов этих утверждений действительно предполагает, что A верифицируется в каждом достижимом из w_i мире, но отнюдь не в силу каких-то свойств A, а только потому, что достижимыми (допустимыми) мирами оказываются исключительно те, где A верно. При этом (1) и (2) являются верными и в том возможном случае, когда соответственно $A \Rightarrow B$ и $A \Rightarrow A$ не верифицируются ни в одном из достижимых миров. Заметим также, что утверждение (2) не придает A никого особого логического статуса. И утверждение (1), и утверждение (2) говорят о свойствах A нисколько не больше, чем верные в силу *MP* принципы $A(A \Rightarrow B) \Rightarrow B$ и $A(A \Rightarrow A) \Rightarrow A$.

От некоторой интуитивной неудовлетворенности по отношению к принципу $A \Rightarrow .(A \Rightarrow B) \Rightarrow B$ можно избавиться, прочтя его так:

Предположим имеет место A, тогда, если A влечет B, то имеет место B.

При этом ясно, что следует считать A все время истинным не потому, что оно необходимо или даже вообще истинно, но просто по предположению. И кроме того, в случае реальной истинности A и, стало быть, также и $(A \Rightarrow B) \Rightarrow B$, это последнее даже в случае теоретического характера $(A \Rightarrow B)$ не надо трактовать как утверждение о том, что B есть следствие теории, но только как теоретическое (*если эта теория принимается*) следствие из A . Говорим же мы, что из $\neg\neg A$ в классической логике следует A . Причем с этим утверждением согласится и представитель интуиционистской

логики, в рамках которой, конечно, совершенно неприемлемо утверждение о том, что из $\neg\neg A$ логически следует A. Отсюда, кстати, видно, что обсуждаемый принцип говорит нечто большее, чем утверждение $A \Rightarrow B \Rightarrow .A \Rightarrow B$, из которого он получается перестановкой.

6. Семантика исчисления R.

Задачу построения семантики для исчисления R будем решать путем соответствующей адаптации семантики S^{ea}, построенной для E. Первое, с чего мы начнем, это примем все пункты определения (1)–(7) определения *D1*, а также замыкания (*Cl1*) и (*Cl2*), заменив в них одинарную стрелку " $\rightarrow$" двойной стрелкой " $\Rightarrow$".

Нужной адаптации семантики S^{ea} можно добиться, принимая некоторые специальные условия, без которых не может быть оправдано никакое утверждение вида $\models A \Rightarrow .B \Rightarrow C$, где A – контингентное высказывание.

Мы уже говорили выше, что семантика немодальной условной связки, какой является "$\Rightarrow$", должна устранить семантические различия между условным и обычным высказываниями. Причем речь идет о тех семантических различиях, которые вызываются их структурным различием. Мы видели также, что одним из способов решить эту задачу может быть принятие любого из утверждений:

$$T(A)/w_i \supset T(A \Rightarrow A \Rightarrow A)/w_i \text{ или } T(A)/w_i \supset T(A \Rightarrow A \Rightarrow A)/w_i.$$

Мы поступим здесь по иному, дополнив имеющуюся у нас семантику S^{ea}, адаптированную для E, таким замыканием возможных миров W, которое явным образом будет устранять последствия структурных различий между импликативными и неимпликативными высказываниями.

Семантику S^{ea} для исчисления R мы получаем, таким образом из соответствующей семантики для E за счет изменений в определении *D1*, осуществляемых за счет принятия следующего определения:

Определение D3. *Формулы языка исчисления R верифицируются в мире w_i исключительно в соответствии с определением D1 и замыканиями* (*Cl1*) и (*Cl2*), *в текстах которых одинарная стрелка* " $\rightarrow$" *заменяется двойной стрелкой* " $\Rightarrow$", *и кроме того выполняется дополнительное требование, обозначаемое* (*EQcl*):

(***EQcl***) *Для любой формулы A существует такая импликативная формула $A_1 \Rightarrow A_2$, что A верифицируется или фальсифицируется в некотором достижимом мире w_i, если и только если в этом мире соответственно верифицируется или фальсифицируется $A_1 \Rightarrow A_2$.*

Иными словами, (*EQcl*) утверждает, что для любого высказывания в том числе контингентного имеется семантически эквивалентная ему импликация[22].

Определение семантически истинной формулы также корректируется соответствующим образом:

Определение D4. *Некоторая формула B называется семантически истинной в семантике* S^{ea} (*символически*: $\models B$), *если и только если во всяком мире* w_i, *в котором верифицируется* $B \Rightarrow B$, *верифицируется B. Формально*: $\models B =_{df} \forall w_i (T(B \Rightarrow B)/w_i \supset T(B)/w_i)$.

Имеет место лемма:

(***LM1***) *Если* $\forall w_i (T(A \Rightarrow A)/w_i \supset T(B)/w_i$, *то* $\models B$.

Доказательство (*LM1*) аналогично доказательству Леммы 1.

Имеет силу также соответствующий аналог Леммы 2**:**

(***LM2***) *Если* $\forall w_i (T(A)/w_i \supset T(B)/w_i)$, *то* $\models A \Rightarrow B$.

Нам потребуется также лемма:

(***LM3***) *Пусть G есть семантически истинная формула, в которую входит формула D, имеющая вид* $D_1 \Rightarrow D_2$, *и пусть G остается семантически истинной при замене всех вхождений в нее D любой другой импликативной формулой* $C_1 \Rightarrow C_2$. Тогда *семантически истинной является также любая формула* G', *которая получается из G заменой всех вхождений D любой произвольной формулой B.*

Доказательство (*LM3*) немедленно вытекает из (*EQcl*), так как любой произвольной формуле *B* соответствует некоторая семантически эквивалентная импликация.

Можно показать теперь, что все теоремы исчисления *R* являются семантически истинными в смысле определения *D4*.

Метатеорема MT4. *Если формула B есть теорема системы R, то* $\models B$ *в семантике* S^{ea} *для языка исчисления R.*

Учитывая, что произведенные в семантике, построенной для *E*, изменения сохраняют семантическую истинность аксиом *A*1–*A*15 исчисления *R*, а также свойство правил вывода *R* оставлять такую истинность в силе, для доказательства *MT4* остается установить семантическую истинность аксиомы

---

[22] Ничего противоестественного в таком подходе нет, так как, вообще говоря, любое высказывание может быть представлено в виде эквивалентного ему условного. В принципе, вместо принятого (*Cl4*) можно было бы принять дающее тот же эффект (*Cl4**):
Если $\forall D(T(D \Rightarrow A)/w_i \supset T(D \Rightarrow B \Rightarrow .D \Rightarrow C)/w_i))$, *то* $T(A)/w_i \supset T(B \Rightarrow C)/w_i$.

$$A16.\ (A \Rightarrow .B \Rightarrow C) \Rightarrow .B \Rightarrow .A \Rightarrow C.$$

Так как все аналоги теорем системы E являются семантически истинными, имеем для соответствующей E-теоремы:

$$\models (A \Rightarrow .(D_1 \Rightarrow D_2) \Rightarrow C) \Rightarrow .(D_1 \Rightarrow D_2) \Rightarrow .A \Rightarrow C,$$

где вхождения $D_1 \Rightarrow D_2$ можно заменить любой произвольной (одинаковой) импликацией. Из этого и *LM3* вытекает семантическая истинность аксиомы А16.

Метатеорема MT5. *Если* $\models B$ *в семантике* S^{ea} *для языка исчисления R, то формула B доказуема в R (теорема полноты).*

Чтобы доказать справедливость MT5 нам достаточно показать, что внесенное в семантику S^{ea} для E изменение, связанное с замыканием (*EQcl*), сохраняет для R свойство теоремности. Так как (*EQcl*) сводится к предположению существования для произвольной формулы A семантически эквивалентной ей импликативной формулы, то нам достаточно сказать, что это соответствует исчислению R, так как в нем имеет силу эквивалентность формул A и $A \Rightarrow A \Rightarrow A$. *MT5* доказана.

Из *MT4* и *MT5* следует:

Метатеорема MT6. *Формула B есть теорема системы R, если и только если* $\models B$ *в семантике* S^{ea} *для языка исчисления R.*

ЛИТЕРАТУРА

1. *Sidorenko E.A.* Relational semantics of entailment // XIX World Congress of Philosophy, Moscow, August 1993, Book of Abstracts. V. 1. P. 22-28
2. *Сидоренко Е.А.* Релевантная реляционная семантика с двумирными точками соотнесения // Труды научно-исследовательского семинара логического центра Института философии РАН, 1993. М., 1994. С. 61-78.
3. *Сидоренко Е.А.* Реляционная семантика релевантных исчислений // Логические исследования. Вып. 3. М.: Наука, 1995.С. 53-71.
4. *Сидоренко Е.А.* Семантика возможных миров: от лейбницевской к юмовской // Логические исследования. Вып. 3. М.: Наука, 1995. С. 24-37.
5. *Anderson A.R., Belnap N.D.* Entailment. V.1, Princeton, 1972.
6. *Routly R., Meyer R.* The Semantics of Entailment // Truth, Syntax and Modality (ed. by H.Leblanc). Amsterdam – 1973. P.199–243.
7. *Сидоренко Е.А.* Логическое следование и условные высказывания. М., 1983. 170 с.
8. *Войшвилло Е.К.* Философско-методологические аспекты релевантной логики. М., 1988. 140 с.

9. *Vasyukov V.L.* From ternary to tetrary // Bulletin of the Section of Logic. 1994. N 23. P.163-167.
10. *Смирнова Е.Д.* Логика и философия. М., 1996.
11. *Lewis C. I.* A survey of symbolic logic. Berkeley, 1918.
12. *Prior A.N.* Formal logic. Oxford, 1955
13. *Зиновьв А.А.* Логика высказываний и теория вывода. М., 1962.
14. *Сидоренко Е.А.* Е-системы и их непротиворечивые расширения за счет классически неприемлемых принципов // Релевантные логики и теория следования. М.: Наука, 1979.
15. *Maksimowa L.* A semantics for the calculus E of entailment // Bulletin of the section of logic. 1973. V. 2, N 1, Wroclaw.
16. *Смирнов В.А.* Формальный вывод и логические исчисления. М.: Наука, 1972.
17. *Карпенко А.С.* Фатализм и случайность будущего. Логический анализ. М.: Наука, 1990.
18. *Сидоренко Е.А.* Семантика следования (для системы Е) // Труды научно-исследовательского семинара логического центра Института философии РАН, 1996. М., 1997.
19. *Sidorenko E.A.* Relevant semantics with binary relation of accessibility // Bulletin of Section of Logic. 1997. V.26, N4, Univ. of Lódź, Lódź, Poland. P.168-178

Д.В.Зайцев

ТЕОРИЯ РЕЛЕВАНТНОГО СЛЕДОВАНИЯ II: СЕМАНТИКА[1]

Abstract. *This paper is a continuation of* [2]. *I will consider algebra of* **TE** *(1) and provide an algebraic semantics for it (2). In (3) this semantics will be presented in a more familiar way as relational semantics.*

1. Алгебра TE

Прежде, чем осуществить построение реляционной семантики для системы **TE**, имеет смысл рассмотреть соответствующую этой системе алгебраическую структуру. Пусть стартовой точкой будет алгебра системы **R**, поскольку она хорошо изучена и имеет удобную аксиоматизацию. Системе **R** соответствует класс моноидов ДеМоргана. Это соответствие гарантирует, во-первых, что алгебра линденбаума **R** является моноидом ДеМоргана, а во-вторых, все теоремы **R** общезначимы в этих структурах.

В соответствии с [5, p.193] моноид ДеМоргана это структура M=<**D**, $\cap$, $\cup$,$\neg$, °, **e**>, где

1. <**D**, $\cap$, $\cup$,$\neg$> – решетка ДеМоргана;
2. <**D**, °, **e**> – Абелев моноид, т.е. ° коммутативная, ассоциативная бинарная операция на **D**, а **e**$\in$**D** и **e°a=a**;
3. **a°(b$\cup$c)=(a°b)$\cup$(a°c)** – моноид является решеточно упорядоченным;
4. **a$\leq$a°a** – ° обладает свойством верхней полуидемпотентности (свойство “квадратов”);
5. **a°b$\leq$c** $\Leftrightarrow$ **a°$\neg$c$\leq\neg$b** – “антилогизм”;
6. **a°b$\leq$c** $\Leftrightarrow$ **a$\leq$b$\rightarrow$c** – резидуальность.

Легко показать, что благодаря 5 и 6 имеет место

7. **a°b$\leq$c** $\Leftrightarrow$ **a$\leq\neg$(b°$\neg$c)**,

т.е. импликация определяется через интенсиональную конъюнкцию и отрицание.

Алгебраические структуры для других систем релевантной логики менее изучены. Скажем, для **E** известна структура, названная в [7] квази-моноидом ДеМоргана. Подходящая для **TE** структура также будет получена из моноида ДеМоргана, и ей, возмож-

---

[1] Эта статья является продолжением [2]. В ней будет рассмотрена алгебра системы **TE**, построена алгебраическая семантика, адекватная этой системе. После этого будут предложены два варианта тернарной теоретико-множественной семантики (семантики возможных миров) для этой системы.

но, подошло бы это же название, но оно уже занято. Поэтому будем говорить о псевдо-моноиде ДеМоргана, имея в виду алгебру **TE**.

Итак, псевдо-моноид ДеМоргана, это $\boldsymbol{T}$= <**D**, ∩, ∪, ¬, °, **e**>, где выполняются свойства 1, 3, 6, а также

2.0.$^{\#}$ **e** - единица, т.е. **e°a=a**;

2.1.$^{\#}$ **(a°b)°c ≤ a°(b°c)**;

2.2.$^{\#}$ **(a°b)°c ≤ b°(a°c)**;

2.3.$^{\#}$ **a°b ≤ (a°b)°b**;

5$^{\#}$. **a°b≤c ⇔ a°¬c≤¬b ⇔ b°¬c≤¬a**.

Свойство квадратов отсутствует.

Свойство 5$^{\#}$ обеспечивает 7. Кроме того укажем еще ряд полезных свойств: решеточная упорядоченность дает монотонность 8 **a≤b ⇒ c°a≤c°b**; а резидуальность – своеобразный *modus ponens* в форме 9 **a→b°a≤b**. Свойство 2.0.$^{\#}$ и резидуальность позволяют доказать "теорему следования" – **a≤b ⇔e≤a→b**.

Учитывая эти производные свойства, постулаты 2.1$^{\#}$–2.3$^{\#}$ можно переписать в более привычном "импликативном" виде: **a→b≤(c→a)→(c→b)**; **a→b≤(b→c)→(a→c)**; **a→(a→b)≤a→b**.

В качестве примера можно привести доказательство последнего свойства. В постулат 2.3$^{\#}$ осуществим подстановку **a→(a→b)** на место **a** и **a** на место **b** - **a→(a→b)°a**. По постулату получаем **a→(a→b)°a ≤ (a→(a→b)°a)°a**. По свойству 9 два раза получаем **a→(a→b)°a≤b ⇔ a→(a→b)≤a→b**, что и требовалось доказать.

Для построения алгебраической семантики **TE** потребуется предпринять некоторые дополнительные меры. Дело в том, что стандартно системы релевантной логики формулируются без пропозициональных констант. Однако, всегда имеется возможность добавить в язык константу **t** и соответствующие аксиомы. Для **TE** это сама **t** и **t→(*A*→*A*)**. Обозначим такую формулировку **TE**^{t}.

2. Алгебраическая семантика TE

В качестве модели **TE** будем использовать псевдо-моноид ДеМоргана. Рассмотрим **TE**-модельную структуру <$\boldsymbol{T}$, φ>, где $\boldsymbol{T}$ – псевдо-моноид ДеМоргана, а функция φ ставит пропозициональным переменным в соответствие элементы **D**, а константе **t** – **e**.

Пусть теперь $\boldsymbol{Q}$=< $\boldsymbol{T}$, φ, $|\ |$> – это модель **TE**, где $\boldsymbol{T}$, φ определены выше, а $|\ |$ – функция оценки, сопоставляющая произвольной формуле *A* языка **TE** элементы **D** по следующим правилам:

1) если *A* есть пропозициональная переменная или константа, то $|A|_{\varphi}=\varphi(A)$;

2) если *A* есть $\neg B$, то $|A|_{\varphi}= \neg |A|_{\varphi}$;

3) если *A* есть $B\&C$, то $|A|_{\varphi}= |B|_{\varphi} \cap |C|_{\varphi}$;

4) если *A* есть $B\vee C$, то $|A|_{\varphi}= |B|_{\varphi} \cup |C|_{\varphi}$;

5) если *A* есть $B\to C$, то $|A|_{\varphi}= |B|_{\varphi} \to |C|_{\varphi}$;

6) если *A* есть $B\ ^{\circ}C$, то $|A|_{\varphi}= |B|_{\varphi}\ ^{\circ} |C|_{\varphi}$.

При таком определении модели получается, что функция $|\ |$ есть **e**-гомоморфизм, (т.е., сохраняющий единицу)[2].

Формула A истинна в модели $\boldsymbol{Q}$ ($\boldsymbol{Q}\models A$) *iff* $\mathbf{e}\leq|A|_{\varphi}$.

Формула A значима в псевдо-моноиде ДеМоргана ($\boldsymbol{T}\models A$) *iff* для всякой модели $\boldsymbol{Q}$ верно, что $\boldsymbol{Q}\models A$.

Формула A общезначима ($\models A$) *iff* для всякого псевдо-моноида ДеМоргана $\boldsymbol{T}$ верно, что $\boldsymbol{T}\models A$.

MT1. TE (**TE**^{t}) непротиворечива по отношению к классу псевдо-моноидов ДеМоргана. Т.е., **TE**$\vdash A \Rightarrow$ для всякого псевдо-моноида ДеМоргана $\boldsymbol{T}$ верно, что $\boldsymbol{T}\models A$.

Доказательство непротиворечивости получается как обобщение аналогичного доказательства для системы $\mathbf{E}_{\mathbf{fde}}$. В качестве примера рассмотрим аксиому сокращения: $(A\rightarrow(A\rightarrow B)\rightarrow(A\rightarrow B)$. Чтобы показать, что она истинна в модели, т.е. $\mathbf{e}\leq|(A\rightarrow(A\rightarrow B)\rightarrow(A\rightarrow B)|_{\varphi}$, достаточно по "теореме следования" показать, что $|A\rightarrow(A\rightarrow B)|_{\varphi}\leq|A\rightarrow B|_{\varphi}$. По определению $|\ |$, левая и правая части могут быть преобразованы так, что все выражение примет вид: $|A|_{\varphi}\rightarrow(|A|_{\varphi}\rightarrow|B|_{\varphi})\leq|A|_{\varphi}\rightarrow|B|_{\varphi}$, что представляет собой постулат 2.3$^{\#}$. Аналогично доказывается, что все аксиомы общезначимы, а правило *MP* сохраняет общезначимость.

MT2. TE (**TE**^{t}) полна по отношению к классу псевдо-моноидов ДеМоргана. Т.е. для всякого псевдо-моноида ДеМоргана $\boldsymbol{T}$ верно, что $\boldsymbol{T}\models A \Rightarrow$ **TE**$\vdash A$.

Метод доказательства теоремы полноты достаточно стандартный. Вводится отношение эквивалентности между формулами **TE** ($A\leftrightarrow B$) и показывается, что это действительно отношение эквивалентности, т.е. рефлексивное, симметричное и транзитивное. Далее определяются классы эквивалентности $[A]=\{B\colon \mathbf{TE}\vdash A\leftrightarrow B\}$ и строится алгебра Линденбаума так, чтобы $<\boldsymbol{T}/\leftrightarrow, \cap, \cup, \neg>$ представлял собой алгебру Линденбаума. Тогда $\boldsymbol{Q}^{c}=<\mathbf{T}/\leftrightarrow, \varphi^{c}, |\ |^{c}>$ – каноническая оценка, при этом $|\ |^{c}$ ставит в соответствие формулам их классы эквивалентности. Для определенной подобным образом канонической модели будет иметь место следующее соотношение **TE**$\vdash A$ *iff* $[\mathbf{t}]\leq[A]$.

Таким образом, предположение о недоказуемости некоторой формулы непосредственно влечет ее опровержимость в канонической модели, что по контрапозиции дает формулировку теоремы о полноте.

3.Теоретико-множественная семантика TE

Все это позволяет построить реляционную семантику системы **TE** типа семантик Роутли-Майера (см. [4]).

Модель $\boldsymbol{R}=<\mathbf{K}, \mathbf{o}, \mathbf{R}, *, \models>$, где $\mathbf{K}\neq\varnothing$, $\mathbf{o}\in\mathbf{K}$, $\mathbf{R}\subseteq\mathbf{K}^{3}$, $*\colon \mathbf{K}\rightarrow\mathbf{K}$, $\models\subseteq\mathbf{K}\times\{A\}$.

---

2 См. [3, pp197, 357]

Определения:

a≤a *iff* **Roaa.**

$\mathbf{R^2abcd}$ *iff* $\exists$**x** (**Rabx** и **Rxcd**)

$\mathbf{R^2a(bc)d}$ *iff* $\exists$**x** (**Raxd** и **Rbcx**)

Модель на основе приведенных определений удовлетворяет семантическим постулатам:

r.1. **a≤a**;

r.2. **a≤x** и **Rxbc** $\Rightarrow$ **Rabc**;

r.3. $\mathbf{R^2abcd} \Rightarrow \mathbf{R^2a(bc)d}$;

r.4. $\mathbf{R^2abcd} \Rightarrow \mathbf{R^2b(ac)d}$;

r.5. **Rabc** $\Rightarrow$ **Rac*b***;

r.6. **a**=a**,

а также условиям:

I. **Условие наследования:** Для произвольной пропозициональной переменной *p* верно, что если **a** $\models p$ и **a≤b**, то **b**$\leq p$.

II. Условия истинности формул:

(¬) **a** $\models \neg A \Leftrightarrow$ неверно, что **a*** $\models A$;

(&) **a** $\models A\&B \Leftrightarrow$ **a** $\models A$ и **a** $\models B$;

(v) **a** $\models A \vee B \Leftrightarrow$ **a** $\models A$ или **a** $\models B$;

(→) **a** $\models A \rightarrow B \Leftrightarrow \forall$**b,c**$\in$**K** ((**Rabc** и **b** $\models A$) $\Rightarrow$ **c** $\models B$).

Ниже речь пойдет о семантике системы **TE**, но если вспомнить о ее **t**-формулировке, то соответствующее условие примет вид: **a** $\models$**t** $\Leftrightarrow$ **o≤a**.

Формула *A* истинна в модели *iff* **o** $\models A$.

Из *A* следует *B* *iff* $\forall$**a**$\in$**K**(**a** $\models A \Rightarrow$ **a** $\models B$).

Формула *A* общезначима *iff A* истинна во всякой модели.

Построенная семантика обладает всеми метатеоретическими свойствами подобных семантика для систем релевантной логики. Она адекватна системе **TE.** Кроме того имеет место **теорема о следовании**: $A \models B$ *iff* **o** $\models A \rightarrow B$.

В предыдущей статье отмечалось, что одна из важных особенностей **TE**, позволяющая ей претендовать на роль теории релевантного следования, состоит в том, что теоремами **TE** являются *только* импликативные формулы. В противоположность **TE**, стандартные системы релевантной логики аксиоматизируют класс законов, включающий помимо импликативных формул еще и истинно-значные тавтологии. В этом случае включение выделенного мира **o** в модельную структуру вполне оправдано. Но так ли он необходим для теории чистого следования?

Если обратиться для ответа на этот вопрос к первоуровневому фрагменту такой теории, т.е. к системе $\mathbf{E_{fde}}$, то легко заметить, что ни одна из семантик, построенных для этой системы Е.К.Войшвилло, М.Данном или Р.Майером, не содержит выделенного элемента. Особенно хорошо заметна вся искусственность верификации импликативных формул в выделенном мире на примере рассмотренной выше алгебраической семантики **TE**. Для того, чтобы верифицировать ту или иную аксиому, приходилось ис-

пользовать "теорему о следовании". Фактически же вопрос о истинности в модели решался без использования выделенного мира.

В то же время известно, что в модельную структуру $\mathbf{E_{fde}}$ легко ввести выделенный мир через определение: $\mathbf{o} \models A \to B$ *iff* $\forall \mathbf{a}(\mathbf{a} \models A \Rightarrow \mathbf{a} \models B)$. Для модельной структуры **TE** это определение трансформируется в теорему о следовании. Таким образом, ничто не мешает устранить выделенный мир из модельной структуры, параллельно изменив определение истинности в модели.

Модель $\boldsymbol{R}^{@}$, это теперь уже четверка $\langle \mathbf{K}, \mathbf{R}, *, \models \rangle$, где $\mathbf{K} \neq \varnothing$, $\mathbf{R} \subseteq \mathbf{K}^3$, $*: \mathbf{K} \to \mathbf{K}$, $\models \subset \mathbf{K} \times \{A\}$.

Определения: $\mathbf{R^2abcd}$ и $\mathbf{R^2a(bc)d}$ сохраняются. Постулаты:

r.1. $\mathbf{Raaa}$;

r.2. $\mathbf{Rabc} \Rightarrow \mathbf{R^2abbc}$;

r.3. $\mathbf{R^2abcd} \Rightarrow \mathbf{R^2a(bc)d}$;

r.4. $\mathbf{R^2abcd} \Rightarrow \mathbf{R^2b(ac)d}$;

r.5. $\mathbf{Rabc} \Rightarrow \mathbf{Rac^*b^*}$;

r.6. $\mathbf{a^{**}=a}$.

Условия истинности сохраняются.

Формула $A \to B$ истинна в модели *iff* $\forall \mathbf{a} \in \boldsymbol{K}(\mathbf{a} \models A \Rightarrow \mathbf{a} \models B)$.

Формула A общезначима *iff* A истинна во всякой модели.

Еще одно замечание касается соответствия между семантическими постулатами для позитивной релевантной логики, комбинаторами Карри и соответствующими условиями, которым удовлетворяет операция $\circ$ на группоиде (в частности, на моноиде ДеМоргана). Подробнее это соответствие рассмотрено в [6]. Для целей данного исследования достаточно напомнить, что постулаты $2.1^{\#}$–$2.3^{\#}$ для алгебраической семантики (и соответственно, постулаты r.2.–r.4.) могут быть переформулированы с использованием резидуальности.

Еще Р.Роутли и Р.Майер замечали, что для тернарного отношения достижимости имеет место следующее соотношение: $\mathbf{Rabc} \Leftrightarrow \mathbf{a} \circ \mathbf{b} \leq \mathbf{c}$. М.Данн и Р.Майер, обсуждая в [6] семантические способы представления комбинаторов, приходят к такому соотношению: $\boldsymbol{A} \circ \boldsymbol{B} = \{\gamma: \exists \alpha \in \boldsymbol{A} \exists \beta \in \boldsymbol{B}\ \mathbf{R}\alpha\beta\gamma\}$, где $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$ – соотвтествующие пропозиции. Все это послужило основанием для предположения о том, что в контексте семантики **TE** можно переформулировать условие истинности для импликативных формул: $\mathbf{a} \models A \to B \Leftrightarrow \forall \mathbf{b},\mathbf{c} \in \mathbf{K}\ ((\mathbf{c} = \mathbf{a} \circ \mathbf{b}$ и $\mathbf{b} \models A) \Rightarrow \mathbf{c} \models B)$. Такое изменение в формулировке условия истинности предполагает и соответствующие изменения в модельной структуре. На смену тернарному отношению достижимости приходит бинарная операция $\bullet$ над мирами, предположительно удовлетворяющая следующим постулатам:

c.1. $\mathbf{a \bullet a = a}$;

c.2. $\mathbf{(a \bullet b) \bullet c = d} \Rightarrow \mathbf{a \bullet (b \bullet c) = d}$;

c.3. $\mathbf{(a \bullet b) \bullet c = d} \Rightarrow \mathbf{b \bullet (a \bullet c) = d}$;

c.4. $\mathbf{a \bullet b = c} \Rightarrow \mathbf{(a \bullet b) \bullet b = c}$;

c.5. $\mathbf{a \bullet b = c} \Rightarrow \mathbf{a \bullet c^{\#} = b^{\#}}$;

с.6. $\mathbf{a}^{\#\#} = \mathbf{a}$.

Алгебраическая структура **TE** также претерпевает определенные изменения. Теперь это не моноид, а группоид: $\langle \mathbf{D}, \cap, \cup, \neg, ^\circ \rangle$, где

1. $\langle \mathbf{D}, \cap, \cup, \neg \rangle$ – решетка ДеМоргана;
2. $\mathbf{a}^\circ(\mathbf{b}\cup\mathbf{c})=(\mathbf{a}^\circ\mathbf{b})\cup(\mathbf{a}^\circ\mathbf{c})$ – решеточная упорядоченность;
3. $\mathbf{a}^\circ\mathbf{b}\leq\mathbf{c} \Leftrightarrow \mathbf{a}\leq\mathbf{b}\rightarrow\mathbf{c}$ – резидуальность;
4. свойства $^\circ$:
4.1. $\mathbf{a}^\circ\mathbf{a}=\mathbf{a}$;
4.2. $(\mathbf{a}^\circ\mathbf{b})^\circ\mathbf{c} \leq \mathbf{a}^\circ(\mathbf{b}^\circ\mathbf{c})$;
4.3. $(\mathbf{a}^\circ\mathbf{b})^\circ\mathbf{c} \leq \mathbf{b}^\circ(\mathbf{a}^\circ\mathbf{c})$;
4.4. $\mathbf{a}^\circ\mathbf{b} \leq (\mathbf{a}^\circ\mathbf{b})^\circ\mathbf{b}$;
5. $\mathbf{a}^\circ\mathbf{b}\leq\mathbf{c} \Leftrightarrow \mathbf{a}^\circ\neg\mathbf{c}\leq\neg\mathbf{b} \Leftrightarrow \mathbf{b}^\circ\neg\mathbf{c}\leq\neg\mathbf{a}$.

Бросается в глаза, что анализируемое условие истинности импликативных формул (особенно, записанное в виде $\mathbf{a}\models A\rightarrow B \Leftrightarrow \forall\mathbf{b}\in\mathbf{K}\ (\mathbf{b}\models A \Rightarrow \mathbf{a}\bullet\mathbf{b}\models B)$[3], где $\mathbf{a}\bullet\mathbf{b}\models B$ означает, что $\forall\mathbf{c}(\mathbf{a}\bullet\mathbf{b}=\mathbf{c} \Rightarrow \mathbf{c}\models B)$) напоминает семантический подход А.Уркварта, в основе которого лежит полурешеточная структура.

Как известно, Уркварту удалось построить семантики, адекватные импликативным фрагментам основных систем релевантной логики. При расширении семантики для позитивных фрагментов систем ему пришлось столкнуться с нестандартным "поведением" дизъюнкции. Соответствующее семантическое условие позволило ввести сильное правило исключения дизъюнкции, позволяющее, в частности (что нетипично для релевантной логики), доказать дистрибутивность для конъюнкции и дизъюнкции, а не вводить аксиоматически. Однако, это же правило позволяет вывести и так называемую формулу Уркварта: $((A\rightarrow(B\vee C))\&(B\rightarrow D))\rightarrow (A\rightarrow(D\vee C))$. Важно отметить, что эта формула не доказуема ни в одной из серьезных систем релевантной логики[4]. В то же время она представляет интуитивно вполне приемлемой. Работа [2] как раз завершалась указанием на возможность расширения **TE** подобными дедуктивными принципами.

Оказывается, что существуют и внешние по отношению к известным релевантным теориям причины, ставящие под вопрос адекватность выражения ими условной связи (следования). Существует целый ряд формул, не противоречащих интуиции, и в то же время не доказуемых в известных релевантных исчислениях.

---

[3] См. [4, pp.142-149].

[4] Правда, добавление в антецедент $C\rightarrow C$ делает получившуюся формулу теоремой **E**. Это примечательное отличие легко объяснимо при анализе натуральной формулировки **E**, в частности, правила исключения $\vee$. Наличие $C\rightarrow C$ позволяет получить C с характеристикой зависимости, позволяющей применить это правило. Это вполне прозрачное формальное объяснение, однако, совершенно не проясняет сути дела с неформальной, содержательной стороны. По крайней мере, мне не ясно, почему удовлетворительная теория следования не должна включать ее в качестве теоремы.

В первую очередь, речь идет о формуле Уркварта, именуемой в дальнейшем ***RDC*** *(replacement of disjoined consequent)*. Кроме ***RDC*** имеются еще две любопытные формулы. ***RCA*** *(replacement of conjoined antecedent)* – $(A\to B)\&((B\&C)\to D)\to((A\&C)\to D)$ в контексте системы **R** эквивалентна ***RDC***, и точно так же интуитивно приемлема. Формула ***Cut*** $(A\to(C\vee B))\&((B\&A)\to C)\to(A\to C)$ является самой сильной из приведенных расширений. Ее принятие требует пересмотра правила введения &, поэтому она, пожалуй, выглядит наиболее проблематично.

Как бы то ни было, очевидно, что системы релевантной логики могут быть расширены по крайней мере одним из трех дедуктивных принципов. Такое расширение помимо выигрыша в адекватности имеет и другое возможное преимущество. Дело в том, что согласно исследованиям Уркварта все достаточно сильные системы релевантной логики (включая **R**, **T**, **E**) неразрешимы, но вопрос о разрешимости систем, являющихся аксиоматизациями семантик Уркварта, остается пока открытым [4, p.375]. Это происходит именно благодаря принципу ***RDC***, необщезначимому в семантиках, соответствующих моноидам ДеМоргана, для которых проблема разрешимости имеет отрицательное решение. Таким образом, вполне обоснованно предположить, что расширение той или иной системы релевантной логики принципами, подобными ***RDC***, приведет к построению разрешимых теорий.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Смирнов В.А.* Логические методы анализа научного знания. М., 1987.
2. *Зайцев Д.В.* Теория релевантного следования I: Аксиоматика. // Логические исследования, выпуск 5. М.,1998, с.119-128.
3. *Anderson, A.R. and Belnap, N.D.,Jr.* Entailment. The logic of relevance and necessity, Vol.1, Princeton, 1975.
4. *Anderson, A.R., Belnap, N.D.,Jr., and Dunn, J.M.* Entailment. The logic of relevance and necessity, Vol.2, Princeton, 1992.
5. *Dunn, J.M.* Relevance logic and entailment. Handbook of philosophical logic, Vol.III: Alternatives to classical logic, ed. D.Gabbay and F.Guenther, Dordrecht, 1986, pp.117-229.
6. *Dunn,J.M. and Meyer,R.K.* Combinators and Structurally Free Logic Logic // The Journal of the IGPL. 1993. Vol.6.4.
7. *Meyer, R.K.* Intuitionism, entailment, negation // Truth,syntax and modality. Proceedings of the Temple University conference on alternative semantics, ed H.Leblanc. Amsterdam, 1973, pp.168-198.

Попов В.М.

ФОРМАЛИЗАЦИЯ НЕСТАНДАРТНЫХ ОТНОШЕНИЙ ВЫВОДИМОСТИ В ПАРАНЕПРОТИВОРЕЧИВОЙ ЛОГИКЕ[1]

Abstract. *Various classes of deducibility relations are considered. The classification of non-standard paraconsistent deducibility relations are presented. These relations are divided in seven disjoint classes on the base of three properties: "to be comlete with respect to deductions from consistent assumption", "to be transitive" and "to be closed under the rule of substitution". There is shown that paraconsistent relation of deducibility which has all these properties simultaneously does not exist. Two non-standard paraconsistent deducibility relations from different classes are formalized by means of sequent calculi. The first is sequent calculus of immediate entailment* НВ. *The second is sequent calculus of blocked contradiction* ЗП. *A number of theorems about* НВ *and* ЗП *are formulated showing their pecularities and interrelations with classical logic.*

Рассматриваются классы паранепротиворечивых отношений выводимости. Два такие отношения, принадлежащие разным классам, формализуются посредством секвенциальных исчислений.

Отношением выводимости для языка L называется непустое бинарное отношение R, удовлетворяющее одному из следующих трех условий:

1) $R \subseteq Set_L \times Form_L$,

2) $R \subseteq List_L \times Form_L$,

3) $R \subseteq Seq_L \times Form_L$,

Здесь $Form_L$ – множество всех формул языка L, Set_L – множество всех подмножеств множества $Form_L$, $List_L$ – множество всех списков формул из $Form_L$, Seq_L – множество всех последовательностей формул из $Form_L$, а $\times$ – операция декартова умножения[2].

Отношением выводимости называется такое бинарное отношение R, что для некоторого языка L отношение R является отношением выводимости для L.

---

[1] This work is supported by INTAS-RFBR, project N95-365.

[2] Вслед за [1] мы различаем три способа организации посылок в выводах: организацию посылок в виде множества, в виде списка и в виде последовательности формул

Для всякого отношения R выводимости условимся вместо «<ГА>∈R» писать «ГRA», причем если Г является одноэлементным множеством {B} (списком, единственным членом которого является B, или последовательностью, единственным членом которой является B), то вместо «<ГА>∈R» будем писать «BRA».

Отношение выводимости для языка L называется транзитивным, если для любых формул A, B и C языка L:

если ARB и BRC, то ARC.

Пусть L – некоторый пропозициональный язык, и пусть $S^P/_B(A)$, где P – пропозициональная переменная языка L, а A и B – формулы языка L, есть результат подстановки формулы B вместо p в формулу A. Множество $S^P/_B(Г)$ формул языка L, где Г – множество формул языка L, определяется так:

$C \in S^P/_B(Г)$ тогда и только тогда, когда существует такая формула A языка L, что A Г и C есть $S^P/_B(A)$. Список $S^P/_B(Г)$ формул языка L, где Г – список формул языка L, определяется как список формул языка L, удовлетворяющий следующим условиям:

1) всякая формула, принадлежащая списку $S^P/_B(Г)$ имеет вид $S^P/_B(A)$ для некоторой формулы A языка L,

2) число вхождений $S^P/_B(A)$ в $S^P/_B(Г)$ равно числу вхождений A и Г.

Последовательность $S^P/_B(Г)$ формул языка L, где Г – последовательность формул языка L, определяется как последовательность формул, удовлетворяющая для любой формулы A языка L следующему условию: формула $S^P/_B(A)$ есть *i*-тый член последовательности $S^P/_B(Г)$ тогда и только тогда, когда формула A есть *i*-тый член последовательности Г.

Отношение R выводимости для L называется замкнутым относительно постановки, если для любых Г, A, B и P:

если ГRA, то $S^P/_B(Г)RS^P/_B(A)$.

Отношение R выводимости для L называется стандартным, если R транзитивное и замкнутое относительно подстановки отношение выводимости для L.

Для релевантной и паранепротиворечивой логик большой интерес представляют работы [2], [3], [4], [5], [6], в которых, в частности, исследовались системы, формализующие стандартные отношения выводимости для пропозиционального языка, алфавит которого содержит в качестве логических связок только коньюнкцию, дизъюкцию и отрицание.

Пусть L – обычным образом определяемый пропозициональный язык, алфавиту которого принадлежат только пропозициональные переменные P_1, P_2, ... , логические связки &, $\vee$, $\supset$, $\neg$ и скобки), (. Термин «формула» будет употребляться в дальнейшем только по отношению к формулам языка L.

Противоречивой формулой называется формула A такая, что $\neg$A есть классическая тавтология в L. В противном случае формула A называется непротиворечивой.

Отношение R выводимости для L называется паранепротиворечивым, если существуют такая противоречивая формула A и такая формула B, что неверно ARB.

Отношение R выводимости для L называется полным относительно выводов из непротиворечивой посылки, если для любых формул A иB: ARB при условии, что A$\supset$B есть классическая тавтология в языке L и A – непротиворечивая формула.

Следующая простая лемма положена в основу выделения типов паранепротиворечивых отношений выводимости.

Лемма о несуществовании паранепротиворечивого, полного относительно выводов из непротиворечивой посылки, транзитивного, замкнутого относительно подстановки отношения выводимости для L:

не существует отношения R *выводимости для* L, *удовлетворяющего следующим четырем условиям*:

1) R *паранепротиворечиво*,

2) R *полно относительно выводов из непротиворечивой посылки*,

3) R *транзитивно*,

4) R *замкнуто относительно подстановки*.

Для доказательства леммы достаточно из условий 2)-4) вывести отрицание условия 1). Пусть R выполняет условия 2)-4). Пусть $\perp$ – противоречивая формула, P_i и P_y – различные пропозициональные переменные, не входящие в $\perp$, а A – формула. Покажем, что $\perp$RA.

I) P_iR$P_i\vee P_y$ (из 2) и того, что $P_i\supset(P_i\vee P_{iy})$ – классическая тавтология и формула P_i непротиворечива),

II) $\perp$R$\perp\vee P_y$ (из 4) и I)),

III) $\perp\vee P_y$RP_y (из 2) и того, что $(\perp\vee P_y)\supset P_y$ – классическая тавтология и формула $\perp\vee P_y$ непротиворечива),

IV) $\perp$RP_y (из 3), II) и III)),

V) ⊥RA (из 4) и IY)).

Если в основу классификации паранепротиворечивых отношений выводимости положить следующие три признака «быть полным относительно выводов из непротиворечивой посылки», «быть транзитивным» и «быть замкнутым относительно подстановки», то, учитывая доказанную лемму, нетрудно установить, что множество этих отношений разбивается на семь непересекающихся классов.

В известной автору литературе даны секвенциальные формализации паранепротиворечивых отношений выводимости для L, принадлежащих только одному из этих семи классов – классу все стандартных паранепротиворечивых отношений выводимости для L^3.

Здесь представлены две формализации нестарндартных паранепротиворечивых отношений выводимости для L. Стрелка исчисления НВ формализует одно из апанепротиворечивых, полных относительно выводов из непротиворечивой посылки, замкнутых относительно подстановки, но не транзитивных отношений выводимости для L^4, а стрелка исчисления 3П формализует одно из паранепротиворечивых, полных относительно выводов из непротиворечивой посылки, транзитивных, но не замкнутых относительно подстановки отношений выводимости для L. Комплектом назовем выражении вида $[\pi]$, где π – непустая конечная последовательность формул[5]. В дальнейшем термин «последовательность» будет употребляться как синоним термина «конечная последовательность». Условимся, что A и B – переменные по формулам, Г, Δ, Θ, Σ – переменные по последовательности формул, X, Y – переменные по последовательностям комплектов, 𝔞 – переменная по последовательностям формул и последовательностям комплектов.

В начале сформулируем новую секвенциальную версию классической пропозициональной логики – исчисление КЛ.

Секвенцией назовем выражение вида 𝔞→Г, где 𝔞 – любая последовательность формул или любая последовательность комплектов, а Г – любая последовательность формул. Система КЛ

---

[3] См., например, [7] и [8].

[4] Нетранзитивные отношения выводимости естественно называть отношениями непосредственной выводимости.

[5] Это определение корректно, т.к. конечные последовательности формул (в языке L) можно рассматривать как синтаксические объекты.

является секвенциальным исчислением, основные секвенции которого – это в точности секвенции следующих трех видов:

1) $\mathfrak{a} \to \Gamma A \Delta \neg A \Theta$

2) $\mathfrak{a} \to \Gamma \neg A \Delta A \Theta$

3) $X \dashrightarrow \Gamma$, где X – непустая последовательность комплектов и для всякого комплекта $[A_1, \ldots, A_n]$, принадлежащего X, выполняется, по крайней мере, одно из следующих условий:

а) существует такая формула A_i $(1 \le i \le n)$, что Γ есть $\Delta A_i \Theta$ для некоторых последовательностей Δ и Θ формул,

в) существует такая формула A_i $(1 \le i \le n)$, что комплект $[A_1, \ldots, A_n]$ есть комплект $[\Gamma A_i \ \Delta \neg A_i \Theta]$ или комплект $[\Gamma \neg A_i \Delta A_i \Theta]$ для некоторых Γ, Δ и Θ.

Множество всех правил вывода исчисления КЛ содержит только следующие десять правил вывода П1-П15.

П1: $\dfrac{X[\Gamma A\,\Delta][\Gamma B\,\Delta]Y \to \Theta}{X[\Gamma A \vee B\,\Delta]Y \to \Theta}$ П2: $\dfrac{\mathfrak{a} \to \Gamma A B\,\Delta}{\mathfrak{a} \to \Gamma A \vee B \Delta}$

П3: $\dfrac{X[\Gamma A B\,\Delta]Y \to \Theta}{X[\Gamma A \,\&\, B\Delta]Y \to \Theta}$ П4: $\dfrac{\mathfrak{a} \to \Gamma A\,\Delta \qquad \mathfrak{a} \to \Gamma B\,\Delta}{\mathfrak{a} \to \Gamma A \,\&\, B\Delta}$

П5: $\dfrac{X[\Gamma \neg A \Delta][B\Delta]Y \to \Theta}{X[\Gamma A \supset B\Delta]Y \to \Theta}$ П6: $\dfrac{\mathfrak{a} \to \Gamma \neg A B \Delta}{\mathfrak{a} \to \Gamma A \supset B\Delta}$

П7: $\dfrac{X[\Gamma A\,\Delta]Y \to \Theta}{X[\Gamma \neg\neg A \Delta]Y \to \Theta}$ П8: $\dfrac{\mathfrak{a} \to \Gamma A\,\Delta}{\mathfrak{a} \to \Gamma \neg\neg A \Delta}$

П9: $\dfrac{X[\Gamma \neg A \neg B \Delta]Y \to \Theta}{X[\Gamma \neg (A \vee B)\Delta]Y \to \Theta}$

П10: $\dfrac{\mathfrak{a} \to \Gamma \neg A \Delta \qquad \mathfrak{a} \to \Gamma \neg B \Delta}{\mathfrak{a} \to \Gamma \neg (A \vee B)\Delta}$

П11: $\dfrac{X[\Gamma \neg A \Delta][\Gamma \neg B \Delta]Y \to \Theta}{X[\Gamma \neg (A \,\&\, B)\Delta]Y \to \Theta}$ П12: $\dfrac{\mathfrak{a} \to \Gamma \neg A \neg B \Delta}{\mathfrak{a} \to \Gamma \neg (A \vee B)\Delta}$

П13: $\dfrac{X[\Gamma A \neg B \Delta]Y \to \Theta}{X[\Gamma \neg(A \supset B)\Delta]Y \to \Theta}$

П14: $\dfrac{\mathfrak{a} \to \Gamma A \Delta \qquad \mathfrak{a} \to \Gamma \neg B \Delta}{\mathfrak{a} \to \Gamma \neg(A \supset B)\Delta}$

П15: $\dfrac{[\Gamma] \to \Delta}{\Gamma \to \Delta}$

В правиле П15 последовательность Г формул непуста.

Доказательство в КЛ, как и во всех других рассматриваемых здесь секвенциальных исчислениях, определяется стандартно и имеет вид дерева.

Определим отображения $(\ )^{\&}$ и $(\ )^{\vee}$ из множества всех последовательностей формул во множество всех формул:

$$(\Gamma)^{\&} \begin{cases} P_1 \supset P_1, \text{ если } \Gamma \text{ – пустая последовательность,} \\ A, \text{ если } \Gamma \text{ есть последовательность, единственным} \\ \text{членом которой является } A, \\ (...(A_1 \& A_2) \& ...) \& A_n, \text{ если } \Gamma \text{ есть} \\ \text{последовательность } A_1 A_2 ... A_n \ (n \geq 2); \end{cases}$$

$$(\Gamma)^{\vee} \begin{cases} \neg(P_1 \supset P_1), \text{ если } \Gamma \text{ – пустая последовательность,} \\ A, \text{ если } \Gamma \text{ есть последовательность, единственным} \\ \text{членом которой является } A, \\ (...(A_1 \vee A_2) \vee ...) \vee A_n, \text{ если } \Gamma \text{ есть} \\ \text{последовательность } A_1 A_2 ... A_n \ (n \geq 2); \end{cases}$$

Имеет место **теорема I**:

Секвенция Г *доказуема в* КЛ *тогда и только тогда, когда формула* $(\Gamma)^{\&} \supset (\Gamma)^{\vee}$ *является классической тавтологией в языке L.*

Секвенциальное исчисление НВ непосредственного следования.

Основные секвенции исчисления НВ это в точности секвенции следующих трех видов:

1) $\mathfrak{a} \to \Gamma A \Delta \neg A \Theta$

2) $\mathfrak{a} \to \Gamma \neg A \Delta A \Theta$

3) X→Г, где X – непустая последовательность комплектов и для всякого комплекта $[A_1, \ldots, A_n]$, принадлежащего X, выполняется условие а) из определения основных секвенций системы КЛ.

Таким образом, множество всех основных секвенций исчисления НВ есть собственное подмножество множества всех основных секвенций исчисления КЛ.

Множеству всех правил вывода исчисления НВ принадлежат только правила П1-П15 исчисления КЛ и два производные в КЛ правила П16 и П17.

П16: $\dfrac{XY \to \Sigma}{X[A \Delta \neg A \Theta]Y \to \Sigma}$ П17: $\dfrac{XY \to \Sigma}{X[\Gamma \neg A \Delta A \Theta]Y \to \Sigma}$

Заметим, что исчисление ???, которое получается из НС только за счет добавления к правилам исчисления НС нового правила $\dfrac{A \to B \quad B \to C}{A \to C}$ (при соответствующем расширении понятия доказательства), эквивалентно исчислению КЛ.

Пусть φ, $f_{\&}$ и $f_{\vee}$ – отображения $Form_L$ в $Form_L$, определяемые следующим образом.

Определение φ:

1) φ(P) = P, где P – пропозициональная переменная,
2) φ(A⊃B) = ¬φ(A)∨φ(B),
3) φ(¬A) = ¬φ(A),
4) φ(A&B) = φ(A)&φ(B),
5) φ(A∨B) = φ(A)∨φ(B).

Определение $f_{\&}$ и $f_{\vee}$:

1) $f_{\&}$(P) = (P) = P, где P – пропозициональная переменная,
2) $f_{\&}$(A&B) = $f_{\&}$(A)&$f_{\&}$(B), $f_{\&}$(A∨B) = $f_{\&}$(A)&$f_{\&}$(B),
3) $f_{\vee}$(A&B) = $f_{\vee}$(A)∨$f_{\vee}$(B), $f_{\vee}$(A∨B) = $f_{\vee}$(A)∨$f_{\vee}$(B),
4) $f_{\&}$(A⊃B) = $f_{\&}$(¬A)&$f_{\&}$(B), $f_{\&}$(A⊃B) = $f_{\&}$(¬A)&$f_{\&}$(B),
5) $f_{\&}$(¬A) = ¬$f_{\vee}$(A), $f_{\vee}$(¬A) = ¬$f_{\&}$(A).

Имеют место следующие теоремы 2-4.

Теорема 2. *Если формула* $(\Gamma)^{\&}$ *непротиворечива или формула* $(\Delta)^{\vee}$ *есть классическая тавтология, то секвенция* Г→Δ *доказуема в* НВ *тогда и только тогда, когда формула* $(\Gamma)^{\&} \supset (\Delta)^{\vee}$ *есть классическая тавтология.*

Следствие теоремы 2. *Если* A *классическая тавтология, то секвенция* →A *доказуема в* НВ.

Теорема 3. *Если формула* $(\Gamma)^{\&}$ *противоречива и формула* $(\Delta)^{\vee}$ *не есть классическая тавтология, то секвенция* $\Gamma\rightarrow\Delta$ *доказуема в* НВ *тогда и только тогда, когда формула* $f_{\&}((\Gamma)^{\&})\supset\varphi((\Delta)^{\vee})$ *доказуема в системе* R *релевантной импликации*[6].

Теорема 4. *Если секвенция* $\Gamma\rightarrow\Delta$ *доказуема в* НВ, *то для всякой формулы* A *и всякой пропозициональной переменной* P *секвенция* $S^{P}/_{B}(\Gamma)\rightarrow S^{P}/_{A}(\Delta)$ *доказуема в* НВ.

Определим отношение $\vdash_{НВ}$ выводимости для L как такое подмножество множества $Seq_L x Form_L$, для которого выполняется условие: $\Gamma\vdash_{НВ}A$ тогда и только тогда, когда секвенция $\Gamma\rightarrow A$ доказуема в НВ.

Отношение $\vdash_{НВ}$ паранепротиворечиво (следует из теоремы 3), полно относительно выводов из непротиворечивой посылки (следует из теоремы 2) и замкнуто относительно подстановки (следует из теоремы 4). Поэтому в силу леммы отношение $\vdash_{НВ}$ – не транзитивное отношение. Транзитивное замыкание $\vdash^{tr}_{НВ}$ отношения $\vdash_{НВ}$ является классическим отношением выводимости в следующем смысле:

$\Gamma\vdash^{tr}_{НВ}A$ тогда и только тогда, когда $(\Gamma)^{\&}\supset A$ есть классическая тавтология в L.

Секвенциальное исчисление ЗП заблокированного противоречия.

Последовательность формул называется элементарной, если каждый член этой последовательности есть пропозициональная переменная или отрицание пропозициональной переменной.

Элементарная последовательность Г называется нормальной, если ни для какой пропозициональной переменной P_i и ни для каких последовательностей Δ, Σ, Θ формул не верно, что Г есть $\Delta P_i\Sigma\neg P_i\Theta$ или $\Delta\neg P_i\Sigma P_i\Theta$.

Комплект [Г] называется элементарным, если Г есть элементарная последовательность формул. Элементарный комплект [Г] называется нормальным, если последовательность Г является

---

[6] Формулировку системы *R* можно найти, например, в [10].

нормальной. Основные секвенции исчисления ЗП это в точности секвенции трех видов 1)-3).

1) $\mathfrak{a}\rightarrow\Gamma A\Delta\neg A\Theta$

2) $\mathfrak{a}\rightarrow\Gamma\neg A\Delta A\Theta$

В 1) и 2) Γ, Δ, Θ – элементарные последовательности формул, A – пропозициональная переменная, $\mathfrak{a}$ – элементарная последовательность формул или последовательность элементарных комплектов.

3) $X\rightarrow\Gamma$, где Γ есть элементарная последовательность формул, X – непустая последовательность нормальных элементарных комплектов и для всякого комплекта $[A_1, \ldots, A_n]$, принадлежащего X, выполняется условие а) из определения основных секвенций КЛ. Множеству всех правил вывода ЗП принадлежат только: правила П1-П15 исчисления КЛ и два правила П18 и П19. Правило П18 есть правило П16 исчисления НВ с ограничением: непуста, по крайней мере, одна из последовательстей или X или Y; а правило П19 есть правило П17 исчисления НВ с тем же ограничением.

Теорема 5. *Секвенция* $\Gamma\rightarrow\Delta$ *доказуема в* ЗП *тогда и только тогда, когда выполняются два условия*:

1) *формула* $(\Gamma)^{\&}$ *непротиворечива,*

2) *формула* $(\Gamma)^{\&}\supset(\Delta)^{\vee}$ *есть классическая тавтология в L.*

Определим отношение $\vdash_{ЗП}$ выводимости для *L* как такое подмножество множества $Seq_L x Form_L$, для которого выполняется условие: $\Gamma\vdash_{ЗП}A$ тогда и только тогда, когда секвенция $\Gamma\rightarrow A$ доказуема в ЗП. Используя теорему 5, можно показать, что отношение $\vdash_{ЗП}$ паранепротиворечиво, полно относительно выводов из непротиворечивой посылки и транзитивно. Поэтому в силу леммы отношение $\vdash_{ЗП}$ не замкнуто относительно подстановки. Связь между $\vdash_{ЗП}$ и $\vdash_{НВ}$ устанавливает теорема 6: отношение $\vdash_{НВ}$ есть замыкание относительно подстановки отношения $\vdash_{ЗП}$.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Смирнов В.А.* Формальный вывод и логические исчисления. М., 1972.
2. *Ермолаева Н.М.* Мучник А.А. Модальные расширения логических исчислений типа Хао Вана // Исследования по формализованым языкам и неклассическим логикам. М., 1974.

3. *Сидоренко Е.А.* Логическое следование и условные высказывания. М., 1983.
4. *Войшвилло Е.К.* Логическое следование и семантика обобщенных описаний состояний // Модальные и интенсиональные логики и их применение к проблемам методологии науки. М., 1984.
5. *Войшвилло Е.К.* Философско-методологические аспекта релевантной логики. М., 1988.
6. *Смирнова Е.Д.* Логика и философия. М., 1996.
7. *Смирнов В.А.* Об одной системе паранепротиворечивой логики // Многозначные, релевантные и паранепротиворечивые логики. М., 1984.
8. *Попов В.М.* Секвенциальные формулировки паранепротиворечивых логических систем // Синтаксические и семантические исследования неэкстенсиональных логик. М., 1989.
9. *Попов В.М.* Паранепротиворечивые секвенциальные исчисления // Логические исследования. Выпуск 1. М., 1993.
10. *Роутлей Р., Мейер Р.* Семантика следования // Семантика модальных и интенсиональных логик. М., 1981.

А.Гжегорчик

ПСИХОЛОГИЧЕСКАЯ СЕМАНТИКА И УКЛОНЕНИЕ ОТ АНТИНОМИЙ[1]

Abstract. *Semantic antinomies seem to be consequences of antipsychologistic paradigm adopted by logicians at the beginning of 20 Century. We shall loose more radically from troubles caused by antinomies if we discard antypsychologism which is, in effect, a huge simplification of the description of semantic situations. In case of the Grelling-Nelson paradox it is shown that sharing psychologistic paradigm we come not to the thesis of knowledge inconsistency but to the positive claim that for any properly methodologically educated human being there is a methodologically correctly defined set of expressions such that: when this human being examines the notion of this set then he/she does not use it accurately for denoting the members of this set.*

1. Неуместность самоотрицающего

Антиномию «лжеца» придумали греки. Сегодня трудно сказать, насколько серьезно они относились к ней, или, пожалуй, считали ее головоломкой. Некоторые парадоксы древности со временем оказались скорее игрушкой, спекулятивной шуткой, или разновидностью розыгрыша людей, не бывших в состоянии разобраться, в чем заключается трудность выхода из выдуманной ментальной ситуации. Проведенный позднее анализ показал, что умственные затруднения возникают ввиду использования несоответствующего языкового аппарата, не годящегося для данной проблемы. Таков, например, парадокс «черепахи» или «стрелы». В новое время наука о сходящихся последовательностях (математический анализ) снабдила нас точным методом мышления о движущихся предметах. Парадокс перестал беспокоить ученых. Таким образом, стал явным факт, что сам понятийный аппарат, оказывается, может вызывать существенную обеспокоенность.

В то же время антиномия «лжеца» осталась волнующей темой вплоть до нашего времени. В первой версии парадокс «лжеца» представляет собой рассказ о критянине Эвбулиде, который, говоря что «Все критяне лгут», тем самым поставил под сомнение истинность своего высказывания. Подобным образом были открыты высказывания, которые опровергают сами себя и вследст

[1] Перевод с польского В. Л. Васюкова

вие этого приводят к противоречию, если к ним относятся как серьезным утверждениям и корректно применяют к ним законы логики.

Если признаются законы логики, противоречие в области убеждений является несомненно грозным, представляет собой серьезное интеллектуальное бедствие. Как известно, законы логики говорят, что из противоречия следует все что угодно. Так что если у кого-нибудь множество убеждений противоречиво, то все его взгляды не имеют никакой познавательной ценности, поскольку можно присоединить к его убеждениям любое предложение на основании логического закона:

Если (p и не p), то q.

Однако психологический анализ случая высказывания, опровергающего самого себя, показывает, что дело не обстоит столь трагично, поскольку высказывание, опровергающее само себя трудно считать выражением серьезного убеждения и обеспокоенности философов, вызванной антиномией лжеца, кажется либо притворным, выраженным напоказ «pour epater le bourgeois», либо же вытекающим из отсутствия психологического анализа, или являющимся следствием антипсихологизма (чаще примитивного, чем сознательного), достаточно распространенного в логике еще со времен древних греков.

Приведем психологический анализ этого случая. Сомнение в собственных убеждениях или отказ от собственных убеждений является совершенно естественной позицией разума. Если я сегодня обнаруживаю, что вчера сказал глупость, то говорю: «Предложение, высказанное мною вчера (или написанное на вот этом листе бумаги), сегодня я считаю ложным». Или более кратко: «Я не поддерживаю это высказывание» либо «Я возражаю против этого высказывания». Опровержение или возражение против своих убеждений является познавательным переживанием только тогда, когда высказывание действительно представляет собой опровержение ранее принятого убеждения, когда я мог на нем сосредоточиться и вновь его обдумать. Ситуация в антиномии «лжеца» еще далека от этого. «Самоотрицающий», ставящий под сомнение свое высказывание прямо в процессе высказывания, противоречит чему-то, что еще сам не сформулировал до конца. Его отрицание, следовательно, не является подлинно негативным утверждением, но представляет собой притворное утверждение или не более чем декларацию, выражение намерения отрицать то, что в данный момент высказывает говорящий. Известные антиномии «крокодила» или «парикмахера» решаются как раз таким образом, что антиномическое высказывание оказывается невыполнимой декларацией. Парикмахер не в состоянии брить тех и только тех жителей своей деревни, которые не бреются сами, поскольку он сам тоже является жителем своей деревни. А как бы ни поступил крокодил, он не выполнит своего обещания, данного египтянке, так как сказал

ей, что отдаст ей ребенка тогда и только тогда, когда она догадается, что он с ней сделает, а она сказала, что он, несомненно, не отдаст ей ребенка. Подобным образом невыполнимое не является подлинным переживанием противоречия только что осуществленному высказыванию.

Следовательно, если кто-то берет лист бумаги и пишет на нем всего лишь одно предложение:

Предложение, написанное на этом листе бумаги, является ложным

то поступает безответственно, так как отрицает что-то, что еще до конца не сформулировал. Он отрицает что-то, чего еще как следует не знает, на чем не может как следует сосредоточиться, так как оно еще не возникло, а он уже об этом высказывается. Таким образом, это не является всерьез высказанным взглядом. И мы не должны беспокоиться о том, что безответственное оперирование языком приводит к противоречивости и декларация отрицания своего отрицания оказывается невыполнимой.

Противоречивые совокупности убеждений действительно существуют. Существуют люди, не обращающие внимания на связность своих высказываний, что-то говорят, а через некоторое время говорят что-то противоположное, высказываются внутренне противоречивым образом. Можно действительно считать, что противоречивая совокупность убеждений всегда является результатом какого-то интеллектуального упущения. Наверное, в общем случае так оно и есть. Пока мы утверждаем лишь то, что впадение в антиномию лжеца является действительно результатом некоторого упущения, а именно, неуместного высказывания суждения, которое является либо неуместной декларацией, либо безосновательным утверждением.

Такое заключение важно, ибо мы можем себе сказать, что антиномия лжеца не подрывает здания науки, построенного на основании добросовестного труда разума. Подрывается только ценность спекуляций интеллектуально безответственных людей. Эвбулид был просто способным каламбурщиком, забавником или сочинителем анекдотов, а не серьезным философом и диву даешься, почему философы позволяли давать себя обмануть его каламбуру на протяжении двух тысяч лет.

2. Историческая гипотеза антипсихологизма

Возникает вопрос: откуда такая обеспокоенность логиков, вызванная антиномией «лжеца»? Вышеприведенное рассуждение, лишающее остроты эту антиномию, могло ведь быть высказано раньше и закрыть этот вопрос. Либо же было высказано, но не было распространено, либо не было высказано.

Я принимаю вторую гипотезу. Я считаю, что психологический анализ познавательных переживаний не легок. Он требует отстраненности от самого себя, – требует искусства интроспекции. От-

сутствие анализа собственных познавательных переживаний есть некая природная человеческая склонность (или слабость). Можно рискнуть утверждать, что интроспекция, в нынешнем смысле, началась только в эпоху Возрождения. Развитию интроспекции в Европе способствовала христианская обязанность исповеди. Однако она окончательно установилась лишь в половине средних веков.

Таким образом, я принимаю, что в сфере философии в широком понимании существует прогресс в рамках европейской культуры и мы сегодня мудрее греческих софистов, стоиков, Аристотеля или схоластов, по крайней мере, в отношении психологического анализа наших собственных переживаний. Более того, я считаю, что психологический анализ есть и еще долго останется источником вдохновения многих важных философских взглядов и открытий всеобщего значения. То, что делается в мире людей, зависит, прежде всего, от психических переживаний людей, вовлеченных в это деяние. Самыми важными показателями жизни человечества являются не физические условия, политическое устройство и экономические зависимости, но уровень духовности человечества и решения самих человеческих личностей. Человек может стремиться к наслаждению, богатству или власти, но может также стремиться к добру, истине и красоте. Если он ограничивается стремлением к наслаждению, богатству или власти, то подтверждает гипотезы материализма Зигмунда Фрейда, Карла Маркса или Лешека Новака. Если он стремится к незаинтересованной красоте, истине или благу, то он опровергает эти гипотезы.

Если принять вышеизложенную точку зрения, то дальнейшим ее следствием будет допущение, что большинство философов, анализирующих антиномию лжеца, поддавалось некоей, может быть достаточно естественной, иллюзии, наивно упрощающей, которую можно выразить фразой, что:

что бы он ни сказал или написал, оно относится к чему-то и имеет определенный смысл, независящий от переживаний говорящего.

Именно так можно кратко выразить основную парадигму антипсихологизма. Эта парадигма оказывается идеалистической верой в сущности, называемые в ней смыслами, значениями или референтами, которые якобы существуют независимо от переживаний людей, использующих язык. В отношении этой парадигмы я заявляю, что сам не разделяю такого убеждения. Смыслы, значения, референты я считаю чересчур относительными, зависящими от переживаний личностей, использующих язык. Это люди соотносят языковые выражения с некоторыми вещами, люди считают, что некоторые имена означают определенные предметы и т. п.

3. Антипсихологизм как источник антиномии

Я считаю, что именно это антипсихологическое убеждение, сформулированное выше, приводит к семантическим антиномиям.

Присмотримся, как поступает антипсихологист. Итак, он берет лист бумаги и пишет на нем одно предложение:

Предложение, написанное на этом листе бумаги, является ложным

После чего он говорит. Вот существует такое предложение. Все равно, откуда оно взялось. Оно могло возникнуть совершенно случайно, вследствие каких то движений атомов. Все его составляющие осмысленны, поэтому они либо истинны, либо ложны. (Антипсихологист сразу приписывает высказыванию точно определенный смысл, связанный с принятыми значениями содержащихся в нем слов). Затем он говорит: если это высказывание истинно, то это значит, что дело обстоит так, как оно говорит, а оно говорит, что оно ложно. А если оно ложно, то дело обстоит противоположно тому, что оно говорит, то есть, что оно истинно. Очевидным образом получаем противоречие.

Другим примером антиномического рассуждения является антиномия гетерологических имен, открытая лишь сто лет тому назад Греллингом и Нельсоном. Ее можно представить следующим образом.

Предположение антипсихологиста теперь звучит так: Каждое непустое имя что-то означает; иначе говоря:

(С) Для каждого имени существует соответствующий ему класс предметов, такой, что

Предмет X подпадает под имя A тогда и только тогда, когда X принадлежит к классу, соответствующему имени A.

Этот антипсихологический тезис, вытекающий из антипсихологической парадигмы, позволяет на основе семантики передать антиномию Рассела класса классов, не являющихся собственными элементами. Имена, в частности, являются как раз предметами. Так что мы можем под одним именем объединить как раз некоторые имена, имеющие определенный общий признак. Таким образом, мы можем, напр., под именем Het объединить все имена, которые не подпадают под самих себя. Точнее:

X есть Het тогда и только тогда, когда X является именем или X не подпадает под имя X

Например, имя «конь» является Het, поскольку согласно постулату (С) имя «конь» не подпадает под имя «конь», так как имя «конь» не является конем, как и вообще ни одно имя не является конем. Зато имя «короткое» является коротким, значит согласно постулату (С) имя «короткое» подпадает под самого себя, то есть не является Het (не подпадает под имя «Het»).

Если теперь спросим, является ли Het имя «Het», то, основываясь на постулате (С) и законе снятия двойного отрицания, полу-

чаем противоречие. Если же имя «Нет» является Нет, то, согласно вышеприведенному определению, оно не подпадает под само себя, а тогда, согласно постулату (С), «Нет» не есть Нет. И так же наоборот.

Если бы антипсихологист был бы полностью последователен, то должен был бы тогда добавить: познавательная ситуация человечества, таким образом, безнадежна. Человеческая наука противоречива. Разум использовать нельзя. Вывод антипсихологизма, принимаемый всерьез, самоубийственен.

4. Психологическое спасение от познавательного самоубийства

Перейдем теперь к психологическому описанию лингвистической ситуации. Языковое высказывание, прежде всего, не всегда является выражением переживаний, даже тех, которые согласно языковому обычаю выражаются в общем случае.

Если я говорю, что нечто утверждаю или отрицаю, то в целом это не означает, что я что-то говорю или что-то отрицаю, это означает только, что я себя веду так, как будто отрицаю или утверждаю. В действительности же акт утверждения или отрицания имеет место лишь тогда, когда выполнены определенные условия, делающие возможным его возникновение, к которым, прежде всего, принадлежит точное знание по поводу того, каким является высказывание, которое я утверждаю или отрицаю. Самоотрицающий таким знанием не обладает, поскольку декларирует отрицание чего-то, чего еще не высказал до конца. Можно согласиться, что в каждом познавательном высказывании кто-то что-то утверждает или что-то отрицает. Но высказывание самоотрицающего не является познавательным высказыванием. Высказывание самоотрицающего, возникшее случайным образом, лишь подражает человеческому высказыванию, но не имеет всех его характеристик.

В случае антиномии гетерологических выражений при отбрасывании парадигмы антипсихологизма мы не получаем противоречия, поскольку мы не признаем во всем объеме постулат (С). То есть, анализируя психологически ситуацию именования, мы говорим, что некоторый предмет подпадает под некоторое имя всегда в чьем-то понимании, или при чьем-то способе оперирования этим именем. Притом:

> из чьего-то способа оперирования некоторым именем можно судить о принадлежности некоторого предмета к определенной совокупности только тогда, когда известно, что индивидуум, оперирующий именем этой совокупности, достаточно точно оперирует именно эти именем.

Отбрасывание парадигмы антипсихологизма заставляет нас релятивизировать понимание понятий, а релятивизация открывает нам новые перспективы анализа. В частности, как мы увидим в

дальнейшем, психологический анализ велит нам утверждать, что понятие Het, определенное выше, оказывается таким странным понятием, которого никто не умеет использовать достаточно точно, несмотря на то, что это понятие определено формально точным образом. Подобный вывод можно считать парадоксальным, но это не противоречие.

Можно сказать, что выбирая психологизм, я отдаю предпочтение тезису об определенной ущербности человеческого познания. Однако мы стоит тут перед альтернативой: либо познание противоречиво, либо непротиворечиво, но унизительно. Рациональней выбрать унижение, чем противоречивость всего полученного знания.

Психологи замечают, что люди имеют склонность к отбрасыванию явно противоречивой информации, как приносящей определенный дискомфорт. (Это тривиальное наблюдение, ведущее свое начало от Аристотеля, в нашем столетии припомнил первым В. Витвицкий, а затем его разрекламировал как теорию познавательного диссонанса Леон Фестингер и сделал на нем карьеру). Однако обосновывание выхода из антиномии лжеца просто на отбрасывании противоречия, что делает, напр., Альфред Гавроньский в работе «*Истина и логика текста. Очерк метатекстуальной теории истины*» (Prawda i logika tekstu. Zarys metatekstowej teorii prawdy. Kwartalnik Filozoficny, T. XXIV, z. 4, 1996), не является, по моему мнению, ответом на принципиальный вопрос философии, который есть нечто значительно большее, чем просто уклонение от замеченного противоречия. Цель философии в этой области, по моему мнению, можно сформулировать следующим образом: привести последовательный и поддающийся формализации способ оперирования определенными фундаментальными семантическими понятиями, в том силе, напр., предикатом «X является истинным предложением». Такую систему понятий, как я считаю, можно предложить, принимая в качестве исходного пункта именно психологизм.

5. Распространенные источники антипсихологизма

Можно таким образом сказать, что антипсихологическая установка, встречающаяся у логиков с древних времен, ответственна за всю эту, грубо говоря, интеллектуальную аберрацию, заставлявшую логиков быть обеспокоенными антиномией лжеца.

Разыскивая источники антипсихологизма, можно заметить, что антипсихологизм является проявлением более широкой тенденции, которую можно было бы назвать идеализирующей абстракцией. Это было бы высказывание об общем без учета отнесения к условиям, определяющим конкретное (или определенных конкретным).

Это не означает, очевидным образом, что я утверждал бы, что не следует искать общего. Без разговора об общих характеристи-

ках не было бы науки; может быть вообще не было бы точного языка. Ведь повседневный язык в большой степени является языком общих понятий. Общие понятия, беспрерывно высказываемые в повседневном языке, обычно, однако, имеют конкретный адрес, детерминированный различными обстоятельствами высказывания. В философских же рассуждениях мы часто поддаемся желанию оперировать общими понятиями во всей их общности, то есть без каких-либо конкретных отнесений. В то же время мы легко забываем об относительном смысле многих понятий.

Возникает, таким образом, методологическая проблема: как управлять своей мыслью, чтобы не впасть в подобную, скажем, опасную идеализирующую абстракцию?

Методологически корректный ответ выглядит следующим образом:

> **Там, где значение общего понятия зависит от конкретного, следует использовать универсалии, относимые к конкретным сущностям, личностям или вещам, в которые данная универсалия вложена.**

То есть, напр., помнить, что никакое высказывание не является просто истинным или ложным, но является истинным или ложным при определенном понимании некоторой личностью содержащихся в нем понятий. Никакое слово не означает просто какую-то вещь, но может ее означать с точки зрения использования этого слова определенной личностью. То есть следует на самом деле использовать языковые формулы следующего вида:

Человек X, высказывая слово Y, относит его к вещи Z

Релятивизацию к личности можно порою заменить релятивизацией к языку определенной группы личностей. Но следует также помнить, что релятивизация к языку в своей основе является релятивизацией к определенной группе личностей. Разговор о релятивизации значений к языковой системе может быть уже опасен, так как мы можем начать думать о языковой системе как о чем-то якобы независимом от той или иной совокупности личностей. В то же время каждая языковая система определяется совокупностью личностей, живущих в определенной временной и пространственной ситуации, и изменяется вместе с изменениями этой совокупности личностей. Наиболее застывшая и «мертвая» языковая система, например, латинский язык, является языковой системой, используемой, например, сегодня совокупностью классических филологов. Значение слова в этом языке является значением в понимании личностей, принадлежащих к этой совокупности, а также может быть в понимании многих личностей, живших в древности и средневековьи, по крайней мере, в большинстве случаев.

Самым опасным оказывается способ высказывания, который можно назвать реистическим, при котором если мы что-либо говорим, то всегда помним, что каждое общее понятие релятивизировано к многим конкретным вещам. Так что когда мы говорим о

познании, то мы помним о том, что говорим либо о переживаниях некоторых личностей (это будет психология познания), либо об отношении: личность P познает предмет R. Ясно, что подобная релятивизация не должна постоянно повторяться. Важно лишь помнить, что используемое понятие имеет релятивный характер и порой нужно его сделать явным в кратком высказывании.

Философия требует использования оборотов с установленной и продуманной со всеми подробностями интенциональной лексикализации. Это означает, что мы должны отдавать себе отчет, какие обороты мы наделяем весомостью, которую Тадеуш Котарбиньский называл буквальностью высказывания. Эту вещь лучше всего продемонстрировать на примере. Говорится, например, что выражение имеет смысл. Фразу «выражение X имеет смысл» можно понимать несколькими способами:

1. Существует что-то такое как смысл и это что-то положено этому выражению. В этом случае следовало бы употреблять оборот с двумя переменными:

выражение X имеет смысл Y

2. Существует определенная характеристика осмысленности и она положена некоторым выражениям. Тогда следовало бы использовать оборот:

выражение X осмысленно

3. Существует определенный вид переживаний, который порой сопутствует высказыванию, и который можно назвать переживаниями смысла, понимания, убеждения, утверждения или отрицания. Тогда следовало бы использовать обороты:

личность P высказала выражение X с чувством понимания
личность P высказала выражение X с убеждением
личность P высказала выражение X с его одобрением
личность P высказала выражение X с его отрицанием

Каждая из вышеприведенных возможностей является другой версией буквальности понимания исходного оборота о наличии смысла. Похожая ситуация и с языковыми оборотами, приписывающими отдельным выражениям определенные значения или десигнаты. Самый общий урок, вытекающий из семантических антиномий, заключается, таким образом, в предостережении, что оперирование понятием смысла или значения как отдельной сущности является познавательно крайне опасным поведением.

6. Психологические выводы из антиномических размышлений

Во времена социализма в Польше говорилось, что успехи, которыми хвалилась народная власть, являются достижениями системы, которая великолепно преодолевает трудности, которые, к сожалению, сама же система и создает. Так же обстоит дело и с многими мыслительными системами в философии. Достижения

антипсихологизма в области преодоления семантических антиномий можно было бы охарактеризовать подобным образом. Тем временем мы значительно радикальнее избавляемся от хлопот с антиномиями, когда вообще порвем с антипсихологизмом, который, как мы показали выше, является огромным упрощением описания семантических ситуаций.

Теперь мы намерены показать, что если семантические понятия мы опишем со всей их необходимой релятивизацией (которая является психологической релятивизацией), то мы тогда легко заметим, что антиномические ситуации делают заметными определенные истины о людях, оперирующих этими понятиями, которые удается передать в виде достаточно точных утверждений психологического характера.

Первый шаг в семантических размышлениях – это раздумье над использованием выражений. Использование многих выражений можно самым общим образом характеризовать как соотнесение этих выражений с определенными предметами. Основным утверждением в сфере описания человеческого поведения является утверждение, что:

Использование определенной личностью определенного выражения информирует наблюдателя определенным образом лишь о том, что эта личность обращает свое внимание на данный предмет. В то же время оно не информирует о способе употребления этого выражения этой личностью в других ситуациях.

То, на какой предмет направляется внимание, зависит от множества обстоятельств. О выражениях, которые систематически используются с целью привлечения внимания слушателей к определенному предмету, мы говорим, что они используются как их имена. Подобное явление может быть описано при помощи оборота:

Личность P называет при помощи выражения W предмет X

Так бывает, когда мой сосед называет при помощи выражения «пёс» своего пса, также как и пса другого своего соседа, так же как в минуты злости одного знакомого, который им пренебрегает. Ситуацию эту можно описать также при помощи оборота:

Личность P использует выражение W для обозначения предмета X

Мы говорим, что подобная ситуация возникает, когда личность P, выполняя определенное действие с предметом X, склонна описать свое поведение, используя выражение W. То есть, например, указывая на предмет X, выскажет (если использовать русский язык) предложение, состоящее из двух предложений (или представляющее собой их конкатенацию): в качестве первого из выражения «Я указываю на» и в качестве другого из выражения W. Похожим образом, например, прикасаясь к предмету X, она склонна

высказать предложение, состоящее из выражения «Я прикасаюсь к», а затем из выражения W. И т. д.

Многие не слишком старательно оперируют выражениями. Поэтому представляется полезным принять следующее определение:

Def. 1. *1. Личность P использует* ***именно*** *выражение W для обозначения предметов совокупности Z тогда и только тогда, когда: для каждого предмета X*

> *Если личность P исследует предмет X (если ознакомится с предметом X), то личность P использует выражение W для обозначения предмета X тогда и только тогда, когда X принадлежит совокупности Z.*

Я считаю, что мой знакомый антрополог ТВ использует выражение «человек» именно для обозначения предметов совокупности Homo sapiens,поскольку, если ТВ исследует какой-то предмет X, то ТВ использует выражение «человек» для обозначения предмета X тогда и только тогда, когда X принадлежит к виду Homo sapiens. То есть, например, ТВ высказывает предложение «Указываю на человека» тогда и только тогда, когда ТВ действительно указывает на определенный экземпляр вида Homo sapiens.

При принятии вышеприведенного определения антиномическое рассуждение, открытое Греллингом и Нельсоном, приводит не к тезису о противоречивости знания, а к позитивному утверждению говорящего, что:

Существует корректно определенное имя, описывающее определенную совокупность имен, такую, что ни один человек, исследовавший это имя, не использует его именно для обозначения имен этой совокупности.

Доказательство представляет собой воспроизведение антиномического рассуждения. Этим именем является «Het». Однако его определение является несколько иным, чем рассмотренным выше в части 3. Отличие определения совокупности Het вызвано очевидно тем, что в части 3 мы анализировали антипсихологическое рассуждение, следовательно, приспосабливались к антипсихологическому пониманию семантических оборотов. Теперь мы считаем, что эти обороты не имели смысла и используем психологические обороты. В связи с этим определение Het является следующим (я записываю символически и сокращаю несущественное, пренебрегая повторением выражения *предмет*, выражения *выражение* и выражения *личность*):

Def. 2. $X \in Het(P) \equiv (X$ *есть выражение* $\wedge \neg(P$ *использует* X *для обозначения* $X))$

Понятие Het остается дополнительно релятивизированным к переменной P. О переменной P мы можем принять, что она является именем конкретной личности.

Допустим, что

(1) P использует именно «Het(P)» для обозначения предметов совокупности Het(P). Вставляя в Def. 1 вместо переменной Z надпись Het(P), а вместо переменной W надпись «Het(P)», мы получаем, как следствие посылки (1), следующую импликацию:

(2) Если P исследует X, то
P использует «Het(P)» для обозначения X ≡ X∈ Het(P).

В этой импликации вместо переменной X мы можем вставить надпись «Het(P)». Получаем тогда посылку

(3) Если P исследует «Het(P)», то
P использует «Het(P)» для обозначения «Het(P)» ≡
≡ «Het(P)»∈ Het(P).

Очевидно, что в качестве эмпирической посылки мы принимаем:

(4) «Het(P)» является выражением

Вставляя в определение Def. 2 вместо X надпись «Het(P)» и, основываясь на посылке (4), получаем вывод:

(5) «Het(P)»∈ Het(P) ≡ ¬(P использует «Het(P)» для обозначения
«Het(P)»).

Из посылок (3) и(5) получаем, согласно правилам логики, что:

(6) Если P исследует «Het(P)», то
«Het(P)»∈ Het(P) ≡ ¬(«Het(P)»∈ Het(P))

Выводы (2)-(6) были получены при допущении посылки (1). Поскольку в консеквенте импликации (6) находится противоречивая эквивалентность, то отсюда можно сказать, что мы доказали импликацию:

Если P исследует «Het(P)», то ложно, что P использует именно «Het(P)» для обозначения предметов совокупности Het(P)

а именно это и есть содержание доказываемого утверждения. Понятие Het оказывается как раз тем понятием, которого никому не удается использовать точно. Такое утверждение не звучит «гордо», но лучше иметь смиренный взгляд на мир, чем взгляд противоречивый.

Подобным образом антиномия лжеца в психологистичном понимании приводит к доказательству позитивного утверждения, что существует такая проблема, на тему которой ни один человек не сможет думать искренне, непротиворечиво и полностью сознательно. (Доказательство является несколько более сложным, поэтому отсылаю к своей книге: Logic – a Human Affair. Scholar. Warsaw, 1997, где оно приводится со всеми подробностями.)

Все это приключение с семантическими антиномиями наводит на мысль, что вызов, который в нашей жизни стоит перед людьми, даже когда он кажется чисто интеллектуальным, имеет в себе определенный моральный компонент. И нахождение хорошего интеллектуального ответа зависит также от моральной позиции исследователя, даже тогда, когда проблема кажется спекулятивной, как это как раз имеет место в случае антиномии.

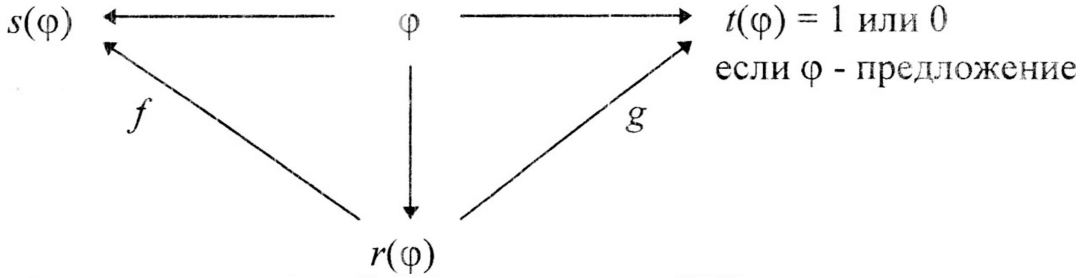
В. Л. Васюков

СИТУАЦИИ И СМЫСЛ: НЕ-НЕ-ФРЕГЕВСКАЯ (МЕТАФОРИЧЕСКАЯ) ЛОГИКА. I.

It was R. Suszko who rejected to G. Frege's postulate that all sentences have a common referent - the truth-value. Suszko sought support for his ideas in Wittgenstein while accounting the denotation of a sentence is what the sentence say about: a certain situation. The most simplified version of his Non-Fregean Logic is obtained from classical sentential calculus by adding a new identity connective which is to be used when one needs to assert the identity of situations. But approaching referents Suszko completely lay aside the third component of Fregean triangle - a sense of the sentence. In the paper (presenting the first part of the work) the system of Non-Non-Fregean (Metaphoric) Logic is proposed which allows to assert the identity of situations in some sense (similarity of situations) approaching problem from the point of view of Non-Fregean Logic .

1. Был ли Р.Сушко последователен до конца?

Знаменитая семантическая схема Г. Фреге, приведенная им в *Ьber Sinn und Bedeutung* [Frege 1967], в терминологии работы Р. Сушко *Abolition of the Fregean Axiom* [Suszko 1973] может быть представлена следующим образом:



На диаграмме 1 и 0 представляют собой истину и ложь, φ - имя или предложение, $r(\varphi)$ есть так называемый референт φ (т. е. то, что представлено φ) и $s(\varphi)$ - смысл φ (или способ, которым $r(\varphi)$ представлен φ). Если φ - предложение, то $t(\varphi)$ == логическое (истинностное) значение φ. Эти параметры соотносятся между собой следующим образом:

(1) $s(\varphi) \neq s(\psi)$ всякий раз, когда $r(\varphi) \neq r(\psi)$

и, для предложений

(2) $r(\varphi) \neq r(\psi)$ всякий раз, когда $t(\varphi) \neq t(\psi)$.

f и g превращают диаграмму в коммутирующую, т. е. для данных s и t существуют такие функции f и g, что

(3) $f(s(\varphi)) == r(\varphi)$

(4) $g(r(\varphi)) == t(\varphi)$

Условие (3) эксплицитно допускалось Фреге и принималось А. Чёрчем [Чёрч 1960, с. 20]. Легко видеть, что существование функции, удовлетворяющей (3) и (4) эквивалентно (1) и (2).

Имея ввиду эту функциональную диаграмму, можно переписать так называемую фрегевскую аксиому

(FA) *все истинные (соответственно все ложные) предложения описывают одно и то же, то есть имеют общий референт*

более формально как

(FA) $r(\varphi) == r(\psi)$ *всякий раз, когда* $t(\varphi) == t(\psi)$

что вместе с обращением (1) дает нам условие

(FA′) $r(\varphi) == r(\psi)$ *тогда и только тогда, когда* $t(\varphi) == t(\psi)$

которое, в свою очередь утверждает, что существует в точности два референта предложений (фрегевские 1 и 0). В то же время Фреге не соглашался с обращением (1), тем самым принимая, что для предложений φ,ψ возможно, что

(5) $s(\varphi) \neq s(\psi)$ при $r(\varphi) == r(\psi)$

Р. Сушко был первым, кто отбросил (FA), опираясь при этом на Л. Витгенштейна и считая, что денотатом предложения является то, о чем оно говорит: некоторая «ситуация» (см. [Wyjcicki 1984], с. 326). Семантические постулаты его не-фрегевской логики выглядят следующим образом:

S1. Каждое предложение имеет денотат.

S2. Истинные предложения обозначают позитивные факты, в то время как ложные предложения обозначают негативные факты.

S3. Имеют место классические условия истинности, в частности, истинностное значение предложения, построенного с использованием истинностных связок, определяется истинностными значениями его компонент обычным (т. е. принятым в классической логике) образом.

Таким образом, можно предположить, что фрегевское слияние $r(\varphi)$ и $t(\varphi)$ следует понимать как введение функции g^{-1}, такой, что $g^{-1}(g(r(\varphi))) == r(\varphi)$ и $g(g^{-1}(t(\varphi))) == t(\varphi)$. И наоборот, отмена Сушко фрегевской аксиомы приводит к отмене последней: g^{-1} становится запрещенной (или, по крайней мере, не подразумеваемой по умолчанию).

Но что происходит с функциональной независимость референта и смысла? Согласно Сушко для данного языка приписывания t и r могут быть разработаны в рамках аппарата истинностных оценок и моделей, в то время как приписывание s может быть разработано и эффективно использовано в изучении уже построенных логик. Однако, он разъясняет это положение в своем Дополнении

к [Suszko 1973] таким образом, что приписывание s является, тем не менее, вторичным и советует не переоценивать значения (3) до тех пор, пока логика не сконструирована. «В противном случае» – предостерегает он – «вы можете прийти к сомнительной идее вечного царства смыслов (и, в частности, пропозиций), не зависящего от любого языка или логики, и предшествующего всем референтам» [Suszko 1973, Дополнение, с. 1].

В то же время нельзя сказать, что проблема смысла лежала вне сферы интересов Сушко. Достаточно напомнить его теорию экстенсий и интенсий, развивающую идею (5), из [Suszko 1967]. Главное новшество здесь заключается во введении двух отношений эквивалентности по модулю некоторых логических систем $Fl(A)$ и $Ver(\mathbf{M})$, основываясь на семантической системе $\langle L,A,\mathbf{M}\rangle$, где L есть язык, $\mathbf{M}$ - модель L и A есть множество предложений в L, называемых аксиомами. В современных терминах $Fl(A)$ можно описать как теорию $Cn(A)$ (где Cn есть оператор присоединения следствий, $Cn(\Gamma) == \{B\colon \Gamma \vdash B\}$ для некоторого множества предложений Γ и $\Gamma == Cn(\Gamma)$), а $Ver(\mathbf{M})$ представляет собой множество всех предложений в L, истинных в модели $\mathbf{M}$. Эквивалентность по модулю $Ver(\mathbf{M})$ называется эквивалентностью по экстенсии, а эквивалентность по модулю $Fl(A)$ называется эквивалентностью по интенсии. Если обозначить эти отношения как $\equiv_e$, $\equiv_i$, то, следуя Сушко, можно сформулировать проблему экстенсий и интенсий следующим образом [Suszko 1967, с. 20].

Введем два неопределенных понятия v_e и v_i, представляющих собой два приписывания, такие, что каждому выражению (термину или предложению) E сопоставляются два предмета $v_e(E)$ и $v_i(E)$:

$v_e(E) ==$ экстенсия выражения E,

$v_i(E) ==$ интенсия выражения E.

Примем также два следующих постулата:

$v_e(E_1) == v_e(E_2)$ тогда и только тогда, когда $E_1 \equiv_e E_2$,

$v_i(E_1) == v_i(E_2)$ тогда и только тогда, когда $E_1 \equiv_i E_2$.

Возникает вопрос, можно ли эксплицитно определить понятия v_e и v_i таким образом, чтобы удовлетворялись наши постулаты. Ясно, что, например, принятие следующих определений

$$v_e(E) == v_e\,|E|_e \text{ и } v_i(E) == v_i\,|E|_i$$

где $|E|_e$, $|E|_i$ представляют собой классы эквивалентности по отношениям $\equiv_e$, $\equiv_i$ соответственно, позволяет получить решение нашей проблемы. Однако, «существует много других решений и можно поставить вопрос о нахождении решения, являющегося наиболее естественным и полезным в логических исследованиях» [Suszko 1967, с. 20].

Почему Сушко позднее сконцентрировался исключительно на экстенсиях, полностью оставив в стороне перспективы исследования интенсий? Кажется очевидным, что определения, относящиеся к 1967 году, представляют собой набросок идей, приведших при дальнейшей разработке к ситуационной семантике и не-фрегевской логике. Вероятно, Сушко был поглощен перспективами вовлечения витгенштейновской философии в орбиту своих не-фрегевских исследований, и это сыграло роковую роль в деле исследования оппозиции «смысл-значение». Это привело, по-видимому, и к склеиванию фрегевской диаграммы: если Фреге говорил об истинностных значениях как о референтах, то Сушко, фактически, признавал в качестве решающего фактора только лишь референты (ситуации), приписывая смыслу роль вспомогательного средства. Это можно расценивать и как возвращение к до-фрегевской концепции значения или как принятие отождествления значения с референтом.

С другой стороны, идею значений как сущностей (предметов) с трудом можно было признать новой даже в 1967 году. Стоит напомнить чёрчевскую логику смысла и денотата [Church 1951], разработанную в 1951 году, которая была теорией значения и чьим существенным положением была предметность значений. Одна из интерпретаций этой логики прямо описывает смыслы с помощью классов эквивалентности выражений, собираемых посредством синонимического изоморфизма (см. [Anderson 1984], с. 37), что очень похоже на определения Сушко. В настоящее время исчисления Чёрча часто рассматривают как первые системы интенсиональной логики, трактующие выводы, связанные со значениями или тождественностью значений в некотором точном смысле.

Более того, другая влиятельная ветвь интенсиональной логики, имеющая дело с предметностью значений, также относится к концу 60-х годов – достаточно вспомнить «*Прагматику*» Р. Монтегю [Montague 1968], не говоря уже о его работах 1970 г. (см. [Montague 1970], [Montague 1970a]). В этих подходах интенсии или значения рассматриваются как некоторые функции из «возможных миров» в различные сущности. А. Андерсон в «Справочнике философской логики» характеризует подход на основании «возможных миров» следующим образом: «Говорится, что знать значение выражения – это знать способ, которым вещи должны быть, чтобы предложение было истинным. Этот «способ, которым вещи должны быть» и есть возможный мир. Отсюда мы можем принять в качестве значения или интенсии предложения множество возможных миров, в которых оно истинно – или, что одно и то же, функцию из возможных миров в истинностные значения, истину или ложь, которая определяет это множество миров» [Anderson 1984, с. 358].

Кажется невероятным, но именно популярность семантики возможных миров сыграла роковую шутку с отношением Сушко к

проблеме смысла. Дело в том, что он с самого начала был обречен на защиту своей не-фрегевской логики от обвинения в сходстве с модальными логиками: в 1969 году он обнаружил, что одна из его SCI-теорий (SCI означает пропозициональное исчисление с тождеством) эквивалентна льюисовской системе S4 и, соответственно, каждая модальная система, содержащая S4, будет SCI-теорией. В связи с этим он пишет: «Теперь вы уже совершенно уверенны, что SCI является разновидностью модальной логики. Но моим ответом все еще будет решительное НЕТ. К сожалению, расхождение наших мнений не может быть устранено формальными рассуждениями. Вы знаете точно, чем является не-фрегевская логика. Но у вас нет точной и адекватной идеи о том, чем является модальная логика. Не так ли? Лучшее, что я могу сделать в защиту моей точки зрения, это продолжать аргументировать в пользу экстенсиональности и логической двузначности SCI и, в частности, показать, что она не приспособлена к интенсиональным капризам модальной логики» [Suszko 1973, с. 38].

Теперь очевидно, откуда идет негативное отношение Сушко к духу интенсиональности и его пассажи против модальной логики. Но далеко не так очевидно, почему в рамках экстенсионального подхода нет места смысла. Ибо если для смысла есть место только после того, как система сконструирована, то нужен ли он вообще? Однако даже наиболее очевидные факты «будучи ситуациями, описанными в истинных предложениях» [Suszko 1973, с. 53], подвержены всевозможным ошибочным интерпретациям и порождают разительно отличающиеся между собой заключения.

Нуждаются ли факты и ситуации в смыслах или они так недвусмысленны, что смыслы для них совершенно излишни? Согласно подходу Барвайса и Перри информация, передаваемая с помощью лингвистических приемов, могла бы быть выделена из общей картины при учете ограничений, условных или безусловных, налагаемых на типы ситуаций. Они же снабжают кого-либо информацией только в том случае, если этот некто чувствителен к ограничениям. В их книге *Situation and Attitudes* мы читаем: «... для данного индикативного предложения φ, мы думаем о смысле *u*[φ]*e* как об отношении между ситуациями *u*, в которых высказывается φ, и ситуациями *e*, описанными подобными высказываниями. Это отношение ограничивает как *u*, так и *e* ... Ограничения [φ] накладываются на ситуации *e*, что традиционно изучает теоретико-модельная семантика. Ограничения, накладываемые на высказывания *u*, труднее выяснить, но они менее важны» [Barwise Perry 1983, с. 120].

Таким образом, даже при подходе ситуационной семантики вопрос смысла имеет значение для ситуационного теоретика. Проблема скорее в том, о каком смысле говорят эти теоретики, идя в русле не-фрегевского подхода, поскольку, следуя курсом критики

Сушко фрегевской аксиомы, они незаметно выходят за рамки последнего. Остановимся подробнее на этой проблеме.

2. Смысл фрегевского смысла

Майкл Даммет в своей книге *Frege: Philosophy of Language* [Dummett 1981] формулирует следующие 10 тезисов, касающихся фрегевского понятия смысла и референции:

(F1) Смысл сложного выражения составляется из смыслов его конституэнт.

(F2) Ментальный образ не составляет смысла слова.

(F3) Референт выражения определяется референтами компонент.

(F4) У выражения может присутствовать смысл, но отсутствовать референт.

(F5) Референт неполного выражения сам не полон.

(F6) Смысл собственного имени определяет критерий тождества для именуемых объектов.

(F7) Референтами высказываний являются истинностные значения.

(F8) Референция выражений косвенной речи не совпадает с обычной.

(F9) Слово значит что-то только в контексте предложения.

(F10) Референтами наших слов является то, о чем мы говорим.

Из этих тезисов наиболее известной фрегевской доктриной является (F4), хотя в то же время ему наиболее трудно найти место в его философской системе, рассматриваемой в целом. При буквальном понимании (F4) кажется поразительно противоречащим основным утверждениям Р. Сушко.

По мнению Даммета «фрегевское понятие референции лучше всего понять через семантику, которую он ввел для формул языка логики предикатов. Интерпретация подобной формулы (или множества формул) получается путем приписывания объектов определенного вида примитивным нелогическим константам, входящим в формулу» [Dummett 1981, с. 89]..

Ясно, что такое понятие «интерпретации» является именно тем, которое Фреге имеет ввиду, когда он говорит о «референции». Но так как его понятие референции совпадает с понятием интерпретации формул логики предикатов, то возникает вопрос: где здесь найти место для понятия смысла, отличающегося от референта?

Фрегевское решение дилеммы предполагает, что референт не является ингредиентом значения. Отсюда «смысл все еще может быть объяснен как образующий ту часть значения слова или выражения, которая должна быть воспринята для того, чтобы определить истинностное значение предложений, его имеющих; и это значит: ту часть его значения, которая определяет его референт»

[Dummett 1981, с. 91]. Что касается утверждения, что референт не является ингредиентом значения, то это просто утверждение, что наше понимание слова (или выражения) никогда не сводится к простому ассоциированию чего-либо в мире с этим словом (или выражением). Должны существовать определенные механизмы подобного ассоциирования, знание которых конституирует наше понимание смысла.

В случае собственных имен Фреге использует метафору пути от имени к референту: имена с различными смыслами, но одинаковыми референтами соответствуют различным путям, ведущим к одной цели. Известной иллюстрацией служит пример терминов «утренняя звезда» и «вечерняя звезда», имеющих один референт, но выражающих разные смыслы.

Таким образом, смысл выражения предполагается совпадающим с путем, которым мы определяем референт. Но теперь оказывается, что зачастую не существует единственного пути, ведущего к референту выражения, и более того, то, что однажды принимается в качестве признанного способа определения смысла, позднее может быть отброшено, как не согласующееся с другими.

В настоящее время многие приписывают Фреге некую версию «точки зрения выполнимости» (SV – satisfaction view), формулируемую Дж. Зайссом следующим образом:

«Смысл *s* определяет объект *o* тогда и только тогда, когда

(i) *s* существенно включает в себя (или является) условие (или совокупность условий) *C*, которое выполняет *o* и

(ii) *s* экзистенциально независимо от *o*;

если *o* не существует (или однозначно не выполняет *C*), то *s* все равно будет существовать, все равно будет выполнять *C*, и либо (a) некоторый другой объект *o′* будет однозначно выполнять *C* и *s* будет выполнять *o′*, либо (b) никакой объект, или более чем один будут выполнять *C* и *s* будет пустым» [Zaiss 1993, с. 169].

Стоит заметить, что так сформулированная SV оставляет открытым вопрос о том, отождествляется ли смысл с условием выполнимости или просто ассоциирован с ним. Многие считают очевидным, что фрегевские смыслы связаны со своими объектами в силу случайной выполнимости (рассматривая SV как метафизическое утверждение о том, как смысл сам по себе определяет объект).

Во всех случаях условие выполнимости *C* из SV не может определяться способностью слова вызывать в уме говорящего или носителя языка ассоциированные ментальные образы (см. (F2) выше). Фреге всегда критиковал подобную эмпиристскую концепцию смысла. Он считал, что смысл слова не имеет внутренне ничего общего с ментальными образами.

В то же время, когда в качестве сложного выражения выступает сложное предложение, Фреге называл выражаемый им смысл «мыслью» (см. [Dummett 1981], с. 153). Его «мысли», как и расселовские «пропозиции», являются тем, чему мы приписываем истину или ложь и одновременно он думал о них как о вечных, неизменных объектах. В своих неопубликованных работах он говорит в связи с этим о «царстве смысла» и «царстве референции». Последнее и есть реальность, та реальность, о которой мы говорим, весь мир, поскольку нет ничего в мире, о чем мы не могли бы говорить, и что поэтому не могло бы конституировать референт используемого нами выражения.

Что же до царства смысла, то здесь мы имеем дело с очень специфической областью реальности: «Фреге, как и Больцано, доказывает, что существование смысла не зависит от способности быть выраженным или даже воспринимаемым; и это должно быть так, поскольку, конечно же, существуют мысли, которые никогда не были и никогда не будут выражены или восприняты. Но это не означает, что смыслы не имеют, говоря метафизически, ничего общего с выражениями...» [Dummett 1989, с. 17]. Фреге не хочет говорить, что мысли (смыслы) являются ментальными сущностями, опасаясь, что это сделало бы их слишком мало отличающимися от «идей» (ментальных образов), приводя к некоммуникабельности. Для него они были вечными объектами, не возникающими и не исчезающими. Он полагал, что утверждая это, он в состоянии ответить, как что-нибудь может быть истинным, если нет никого, думающего о нем.

Тем не менее, многие (не один лишь Сушко) отнеслись к подобной «платонистской» трактовке смыслf неодобрительно. М. Даммет предлагает дифференцировать объекты, чего не делал Фреге, а именно, различать трансцендентные и имманентные объекты. Он пишет: «Шаг танца, например, является имманентным объектом...два танцора могут выполнить один и тот же шаг, и шаг мог быть выполнен множество раз, и существовать задолго до того, как некий танцор выполнит его; танцевальный шаг имеет объективные свойства и о нем можно сказать или подумать. С другой стороны, шаг не существует, и не мог бы существовать априорно или независимо от чьего-либо танца: именно он отличает его как имманентный объект от такого трансцендентного объекта, как туфель. Мысли и иные смыслы не должны быть изгнаны... из категории объектов; но они суть имманентные, а не трансцендентные объекты, и, следовательно, не являются обитателями области, совершенно не зависящей от нас и нашей деятельности» [Dummett 1989, с. 17].

Все же не каждое предложение следует принимать безоговорочно, не подвергая его критике. Дж. Зайсс в работе *Taking Frege's Name in Vain* [Zaiss 1993] перечисляет подобные предложения в форме оснований и возражений. Вот некоторые из них.

а) *Основание*: согласно Фреге смысл является *способом представления* – некоторым способом, которым объект представлен субъекту в мысли (Бердж, Эванс, Солмон). *Возражение*: Расхожее мнение о том, что фрегевский смысл является способом представления весьма спорно. Фреге никогда не говорил этого.

б) *Основание:* Кристофер Пикок [Peacocke 1981] цитирует пассаж из статьи Фреге «Введение в логику» как свидетельство того, что Фреге утверждает, что смыслы экзистенциально независимы от своих объектов. *Возражение*: Даже при самом поверхностном чтении видно, что о природе самих смыслов Фреге не делает метафизические, но лишь лингвистические и эпистемологические заявления: смысл, который выражает имя – и наоборот, мысль, выраженная предложением, содержащим имя, – не зависит от нашего мнения по поводу того или иного способа указания именем.

в) *Основание:* из фрегевского допущения пустых смыслов следует, что смыслы не *всегда* экзистенциально зависят от объектов. *Возражение*: нет необходимости в предположении экзистенциальной независимости для того, чтобы получить единообразный учет смыслов и определений. Одной из альтернатив является настаивание на схеме «движения цен» на рынке экзистенциальной независимости и простое отрицание какого-либо существования пустых смыслов. Другая альтернатива, менее расходящаяся с взглядами Фреге, выглядит следующим образом: считать, что если данный смысл определяет объект, то он экзистенциально независим от этого объекта, и определимость им объекта играет существенную роль именно для смысла. Если же, с другой стороны, смысл не определяет никакого объекта, то для него существенен именно *этот* факт.

Сам Дж. Зайсс приходит к заключению, что «если... понятие определения не чувствительно к анализу в рамках *семантического* аппарата Фреге, то мы вынуждены выйти за пределы его семантики, чтобы эксплицировать такие понятия. Следует ожидать, что подобные экспликации будут результатом того, на что указывает сам Фреге: детального метафизико-эпистемологического учета мысли и референции» [Zaiss 1993, с. 185].

Тем не менее, подобная глобальная программа исследований совсем не обязательна для любой попытки пролить свет на загадку смысла. Ниже мы попытаемся показать, что гораздо более «локальный» подход может преуспеть в подобном начинании.

3. Не-не-фрегевская логика: система SCIS.

Чтобы прояснить замысел предлагаемого подхода к расширению не-фрегевской логики, учитывающего кроме референта еще и смысл, воспользуемся определениями «типа Тарского» логических связок, аналогично тому, как это было сделано Р. Вуйчицким в

[Wüjcicki 1984, с. 324]. Согласно А. Тарскому, операция присоединения следствий в классическом пропозициональном исчислении может быть определена как слабейшая операция присоединения следствий Cn, удовлетворяющая следующим двум условиям (S означает множество формул):

($\rightarrow$) $A \rightarrow B \in Cn(X)$ тогда и только тогда, когда $B \in Cn(X,A)$,

($\neg$) $\neg A \in Cn(X)$ тогда и только тогда, когда $Cn(X,A) == S$.

Подобным образом мы можем определить и другие связки классической логики. Например, условие, определяющее эквивалентность, имеет вид:

($\leftrightarrow$) $A \leftrightarrow B \in Cn(X)$ тогда и только тогда, когда $Cn(X,A) == Cn(X,B)$.

Связка тождества (кореференциальности) системы SCI P. Сушко может быть охарактеризовано следующим условием:

($\equiv$) $A \equiv A' \in Cn(X)$ тогда и только тогда, когда $\forall B \forall p(Cn(X,B(A/p)) == Cn(X,B(A'/p)))$,

где p представляет собой произвольную пропозициональную переменную, а $B(A/p)$ есть формула, получающаяся из формулы B подстановкой в B формулы A вместо всех вхождений переменной p.

Наше предложение можно описать как введение еще одной связки тождества (связки подобия по смыслу), например, с помощью следующего определения:

($\cong$) $A \cong A' \in Cn(X)$ тогда и только тогда, когда $\exists B \exists p(Cn(X,B(A/p)) == Cn(X,B(A'/p)))$, где B не является противоречивой формулой.

Будем говорить, что A и A' тождественны, если $A \equiv A'$, и они подобны, если $A \cong A'$. Заметим, что в случае, когда A и A' эквивалентны в теории X, достаточно, чтобы они имели те же самые следствия. Для того, чтобы они были тождественны, они должны быть взаимозаменяемы в каждом контексте «с точностью до эквивалентности» (любая подстановка A' вместо A или A вместо A' должны приводить к формуле, эквивалентной первоначальной). А для того, чтобы A и A' были подобны, должен существовать хотя бы один контекст, в котором они могут быть взаимозаменимы «с точностью до эквивалентности» (существует, по крайней мере, одна подстановка A' вместо A или A вместо A', приводящая к формуле, эквивалентной первоначальной).

Сама по себе идея учета смыслового «подобия», конечно, не нова. Она восходит к работам Н. Гудмена *On Likeness of Meaning* [Goodman 1949] и *On Some Differences about Meaning* [Goodman 1953]. Суть его предложения заключается в пересмотре понятия синонимии, как имеющего различные степени и разновидности: Гудмен предлагает заменить туманное понятие *одинаковости* значений на *сходство* значений, которое всегда может быть соотнесено с релевантным дискурсом и подходящим контекстом. По

Гудмену при некотором данном релевантном дискурсе каждый неинтенсиональный контекст, подходящий для проверки взаимозаменяемости по отношению к этому дискурсу, создает определенный вид сходства значений, а несколько сходных видов образуют степени синонимии (см. [Heydrich 1993]).

С другой стороны, мы говорим о подобии именно потому, что тождество, как оно определено в большинстве философских трактовок этого понятия, всегда соотносится с другим понятием – подобия. А. Бреннан в своей книге *Conditions of Identity: a Study of Identity and Survival* проясняет связь между двумя понятиями в формальных терминах следующим образом:

«*Подобие*: Если *a* подобно *b*, то что-то истинное об *a* также истинно о *b*.

Сходство: Если *a тождественно b* (т. е. $a == b$), то, все, что истинно об *a*, также истинно о *b*.

Вместо того, *чтобы* проводить различие в терминах истины и лжи, мы можем сделать это – в равной степени содержательно – в терминах свойств (и отношений):

Подобие: Если *a* подобно *b*, то некоторые свойства *a* также являются свойствами *b*.

Сходство: Если *a* тождественно *b* (т. е. $a == b$), то каждое свойство *a* также является свойством *b*» [Brennan 1988, с. 6].

Если мы примем во внимание, что известный принцип тождества (закон Лейбница) обычно формулируется как

$$\forall x \forall y \forall F(x == y \rightarrow (F(x) \leftrightarrow F(y)))$$

то, очевидным образом, формальный принцип подобия мог бы быть сформулирован согласно содержательному определению Бреннана как

$$\forall x \forall y \exists F(x \div y \rightarrow (F(x) \leftrightarrow F(y)))$$

(где $\div$ означает отношение подобия).

В свете этого отступления мотивы нашего предложения становятся очевидными. В то же время, что менее очевидно, если мы наложим условие ($\cong$) на связку подобия, то мы приходим к следующим аксиомам:

(A1) $A \equiv A$

(A2) $(A \equiv A') \rightarrow (B(A'/p)) \equiv B(A/p))$

(A3) $(B(A'/p)) \cong B(A/p)) \rightarrow (A' \cong A)$ (где B не является противоречивой формулой или пропозициональной переменной и переменная p должна явно фигурировать в B)

(A4) $(A \equiv A') \rightarrow (A' \cong A)$

(A5) $(A' \cong A) \rightarrow (A \leftrightarrow A')$

Добавляя аксиомы (A1)-(A5) к аксиомам и правилам вывода классической логики, мы получаем систему SCIS (the Sentential Calculus with Identity and Similarity – пропозициональное исчисление с тождеством и подобием). Легко видеть, что используя (A4)-

(A5), мы получаем систему SCI, как она была сформулирована в [Wüjcicki 1984]. Беспокойство вызывает отсутствие транзитивности подобия (ввиду того, что у нас отсутствует аксиома типа (A2) для связки подобия). Однако интуитивная причина этого очевидна: если A в некотором смысле φ подобна B и B в некотором смысле ψ подобна C, то обязательно ли A должно быть подобно C в некотором смысле, сконструированном из φ и ψ? В то же время ввиду (A4) транзитивность подобия будет иметь место для тождественных формул.

На первый взгляд кажется, что в рамках SCIS нет места условию (5). Заметим, однако, что подобие смыслов настолько слабо, что для любых формул A и A' мы не можем утверждать, что существует лишь одни-единственные B и p, такие, что $Cn(X,B(A/p)) == Cn(X, B(A'/p))$. Следовательно, мы не можем исключить случая, когда $Cn(X,B(A/p)) == Cn(X,C(A'/p))$ для некоторого C (напр., возьмем $A \wedge p$ в качестве B и $p \wedge A'$ в качестве C) и, следовательно, тождественность двух формул (тот же самый референт) не должна обязательно истолковываться как ограничение их смыслов (один-единственный смысл).

Случай (F4) оказывается более прозрачным: существует возможность заключить от подобия двух формул к их эквивалентности и, следовательно, к их логическим референтам – истинностным значениям. Если мы ничего не можем сказать о действительных референтах формул, то допустимо, что формулы не имеют референтов. Таким образом, слабость подобия играет позитивную роль для выполнения фрегевских принципов в SCIS.

Но эта слабость может стать источником контрпримеров подходу на основе подобия. Не-фрегевский теоретик быстро отметит, что если любая формула B в ($\cong$) релевантна как определяющая подобие A и A' (важно лишь присутствие подобного B), то неясен вопрос возможной «сверхглобальности» подобия: существуют ли вообще неподобные формулы? Ибо ($\cong$) может пониматься как свойство, которым A и A' обладают совместно и, таким образом, если существует свойство, которое присуще всем формулам, то тогда все SCIS–формулы будут подобны в некотором смысле.

Для того, чтобы уяснить, что можно понимать под подобным свойством, рассмотрим свойство «иметь или не иметь референт». На первый взгляд кажется, что все формулы обладают таким свойством. Но, согласно Фреге, референт не является ингредиентом значения и, более того, Фреге утверждает, что «...смысл собственного имени не может просто заключаться в обладании своим референтом» [Dummett 1981, с. 94]. Рассуждая в этом направлении легко заключить, что наш контрпример не проходит в рамках фрегевского подхода. Он также не проходит, если мы рассмотрим свойство «иметь истинностное значение», поскольку вновь будем иметь дело с чем-то, что не является ингредиентом значения

(истинностные значения служат референтами высказываний согласно (F7)).

Ситуация подобна той, с которой мы сталкиваемся в работе Н. Гудмена *On Likeness of Meaning* и в некоторых пассажах его *On Some Differences about Meaning*, где он пытается защитить (достаточно нетривиальным способом) тезис, который В. Гейдрих формулирует следующим способом: «Существует (для некоторых типов дискурса) соответствующий контекст *C*, такой, что для каждой пары различающихся предикатов *P* и *Q*, он не допускает экстенсиональной взаимоподстановки *P* и *Q*» [Heydrich 1993, с. 80]. Гейдрих показывает, что предложение Гудмена по спасению этого тезиса обязательно приводит к его тривиализации.

Наиболее интересно в этой связи следующее замечание: «Мы исходим из полагания, что для каждого выражения существуют некоторые выражения, коэкстенсивные и синонимичные ему, и другие, коэкстенсивные и несинонимичные ему. Но развивая систематически эти положения, мы обнаруживаем удобство и теоретическую плодотворность постулирования такого *одного* вида сходства, что согласно ему каждое выражение синономично некоэкстенсивному выражению (исключая себя само), и такого *одного* вида сходства, что согласно ему каждое выражение синономично каждому коэкстенсивному выражению (включая себя само)» [Heydrich 1993, с. 90-91]. Подобным образом мы можем найти удобным и теоретически плодотворным постулировать одну предельную точку подобия, которая определяется свойством иметь референт и согласно которой каждое выражение подобно только лишь самому себе, и другую предельную точку, которая определяется свойством иметь истинностное значение и согласно которой каждое выражение подобно каждому. Все смыслы как бы осциллируют между этими двумя предельными случаями всей «шкалы» смыслов.

Но вместо синонимии для нас было бы лучше говорить о метафоре: синонимия в большинстве случаев контекстуально свободна (два синонимических выражения взаимно подставимы), в то время как метафора практически всегда связана с актуальным контекстом («Джульетта – ты солнце» даже при преобразовании в «Джульетта подобна солнцу» никогда не будет означать, что мы можем подставить «Джульетта» вместо «солнце» и наоборот - из «Солнце является огненным шаром» не следует, что «Джульетта является огненным шаром» и т. д.). Тем не менее, прибегая к понятию метафоры для поддержки нашего предложения, мы в то же время осознаем, что подобный подход порою вводит в заблуждение. Действительно, множество самых различных авторов разделяют ту точку зрения, что «...любая метафора может быть перифразирована в тождество или предикацию» [Terrel 1991, с. 339] и среди них Цицерон, Гегель, Дэвидсон, Макс Блэк, Поль Хенле, С. Дж. Браун, Джордж Миллер, Скотт Бьюкенен и т. д. К счастью, в

статье Линн Тиррел, откуда взята формулировка подобной точки зрения, показано, что она ошибочна (даже в рамках сравнительной теории метафоры) и теории, основывающиеся на данном постулате, несостоятельны.

ЛИТЕРАТУРА

[Чёрч 1960] *Чёрч А.* Введение в математическую логику, М., 1960.

[Anderson 1984] *Anderson A.* General Intensional Logic // D. Gabbay and F. Guenthner (eds.), Handbook of Philosophical Logic, vol. II, 1984, p. 355-385.

[Barwise Perry] *Barwise J. and Perry J.* Situations and Attitudes, The MIT Press Bradford Books, Cambridge, 1983.

[Brennan 1988] *Brennan A.* Conditions of Identity: A Study in Identity and Survival, Clarendon Press, Oxford, 1988.

[Church 1951] *Church A.* A Formulation of the logic of sense and denotation // P. Henle, H. Kallen and S. Langer (eds.), Structure, Method and Meaning, The Liberal Arts Press, New York, 1951.

[Dummett 1981] *Dummett M.* Frege: Philosophy of Language, 2nd ed., Harvard University press, Cambridge, Massachusetts, 1981.

[Dummett 1989] *Dummett M.* More about Thoughts // Notre Dame Journal of Formal Logic, v. 30, No. 1, 1989, pp. 1-19.

[Frege 1967] *Frege G.* Ьber Sinn und Bedeutung // Frege G. Kleine Schriften, edited by I. Angeleli, Georg Olms, Hildesheim, 1967, pp. 143-162. English translation: On sense and meaning // Collected Papers on Mathematics, Logic and Philosophy, edited by B. McGuinness, translated by M. Black et al., Blackwell, Oxford, 1984, pp. 157-177.

[Frege 1980] *Frege G.* Foundations of Arithmetic, trans. L. J. Austin, Northwestern University Press, Evanston, 1980.

[Goodman 1949] *Goodman N.* On Likeness of Meaning // Analysis, 10, 1949, pp. 1-7.

[Goodman 1953] *Goodman N.* On Some Differences about Meaning // Analysis, 13, 1953, pp. 90-96.

[Heydrich 1993] *Heydrich W.* A Reconception of Meaning // Synthese, vol. 95, No. 1, 1993, pp. 77-94.

[Montague 1968] *Montague R.* Pragmatics // R. Klibansky (ed.), Contemporary Philosophy: A survey, Florence, La Nuova Italia Editrice, 1968, pp. 102-122.

[Montague 1970] *Montague R.* Universal Grammar // Theoria, 36, 1970, pp. 373-398.

[Montague 1970a] *Montague R.* Pragmatics and Intensional Logics // Synthese, 22, 1970, pp. 68-94.

[Peacocke 1981] *Peacocke C.* Demonstrative Thought and Psychological Explanation // Synthese, 49, 1981, pp. 187-217.

[Suszko 1967] *Suszko R.* An Essay in the Formal Theory of Extension and Intension // Studia Logica, v. 20, 1967, pp. 7-37.

[Suszko 1973] *Suszko R.* Abolition of the Fregean Axiom. Preprint of the Institute of Philosophy and Sociology of the Polish Academy of Sciences, Warsaw, 1973. Also in: R.Parikh (ed.), Logic Colloquium. Lecture Notes in Mathematics, Springer Verlag, 1975, pp. 169-239.

[Terrel 1991] *Terrel L.* Reductive and Nonreductive Simile Theories of Metaphor // The Journal of Philosophy, vol. 88, No. 7, 1991, pp.337-358.

[Wójcicki 1984] *Wójcicki, R.* Suszko's Situational Semantics // Studia Logica, v. 43, 4, 1984, pp. 323-340.

[Zaiss 1993] *Zaiss J.* Taking Frege's Name in Vain // Erkenntnis, 39, No. 2, 1993, pp. 167-189.

И. Б. Микиртумов

ИНТЕНСИОНАЛЬНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ФУНКЦИИ В ЛОГИКЕ СМЫСЛА И ДЕНОТАТА

Abstract. *In the article the question is discussed of methods of defining the intentional characteristic (concept) of function in the Alonso Church's logic of sense and denoting. Church's and C. A. Anderson's offers intending to pick concepts out of all the intentional type-theoretical objects are considered as insufficient. A non-formal grounding and the main principles of the logic of sense and denoting are represented. The last is constructed as extension of the simple type theory by including of the non-type-theoretical entities. This system is aimed at the combining of semantic requirements to the intentional entities with syntactical type-theoretical variety. Intentional hierarchy is built in accordance with following principle: the concept of function is not to be reduced both to the term relations with the closest intentional entities that can't be resolved anymore and to their properties, but it is the function of intentional entities of the higher level.*

Логику смысла и денотата (ЛСД) Алонзо Чёрча можно назвать логикой отношения "быть концептом". В ней прямо именуются интенсиональные сущности (смыслы выражений или концепты их денотатов), что позволяет применять операторы непосредственно к интенсиональным объектам, выражать их тождество и явно определять критерии синонимии. Эта задача ЛСД находится в контексте исследований 50–60-х годов, посвящённых формализации непрозрачных контекстов, пропозициональных установок и пр. ЛСД Чёрча инициировала развитие интенсиональных логик, важным этапом которого которого стали системы Монтегю.

Наше рассмотрение осуществляется в рамках другой нереализованной перспективы ЛСД, которая состоит в формализации принципов бикомпонентной семантики. Постановка такой проблемы стала актуальной, пожалуй, лишь в последние годы.

ЛСД Чёрча строится как простая теория типов порядка ω с λ-термами, правилами конверсии и с единственным разветвлённым предикатом. Базовые типы: o_0, o_1, o_2, ... (о-микрон) и ι_0, ι_1, ι_2, ... (йота), где типу o_0 соответствует объектная область $\mathsf{D}_{o_0} = \{\mathsf{T}_0, \mathsf{F}_0\}$, (истина) и (ложь) типу ι_0 – область D_{ι_0} индивидов, а простым типам других уровней соответствуют интенсиональных сущно-

стей. Тип o_1 есть тип пропозиций D_{o_1}, концептов сущностей типа o_0. Область D_{o_2}, соответствующая типу o_2, есть область пропозициональных концептов. Область D_{ι_1} для типа ι_1 есть область индивидных концептов и т. д. Сложный тип $\alpha_n\beta_n$ есть тип функций от аргумента типа β_n со значением типа α_n. Например, $o\iota\iota$ – тип двухместного предиката, а $o_1\iota_1\iota_1$ – тип отношения. Имя концепта образуется в соответствии с синтаксическим определением, увеличением на 1 всех индексов интенсионального уровня: если A_{α_n} – имя типа α_n, то $A_{\alpha_{n+1}}$ – имя его смысла типа α_{n+1} (или концепта его денотата).

Примитивные символы языка ЛСД:

1. собственные: 1.1) переменные каждого типа (возможно) с верхними индексами; 1.2) $\mathsf{C}_{o_no_no_n}$ (импликация), $\Pi_{o_n(o_n\alpha_n)}$ (предикат универсальной квантификации), $\iota_{\beta_n(o_n\beta_n)}$ (оператор дескрипции), для всех выделенных (непустых) β; 2.3) $\Delta^m_{o_n\alpha_{n+1}\alpha_n}$ (предикат "быть концептом"), где m индицирует порядок ветвления и $m = l, l+1, l+2, \ldots$, где l – наибольший нижний индекс, входящий в символ типа α.

2. несобственные: 2.1) $\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \ldots$ (λ_0 – оператор абстракции, λ_{n+1} используются при обозначении смысла λ-термов); 2.2) нуль-символ $0*_{\beta_n}$ для всех β_n, кроме o_n; 2.3) (,).

Определение ппф:

1) переменная или константа есть ппф; 2) если x_{β_n} – переменная, M_{α_n} – ппф типа α_n, то $(\lambda_m x_{\beta_n} M_{\alpha_n})$ – ппф типа $\alpha_n\beta_n$, где $m \le n$; 3) если $F_{\alpha\beta}$ и a_β – ппф указанных типов, то $F_{\alpha\beta}\, a_\beta$ – ппф типа α.

Вхождение переменной x_δ в ппф является *связанным* или *свободным* в зависимости от того является ли оно вхождением в ппчасть этой формулы вида $(\lambda_n x_\delta M_\nu)$.

Индексы типов опускаются, если их легко восстановить по определению ппф. Индекс интенсионального уровня опускается, если он равен 0. Используются сокращения скобок (группировка влево) и обычное применение точек.

Определения:

$[A_{o_n} \supset B_{o_n}] \to \mathsf{C}_{o_no_no_n} A_{o_n} B_{o_n}$; $(x_{\alpha_n}) A_{o_n} \to \Pi_{o_n(o_n\alpha_n)}(\lambda_n x_{\alpha_n} A_{o_n})$;

$\mathsf{T}_{o_n} \to (a_{o_n}).a_{o_n} \supset a_{o_n}$; $\mathsf{F}_{o_n} \to (a_{o_n}) a_{o_n}$;

$\neg A_{o_n} \to A_{o_n} \supset F_{o_n}$; $\qquad (\iota x_{\beta_n}) A_{o_n} \to \iota_{\beta_n (o_n \beta_n)} (\lambda_n x_{\beta_n} A_{o_n})$;

$Q_{o_n \alpha_n \alpha_n} \to \lambda_n a_{\alpha_n} \lambda_n b_{\alpha_n} (f_{o_n \alpha_n \alpha_n}).f_{o_n \alpha_n} b_{\alpha_n} \supset f_{o_n \alpha_n} a_{\alpha_n}$;

$[A_{\alpha_n} =_n B_{\alpha_n}] \to Q_{o_n \alpha_n \alpha_n} B_{\alpha_n} A_{\alpha_n}$;

$f^m_{\alpha_n \beta_n} \to \lambda_n a_{\beta_n} (f_{\alpha_n \beta_n} a_{\beta_n})$, где $m \le n$ и если $m = 0$, то верхний индекс опускается.

$f^m_{\alpha_n \beta_n} a_{\beta_n}$ означает "применение функции к аргументу", а $f_{\alpha_n \beta_n} a_{\beta_n}$ – результат подстановки a_{β_n} в $f^0_{\alpha_n \beta_n}$ по формулируемым ниже правилам λ-конверсии.

Чёрч [3, 4, 5] рассматривает в ЛСД три критерия тождества концептов (смыслов). "Альтернатива 0" (A0): смыслы двух имён тождественны, если имена *синонимически изоморфны* – одно можно получить из другого алфавитной заменой связанных переменных. "Альтернатива 1" (A1) отличается от A0 тем, что операция λ-конверсии рассматривается как не нарушающая синонимический изоморфизм. "Альтернатива 2" (A2): тождество денотатов имён имеет следствием тождество их смыслов (экстенсиональное исчисление, в котором определимы операторы в духе Льюиса).

Нас интересует исправленная версия A0 [4], некоторые аксиомы которой приводятся (здесь равенство концептов есть синонимический изоморфизм):

$9^{\alpha\beta}.\ (f_{\alpha\beta})(g_{\alpha\beta}).(x_\alpha)(f_{\alpha\beta} x_\beta = g_{\alpha\beta} x_\beta) \supset . f_{\alpha\beta} = g_{\alpha\beta}$

$15^{m\,\alpha\beta}.(f_{\alpha\beta})(f_{\alpha_1\beta_1})(x_\beta)(x_{\beta_1}).\Delta^m f_{\alpha\beta} f_{\alpha_1\beta_1} \supset . \Delta^m x_\beta x_{\beta_1} \supset$

$$\Delta^m (f_{\alpha\beta} x_\beta)(f_{\alpha_1\beta_1} x_{\beta_1})$$

$16^{m\,\alpha\beta}.(f_{\alpha\beta})(f_{\alpha_1\beta_1}).(x_\beta)(x_{\beta_1})(\Delta^m x_\beta x_{\beta_1} \supset \Delta^m (f_{\alpha\beta} x_\beta)(f_{\alpha_1\beta_1} x_{\beta_1})) \supset$

$$\Delta^m f_{\alpha\beta} f^1_{\alpha_1\beta_1}$$

$16^{mn\alpha\beta}.\ (f_{\alpha_n\beta_n})(f_{\alpha_{n+1}\beta_{n+1}}).(x_{\beta_n})(x_{\beta_{n+1}})(\Delta^m x_{\beta_n} x_{\beta_{n+1}}$

$$\supset \Delta^m (f_{\alpha_n\beta_n} x_{\beta_n})(f_{\alpha_{n+1}\beta_{n+1}} x_{\beta_{n+1}})) \supset \Delta^m f^n_{\alpha_n\beta_n} f^{n+1}_{\alpha_{n+1}\beta_{n+1}}$$

$17^{m\,\alpha}.\ (x_\alpha)(y_\alpha)(x_{\alpha_1}).\Delta^m x_\alpha x_{\alpha_1} \supset . \Delta^m y_\alpha x_{\alpha_1} \supset . x_\alpha = y_\alpha$

$$63^{m\alpha\beta}.\ (f_{\alpha\beta})(f_{\alpha_1\beta_1})(g_{\alpha\beta})(g_{\alpha_1\beta_1})(x_\beta)(x_{\beta_1})(y_\beta)(y_{\beta_1}).\Delta^m f_{\alpha\beta}f_{\alpha_1\beta_1}\supset$$
$$.\Delta^m g_{\alpha\beta}g_{\alpha_1\beta_1}\supset.\Delta^m x_\beta x_{\beta_1}\supset.\Delta^m y_\beta y_{\beta_1}\supset$$
$$.f_{\alpha_1\beta_1}x_{\beta_1}=g_{\alpha_1\beta_1}y_{\beta_1}\supset.f_{\alpha_1\beta_1}=g_{\alpha_1\beta_1};$$
$$64^{m\alpha\beta}.\ (f_{\alpha\beta})(f_{\alpha_1\beta_1})(x_\beta)(x_{\beta_1})(y_\beta)(y_{\beta_1}).\Delta^m f_{\alpha\beta}f_{\alpha_1\beta_1}\supset.\Delta^m x_\beta x_{\beta_1}\supset$$
$$.\Delta^m y_\beta y_{\beta_1}\supset.f_{\alpha_1\beta_1}x_{\beta_1}=f_{\alpha_1\beta_1}y_{\beta_1}\supset.x_{\beta_1}=y_{\beta_1};$$
$$65^{m\alpha\beta\gamma}.\ (f_{\alpha\beta})(f_{\alpha_1\beta_1})(g_{\alpha\gamma})(g_{\alpha_1\gamma_1})(x_\beta)(x_{\beta_1})(y_\gamma)(y_{\gamma_1}).\Delta^m f_{\alpha\beta}f_{\alpha_1\beta_1}\supset$$
$$.\Delta^m g_{\alpha\gamma}g_{\alpha_1\gamma_1}\supset.\Delta^m x_\beta x_{\beta_1}\supset.\Delta^m y_\gamma y_{\gamma_1}\supset.f_{\alpha_1\beta_1}x_{\beta_1}\neq g_{\alpha_1\gamma_1}y_{\gamma_1};\ \gamma\neq\beta;$$
$$66^{mn\alpha\beta}.\ (f_{\alpha_n\beta_n})(f_{\alpha_{n+1}\beta_{n+1}})(g_{\alpha_{n+1}\beta_{n+1}})(x_{\beta_n})(x_{\beta_{n+1}}).\Delta^m f_{\alpha_n\beta_n}f^{n+1}_{\alpha_{n+1}\beta_{n+1}}\supset$$
$$.\Delta^m x_{\beta_n}x_{\beta_{n+1}}\supset.f^{n+1}_{\alpha_{n+1}\beta_{n+1}}=g^{n+1}_{\alpha_{n+1}\beta_{n+1}}\supset.f_{\alpha_{n+1}\beta_{n+1}}x_{\beta_{n+1}}=g_{\alpha_{n+1}\beta_{n+1}}x_{\beta_{n+1}};$$
$$67^{mnk\alpha\beta}.\ (f_{\alpha_n\beta_n})(f_{\alpha_{n+1}\beta_{n+1}})(g_{\alpha_{n+1}\beta_{n+1}}).\Delta^m f_{\alpha_n\beta_n}f^{n+1}_{\alpha_{n+1}\beta_{n+1}}\supset$$
$$.f^{n+1}_{\alpha_{n+1}\beta_{n+1}}\neq g^{k}_{\alpha_{n+1}\beta_{n+1}};\ \ 1\le k\le n$$
$$68^{mn\alpha\beta\gamma}.\ (f_{\alpha_{n+1}\beta_{n+1}})(g_{\alpha_n\beta_n\gamma})(g_{\alpha_{n+1}\beta_{n+1}\gamma_1})(x_\gamma)(x_{\gamma_1}).\Delta^m g_{\alpha_n\beta_n\gamma}g_{\alpha_{n+1}\beta_{n+1}\gamma_1}\supset.$$
$$\Delta^m x_\gamma x_{\gamma_1}\supset.f^{n+1}_{\alpha_{n+1}\beta_{n+1}}\neq g_{\alpha_{n+1}\beta_{n+1}\gamma_1}x_{\gamma_1}$$

Правила вывода:

Только замкнутые формулы рассматриваются как теоремы. $S^{x_\beta}_{y_\beta}M_\alpha$ -- синтаксическая операция подстановки.

I. Корректная замена связанных переменных.

II. В ппф P_γ можно заменить любую её пп-часть M_α вида $((\lambda_0 x_\beta K_\alpha)N_\beta)$, на $S^{x_\beta}_{N_\beta}K_\alpha$, при условии, что связанные переменные K_α отличны от x_β и от свободных переменных N_β.

III. В ппф P_γ, можно заменить любую её пп-часть M_α, являющуюся $S^{x_\beta}_{N_\beta}K_\alpha$, на $((\lambda_0 x_\beta K_\alpha)N_\beta)$, при условии, что связанные переменные K_α отличны от x_β и от свободных переменных N_β и формула, результирующая вывод, замкнута.

IV. Из $\Pi_{\alpha(o\alpha)}F_{o\alpha}$ следует $F_{o\alpha}A_\alpha$, если A_α зппф.

V. Модус поненс.

Предметом нашего рассмотрения является одна из основных проблем ЛСД, а именно, экспликация понятия концепта функции. На этот счёт в ЛСД существуют две различные версии самого Чёрча [3, 4] и две, также различные, версии Энтони Андерсона [1,

2]. В дискуссии с этими авторами мы изложим новый подход к анализу концептов функций.

В первой версии ЛСД [3] концептом функции $f_{\alpha_n\beta_n}$ являлась *характеризующая* функция $f_{\alpha_{n+1}\beta_{n+1}}$, т. е. такая, что для любого $a_{\beta_{n+1}}$ – концепта $a_{\beta_{n+1}}$, $f_{\alpha_{n+1}\beta_{n+1}}\, a_{\beta_{n+1}}$ есть концепт $f_{\alpha_n\beta_n}\, a_{\beta_n}$. Имена этих функций получены λ-абстракцией: $\lambda x_{\beta_n} f_{\alpha_n\beta_n} x_{\beta_n}$ и $\lambda x_{\beta_{n+1}} f_{\alpha_{n+1}\beta_{n+1}} x_{\beta_{n+1}}$. Многообразие теоретико-типовых сущностей и возможность неограниченной λ-абстракции привели к формальной противоречивости ЛСД, обнаруженной Майхилом [6]. Для избежания противоречий оказалось необходимым либо потребовать непустоты всякого концепта, либо постулировать единственность концепта для всякой сущности, либо ввести ограничения. Поскольку реализация первых двух требований содержательно неприемлема, в своей новой версии [4] Чёрч расширил понимание интенсиональной характеристики функции, указав два её компонента с различными свойствами: собственно концепт и характеризующую функцию. Не затрагивая теоретико-типовую онтологию, язык был модифицирован с тем, чтобы различать концепты и характеризующие функции как имена с разными интенсиональными характеристиками. Этой цели служит множество λ-операторов λ_0, λ_1, λ_2,..., где нижний индекс указывает интенсиональный уровень. Концепт для $f^0_{\alpha_n\beta_n}$ есть сущность особой природы $\lambda_{n+1} x_{\beta_{n+1}} . f_{\alpha_{n+1}\beta_{n+1}}\, x_{\beta_{n+1}}$ или $f^{n+1}_{\alpha_{n+1}\beta_{n+1}}$, понимаемая Чёрчем скорее не как класс синонимического изоморфизма, а как свойство (отношение). Характеризующая для $f^0_{\alpha_n\beta_n}$ функция есть $\lambda_0 x_{\beta_{n+1}} . f_{\alpha_{n+1}\beta_{n+1}}\, x_{\beta_{n+1}}$ $(f^0_{\alpha_{n+1}\beta_{n+1}})$ – теоретико-типовой объект, понимаемый как смысл формы $f^0_{\alpha_n\beta_n}\, x_{\beta_n}$, т. е. записи "применения функции к аргументу".

Модифицируя построение Чёрча, Андерсон [1] назвал $f^0_{\alpha_{n+1}\beta_{n+1}}$ *присоединённой смысловой функцией по переменной* x_{β_n}, определение которой отлично от определения характеризующей функции только фиксацией переменной. Для различения концептов и характеризующих (присоединённых смысловых) функций он вводит специальный предикат Con – "быть концептом" [1, 2]. Объекты,

удовлетворяющие Con будем называть С-концептами. Определения следующие:

$\mathrm{Con}_{o_n\alpha_{n+1}} \to \lambda_n x_{\alpha_{n+1}} (x_{\alpha_{n+1}} =_n x_{\alpha_{n+1}})$, где α – простой тип;

$\mathrm{Con}_{o_n(\alpha_{n+1}\beta_{n+1})} \to \lambda_n f_{\alpha_{n+1}\beta_{n+1}} ((\iota g_{\alpha_{n+1}\beta_{n+1}})(f =_{n+1} g) \neq_n (\iota g)\mathrm{F}_{o_n})$, где $(\iota g)\mathrm{F}_{o_n}$ – нуль-объект соответствующего типа. Иными словами, все объекты простого типа α_{n+1} являются С-концептами, а быть С-концептом сложного типа – это значит быть экстенсионально нетождественным нуль-элементу, "корзине". Приведём несколько принципов ЛСД Андерсона:

(П1) если функция имеет концепт, то он действует как присоединённая смысловая функция:

$(f_{\alpha\beta})(f_{\alpha_1\beta_1})(x_\beta)(x_{\beta_1}).\Delta^m f_{\alpha\beta} f^1_{\alpha_1\beta_1} \supset .\Delta^m x_\beta x_{\beta_1} \supset \Delta^m (f_{\alpha\beta} x_\beta)(f_{\alpha_1\beta_1} x_{\beta_1})$;

(П2) $(f_{\alpha\beta})(f_{\alpha_1\beta_1}).\Delta^m f_{\alpha\beta} f_{\alpha_1\beta_1} \supset \mathrm{Con} f_{\alpha_1\beta_1}$: если функция есть концепт чего-либо, то она является С-концептом;

(П3) $(f_{\alpha_1\beta_1})(x_{\beta_1}).\mathrm{Con}\, f \supset .\neg\mathrm{Con}\, x \supset . fx = (\iota y_{\alpha_1})\mathrm{F}_0$, где $(\iota y_{\alpha_1})\mathrm{F}_0$ функция С-концепта от не-С-концепта есть нуль-элемент;

(П4) $(f_{\alpha_{n+1}\beta_{n+1}})(x_{\beta_{n+1}}).\mathrm{Con} f^{n+1} \supset .\mathrm{Con}\, x \supset . f^{n+1} x \neq fx$; принцип А0, согласно которому операция λ-конверсии нарушает синонимический изоморфизм;

(П5) $(f_{\alpha_{n+1}\beta_{n+1}}).\neg\mathrm{Con} f^{n+1} \supset . f^{n+1} = f$ – сущность, не удовлетворяющая Con есть присоединённая смысловая функция;

(П6) С-концепты синонимически изоморфны, если синонимически изоморфны значения соответствующих присоединённых смысловых функций для любых двух различных С-концептов:

$$(f_{\alpha_{n+1}\beta_{n+1}})(g_{\alpha_{n+1}\beta_{n+1}})(x_{\beta_{n+1}})(y_{\beta_{n+1}})$$

$$.\mathrm{Con}\, f^{n+1} \supset .\mathrm{Con}\, g^{n+1} \supset .\mathrm{Con}\, x \supset .\mathrm{Con}\, y \supset .$$

$$x \neq y \supset . fx = gx \supset . fy = gy \supset . f^{n+1} = g^{n+1}$$

Каковы основания предпринятого Чёрчем и Андерсоном различения характеризующих (присоединённых смысловых) функций и концептов, помимо экспликации их различных интенсиональных свойств? Можно ли считать, что Чёрч реализовал здесь своё намерение считать концептом скорее не класс, но свойство?

Для $f^0_{\alpha_n\beta_n}$ с единственным параметром в А0 мы должны различать концепты трёх имён: константы $\lambda_0 x_{\beta_n} . f_{\alpha_n\beta_n} x_{\beta_n}$ и форм

$(\lambda_0 x_{\beta_n} \cdot f_{\alpha_n\beta_n}\ x_{\beta_n})a_{\beta_n}$ и $f_{\alpha_n\beta_n}\ a_{\beta_n}$. Концептами форм, очевидно, являются функции. Смысл константы, полученной λ-абстракцией из соответствующей формы, хотя и нетождествен её смыслу, но находится с ним в определённом отношении. Вопрос о природе этого отношения остался у Чёрча и Андерсона непрояснённым.

Выделение в области $D_{\alpha_{n+1}\beta_{n+1}}$ объектов с требуемыми свойствами, т. е. концептов реализовано дескриптивно, концепт отыскивается по его десигнату.

Неясно, зачем тогда нужна теория типов и бесконечная иерархия интенсиональных сущностей. Последовав естественноязыковой интуиции, которая предлагает именно дескриптивное задание смыслов (концептов), мы придём к системам Монтегю, где смысл не рассматривается как самостоятельный тип. Но этот путь неприемлем при рассмотрении ЛСД в перспективе формализации семантики, когда свойства и отношения интенсиональных сущностей должны быть эксплицированы вне какой-либо связи с сущностями другого рода. Расширение ЛСД у Чёрча и модификации Андерсона представляются недостаточными. В ЛСД необходимо всё многообразие теоретико-типовых объектов, хотя оно и не вполне адекватно целям именования интенсиональных сущностей. Последние необходимо рассматриваются как обладающие лишь некоторыми свойствами теоретико-типовых объектов. Поэтому ЛСД должна быть так и настолько расширена, чтобы сделать возможным работу с объектами всех необходимых родов.

Расширение ЛСД следует осуществлять в направлении прямо противоположном тому, которому следует Андерсон. **Осмысленность термина не редуцируется к отношениям его с ближайшими интенсиональными сущностями. Она имеет своим коррелятом интенсиональные объекты более высокого уровня.** Этот тезис связан с логической моделью смысла как функции употребления и им мы руководствуемся в нашем подходе.

Мы будем требовать, чтобы только концепты выполняли критерии А0. Характеризующие функции мы будем считать теоретико-типовыми объектами, свободными от таких обязательств. Концепты и характеризующие функции реализуют различные задачи. Характеризующая функция как смысл формы соотнесена с концептом соответствующей константы. Но как осуществлено это соотнесение?

Номенклатура интенсиональных объектов задаётся схемой, где под каждой сущностью справа помещаем её концепт, а слева – либо

$$f^0_{\alpha_0\beta_0}$$

$$f^0_{\alpha_1\beta_1}\ f^1_{\alpha_1\beta_1}$$

$$f^0_{\alpha_2\beta_2}\ f^1_{\alpha_2\beta_2}\ f^2_{\alpha_2\beta_2}$$

.....

характеризующую функцию, либо $f^0_{\alpha_n\beta_n}\ f^1_{\alpha_n\beta_n}\ \ldots\ldots\ f^n_{\alpha_n\beta_n}$ такую функцию особого вида. .....

Для всякой функции можно указать её концепт и характеризующую функцию, связанные определённым отношением. "Чистым" концептом является любая сущность $f^{n+1}_{\alpha_{n+1}\beta_{n+1}}$ для $n \geq 0$. "Чистой" теоретико-типовой сущностью является любая сущность вида $f^0_{\alpha_n\beta_n}$ для $n \geq 0$. В качестве $f^1_{\alpha_2\beta_2}$ (заметим, что это – новая нотация) дана функция, которая является концептом $f^0_{\alpha_1\beta_1}$. Какую роль играет $f^1_{\alpha_2\beta_2}$ для $f^1_{\alpha_1\beta_1}$? Концепт, понимаемый как свойство или отношение и интерпретируемый в качестве внеязыковой процедуры установления денотата, очевидно, является функцией на концептах. Ему сопоставлена характеризующая функция соответствующей формы. $f^1_{\alpha_2\beta_2}$ является функцией, которая одновременно выступает как концепт $f^0_{\alpha_1\beta_1}$ и как характеризующая функция $f^1_{\alpha_1\beta_1}$, но не является теоретико-типовым объектом. $f^1_{\alpha_2\beta_2}$ определяет отношение $f^1_{\alpha_1\beta_1}$ и $f^0_{\alpha_1\beta_1}$. Всякая сущность, не являющаяся концептом (вида $f^{n+1}_{\alpha_{n+1}\beta_{n+1}}$) и не являющаяся теоретико-типовым объектом (вида $f^0_{\alpha_{n+1}\beta_{n+1}}$), оказывается посредствующей функцией между соответствующими характеризующей функцией вида $f^0_{\alpha_{n+1}\beta_{n+1}}$ и концептом вида $f^{n+1}_{\alpha_{n+1}\beta_{n+1}}$. Чем больше интенсиональный уровень, тем дальше в интенсиональную иерархию уходит соотнесение концептов и характеризующих функций, будучи опосредовано не одним, а многими интенсиональными сущностями более высокого уровня.

Для различения свойств объектов порождаемых нашей номенклатурой, необходимо внести изменения в синтаксис и модифицировать систему аксиом. В частности, экстенсиональное тождество теоретико-типовых объектов требует заменить аксиому 9 на

$$9.1^{0n\alpha\beta}.\ (f^0_{\alpha_n\beta_n})(g^0_{\alpha_n\beta_n}).(x_{\alpha_n})(f^0_{\alpha_n\beta_n}x_{\beta_n} = g^0_{\alpha_n\beta_n}x_{\beta_n}) \supset .\ f^0_{\alpha_n\beta_n} = g^0_{\alpha_n\beta_n}.$$

Аксиома 15 заменяется тремя аксиомами, которые постулируют сохранение свойств характеризующей функции и для нетеоретико-типовых объектов:

$$15.1^{kmn\,\alpha\beta}.(f^k_{\alpha_n\beta_n})(f^k_{\alpha_{n+1}\beta_{n+1}})(x_{\beta_n})(x_{\beta_{n+1}}).\Delta^m f^k_{\alpha_n\beta_n} f^k_{\alpha_{n+1}\beta_{n+1}} \supset .\Delta^m x_{\beta_n} x_{\beta_{n+1}} \supset$$
$$\Delta^m (f^k_{\alpha_n\beta_n} x_{\beta_n})(f^k_{\alpha_{n+1}\beta_{n+1}} x_{\beta_{n+1}})$$

$$15.2^{(k+1)mn\,\alpha\beta}.(f^k_{\alpha_n\beta_n})(f^{k+1}_{\alpha_{n+1}\beta_{n+1}})(x_{\beta_n})(x_{\beta_{n+1}})$$
$$.\Delta^m f^k_{\alpha_n\beta_n} f^{k+1}_{\alpha_{n+1}\beta_{n+1}} \supset .\Delta^m x_{\beta_n} x_{\beta_{n+1}} \supset \Delta^m (f^k_{\alpha_n\beta_n} x_{\beta_n})(f^{k+1}_{\alpha_{n+1}\beta_{n+1}} x_{\beta_{n+1}})$$

$$15.3^{qpkmn\,\alpha\beta}.(f^k_{\alpha_n\beta_n})(f^q_{\alpha_{n+1}\beta_{n+1}})(x_{\beta_n})(x_{\beta_{n+1}})(\exists f^p_{\alpha_{n+1}\beta_{n+1}}).\Delta^m f^k_{\alpha_n\beta_n} f^q_{\alpha_{n+1}\beta_{n+1}} \supset .$$
$$\Delta^m x_{\beta_n} x_{\beta_{n+1}} \supset \Lambda^m (f^k_{\alpha_n\beta_n} x_{\beta_n})(f^p_{\alpha_{n+1}\beta_{n+1}} x_{\beta_{n+1}})$$

где $q \geq k$ и $p \geq k$. Аксиома 16 заменяется на

$$16.1^{mnk\alpha\beta}.(f_{\alpha\beta})(f_{\alpha_1\beta_1})(\exists f^1_{\alpha_1\beta_1}).(x_\beta)(x_{\beta_1})$$
$$(\Delta^m x_\beta x_{\beta_1} \supset \Delta^m (f_{\alpha\beta} x_\beta)(f_{\alpha_1\beta_1} x_{\beta_1})) \supset \Delta^m f_{\alpha\beta} f^1_{\alpha_1\beta_1}$$

$$16.2^{mnk\,\alpha\beta}.(f_{\alpha_n\beta_n})(f_{\alpha_{n+1}\beta_{n+1}})(\exists f^k_{\alpha_n\beta_n})(\exists f^{k+1}_{\alpha_{n+1}\beta_{n+1}}).(x_{\beta_n})(x_{\beta_{n+1}})(\Delta^m x_{\beta_n} x_{\beta_{n+1}} \supset$$
$$\Delta^m (f_{\alpha_n\beta_n} x_{\beta_n})(f_{\alpha_{n+1}\beta_{n+1}} x_{\beta_{n+1}})) \supset \Delta^m f^k_{\alpha_n\beta_n} f^{k+1}_{\alpha_{n+1}\beta_{n+1}}$$

где $k \leq n$. Эти аксиомы устанавливают связь характеризующих функций и концептов. Далее, вместо аксиомы 17 имеем:

$17.1^{m\alpha}$. $(x_{\alpha_n})(y_{\alpha_n})(x_{\alpha_{n+1}}).\Delta^m x_{\alpha_n} x_{\alpha_{n+1}} \supset .\Delta^m y_{\alpha_n} x_{\alpha_{n+1}} \supset .x_{\alpha_n} = y_{\alpha_n}$, где α_n – простой тип и

$$17.2^{kmn\alpha\beta}.(x^k_{\alpha_n\beta_n})(y^k_{\alpha_n\beta_n})(x^k_{\alpha_{n+1}\beta_{n+1}}).\Delta^m x^k_{\alpha_n\beta_n} x^k_{\alpha_{n+1}\beta_{n+1}} \supset$$
$$.\Delta^m y^k_{\alpha_n\beta_n} x^k_{\alpha_{n+1}\beta_{n+1}} \supset .x^k_{\alpha_n\beta_n} = y^k_{\alpha_n\beta_n}$$

$$17.3^{k(k+1)mn\alpha\beta}.(x^k_{\alpha_n\beta_n})(y^k_{\alpha_n\beta_n})(x^{k+1}_{\alpha_{n+1}\beta_{n+1}}).\Delta^m x^k_{\alpha_n\beta_n} x^{k+1}_{\alpha_{n+1}\beta_{n+1}} \supset$$
$$.\Delta^m y^k_{\alpha_n\beta_n} x^{k+1}_{\alpha_{n+1}\beta_{n+1}} \supset .x^k_{\alpha_n\beta_n} = y^k_{\alpha_n\beta_n}$$

здесь m-1 отношение интенсиональных сущностей к их десигнатам распространяется как на концепты, так и на характеризующие функции. Аксиома 63 заменяется аксиомами

$$63.1^{kmn\alpha\beta}.(f^k_{\alpha_n\beta_n})(f^k_{\alpha_{n+1}\beta_{n+1}})(g^k_{\alpha_n\beta_n})(g^k_{\alpha_{n+1}\beta_{n+1}})(x_{\beta_n})(x_{\beta_{n+1}})(y_{\beta_n})(y_{\beta_{n+1}})$$
$$.\Delta^m f^k_{\alpha_n\beta_n} f^k_{\alpha_{n+1}\beta_{n+1}} \supset .\Delta^m g^k_{\alpha_n\beta_n} g^k_{\alpha_{n+1}\beta_{n+1}} \supset .\Delta^m x_{\beta_n} x_{\beta_{n+1}} \supset .\Delta^m y_{\beta_n} y_{\beta_{n+1}} \supset$$
$$.f^k_{\alpha_{n+1}\beta_{n+1}} x_{\beta_{n+1}} = g^k_{\alpha_{n+1}\beta_{n+1}} y_{\beta_{n+1}} \supset .f^k_{\alpha_{n+1}\beta_{n+1}} = g^k_{\alpha_{n+1}\beta_{n+1}};$$

где $k \geq 1$ и

$$63.2^{(k+1)mn\alpha\beta}.(f^k_{\alpha_n\beta_n})(f^{k+1}_{\alpha_{n+1}\beta_{n+1}})(g^k_{\alpha_n\beta_n})(g^{k+1}_{\alpha_{n+1}\beta_{n+1}})(x_{\beta_n})(x_{\beta_{n+1}})(y_{\beta_n})(y_{\beta_{n+1}})$$
$$.\Delta^m f^k_{\alpha_n\beta_n} f^{k+1}_{\alpha_{n+1}\beta_{n+1}} \supset .\Delta^m g^k_{\alpha_n\beta_n} g^{k+1}_{\alpha_{n+1}\beta_{n+1}} \supset .\Delta^m x_{\beta_n} x_{\beta_{n+1}} \supset .\Delta^m y_{\beta_n} y_{\beta_{n+1}} \supset$$
$$.f^{k+1}_{\alpha_{n+1}\beta_{n+1}} x_{\beta_{n+1}} = g^{k+1}_{\alpha_{n+1}\beta_{n+1}} y_{\beta_{n+1}} \supset .f^{k+1}_{\alpha_{n+1}\beta_{n+1}} = g^{k+1}_{\alpha_{n+1}\beta_{n+1}};$$

где $k \geq 1$.

Претерпевают изменения и теоремы: теорема 3 ЛСД, вида $A_{\alpha_n} = A_{\alpha_n}$ заменяется теоремами

Т3.1 $(x_{\beta_n})x_{\beta_n} = x_{\beta_n}$ где β_n – простой тип и

Т3.2 $(f^0_{\alpha_n\beta_n})f^0_{\alpha_n\beta_n} = f^0_{\alpha_n\beta_n}$.

Теорема 21, $(B_{\alpha_n})(\exists B_{\alpha_{n+1}})(\Delta^m_{o_n} B_{\alpha_{n+1}} B_{\alpha_n})$ заменяется теоремами

Т21.1 $(x_{\alpha_n})(\exists x_{\alpha_{n+1}})(\Delta^m_{o_n} x_{\alpha_n} x_{\alpha_{n+1}})$, где α_n – простой тип;

Т21.2 $(f^k_{\alpha_n\beta_n})(\exists f^k_{\alpha_{n+1}\beta_{n+1}})(\Delta^m_{o_n} f^k_{\alpha_n\beta_n} f^k_{\alpha_{n+1}\beta_{n+1}})$;

Т22.3 $(f^k_{\alpha_n\beta_n})(\exists f^{k+1}_{\alpha_{n+1}\beta_{n+1}})(\Delta^m_{o_n} f^k_{\alpha_n\beta_n} f^{k+1}_{\alpha_{n+1}\beta_{n+1}})$, где $k \leq n$.

Теорема 22, $(f^0_{\alpha_n\beta_n})(f^0_{\alpha_{n+1}\beta_{n+1}}).\Delta^m f^0_{\alpha_n\beta_n} f^0_{\alpha_{n+1}\beta_{n+1}} \supset \Delta^m f^n_{\alpha_n\beta_n} f^{n+1}_{\alpha_{n+1}\beta_{n+1}}$

заменяется теоремой

$(f^0_{\alpha_n\beta_n})(f^0_{\alpha_{n+1}\beta_{n+1}})(\exists f^k_{\alpha_n\beta_n})(\exists f^{k+1}_{\alpha_{n+1}\beta_{n+1}}).\Delta^m f^0_{\alpha_n\beta_n} f^0_{\alpha_{n+1}\beta_{n-1}} \supset \Delta^m f^k_{\alpha_n\beta_n} f^{k+1}_{\alpha_{n+1}\beta_{n+1}}$,

где $k \leq n$.

Представленные аксиомы формируют основание системы ЛСД, которая отвечает нашим намерениям. Они осуществляют стратификацию интенсиональных объектов, что позволяет варьировать свойства их различных родов так, как это необходимо, без опасности затронуть чужеродные сущности. Отталкиваясь от критики имеющихся систем, мы попытались мотивировать такую стратификацию содержательно. Конкретизация этой версии ЛСД в связи с анализом соотношений интенсиональных сущностей требует содержательных семантических рассмотрений в рамках выдвинутого тезиса об анализе отношений концептов и представляется отдельной задачей.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Anderson C. A.* Some new Axioms for the Logic of Sense and Denotation: Alternative (0) // NOUS. 1980, V. 14. P. 217–234.
2. *Anderson C. A.* General Intensional Logic // D. Gabbay, F. Guenthner (eds.), Handbook of Philosophical Logic, D. Reidel P. C. 1984. Vol. II, 355–385.
3. *Church A.* A Formulation of the Logic of Sense and Denotation // Structure, Method and Meaning. Essays in honor of H. M. Sheffer. New York: The Liberal Arts Press, 1951. P. 3–24.
4. *Church A.* Outline of a Revised Formulation of the Logic of Sense and Denotation (Part I) // NOUS. 1973, V. 7. P. 24–33; (Part II) // NOUS. 1974, V. 8. P. 135–156.
5. *Church A.* A Revised Formulation of the Logic of Sense and Denotation. Alternative (1) // NOUS. 1993, V. 27. P. 141–157.
6. *Myhill J.* Problems Arising in the Formalization of Intensional Logic // Logique et Analyse. 1958, V. 1. P. 74–83.

Б.В.Бирюков[1]

ИЗ ИСТОРИИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛОГИКИ В РОССИИ: "ЗАДАЧА КЭРРОЛЛА" В ТРАКТОВКЕ О. ПАВЛА ФЛОРЕНСКОГО

Abstract. *The reconstruction of Russian religious philosopher P.Florenski's ideas concerned with "Carroll's Puzzle" is presented. This reconstruction shows that P.Florenski's reasoning are not completely correct. But it can be red so that Florenski's comprehension of "mental process corresponding to an act of belief" in its mathematical and logical form becomes quite clear.*

Бог – выше логики
П.Флоренский

В фундаментальном сочинении "Столп и утверждение истины" (1914 г.) [1], о.Павел при обосновании своей богословской концепции привлекает средства современной ему логики. Флоренскому были известны работы большинства математических логиков XIX – начала XX века, вплоть до "Principia mathematica" Б.Рассела и А.Н.Уайтхеда (пожалуй, только Г.Фреге прошел вне поля его зрения). В основном тексте "Столпа ...", в "Письме шестом: противоречие" он обращается к логическим средствам, а во второй части труда, озаглавленном "Разъяснение и доказательство некоторых частностей, в тексте <первой части> предполагавшимися уже доказанными" – в привязке к с.61 ("Письмо третье: триединство"), где речь заходит о знаменитом тезисе Тертуллиана "Credo quia absurdum est", – подвергает анализу одну из задач, предложенных Кэрроллом. Речь идет о "разъяснении" XVI этой части сочинения [1, ч.II], носящим название "Задача Льюиса Кэрролля и вопрос о догмате". Разбору логической стороны этого "разъяснения" мы и посвятим данную статью.

Флоренский считает – и этим открывается интересующее нас "разъяснение", – что "Выход из сомнений, указываемых в тексте[2], на с. 61, представляется, с формально-логической точки зрения, частным случаем задачи, предложенной Льюисом Кэрроллем" [1, ч.II, с.500]. Флоренский рассматривает эту задачу в изложении Л.Кутюра, данном последним в его сочинении "Основания мате-

[1] При участии Б.М.Шуранова (Ростов-на-Дону).

[2] Эти сомнения Флоренский связывает с позицией ариан, которые о.Павел передает [1, ч.II, с.60], цитируя кн. [2, с.500]: "м о ж н о ли мыслить троичность Божественных Лиц, при нераздельном единстве их сущности их сущности" – и отвечает «нет, нельзя».

матики" [3, p.16], где имеется ссылка на статью Л.Кэрролла в журнале "Mind' (1905, pp. 293, 400).

Мы не станем касаться тех размышлений теологического характера, которые подвигли Флоренского на его экскурс в логику. Попытку осмыслить богословский аспект логических выкладок о.Павла предпринял Е.А.Сидоренко, а мы как неспециалисты в данном вопросе не станем на этом задерживаться. Займемся чисто логической стороной дела, обращая главное внимание на то, что, по-видимому, ускользнуло от автора статьи [4].

Назначение раздела XVI – достижение "большей осознанности того шага, который мы делаем, когда верим в Истину", для чего, пишет Флоренский, "полезно рассмотреть соответствующие акту веры умственные процессы in abstracto", то есть решить задачу Льюиса Кэрролла "в ее общем виде" [1, ч.II, с.500].

Наша задача – показать, как о. Павел формализует задачу Кэрролла, а главное – выяснить, к каким же выводам логического характера он в конце концов приходит.

В изложении Флоренского задача формулируется так. Дано: q включает r, но p включает, что q включает не-r. Найти, что вытекает отсюда. Кэрролл, по Флоренскому, предложил следующее решение: если q включает r, то невозможно, чтобы q включало не-r; значит p включает в себя невозможное и, следовательно, – ложно. Флоренский считает, что ошибка Кэрролла заключается в следующем: возможно, что ложно не p, а q, включающее в себя зараз и r, и не-r.

Не соглашаясь с решением Кэрролла, Флоренский предлагает собственное. Чтобы разобраться в последнем, поставим вопрос, какой смысл для Флоренского имеет утверждение типа "A включает B". Автор "Разъяснений и доказательств ...", а именно, упомянутого "разъяснения" XVI, в котором рассматривается "задача Кэрролля" (так Флоренский транскрибирует имя автора этой задачи) утверждения этого типа записывает в виде "$A \supset B$". Из раздела XXX "Разъяснений..." – "Основные знаки и простейшие формулы логистики (для справок)" – мы узнаем, что $\supset$ есть "знак включения (импликации при предложениях и инклюзии при классах)", а знак $\cup$ есть знак "логического сложения или альтернативности", то есть дизъюнкции [1, ч.II, с.600]. Таким образом, предполагаются сразу две интерпретации. Интерпретация на высказываниях (предложениях) вопросов не вызывает, хотя и нуждается в некоторых пояснениях.

А именно, заменив знак Пеановой символики $\supset$, которым пользовался Флоренский, знаком импликации $\rightarrow$, а знак "логического сложения или альтернативности" $\cup$ знаком дизъюнкции $\vee$, мы получаем следующий осовремененный вид решения о.Павлом "задачи Кэрролла":

(I) $q \rightarrow r$ – посылка;

(II) $p \to (q \to \neg r)$ – посылка; отрицание Флоренский записывает в виде полужирного дефиса, помещаемого перед соответствующим высказыванием, так что $\neg r$ имеет у него вид $\mathbf{-}r$;

(I') $\neg r \to \neg q$ – получается из (I) по принципу контрапозиции;

(II') $p \to (\neg q \vee \neg r)$ – получается из формулы (II) путем "замены включения во второй части" этой формулы "равносильного ему <включению> суммою" $\neg q \vee \neg r$ [1, ч.II, с.501]. Переход этот основан на не оговариваемом Флоренским правиле замены равным (равносильным);

(III) $p \to (\neg q \vee \neg q)$ – получается из формул (II') и (I'), согласно Флоренскому, по "принципу подстановки" – п. (IX) "Основных знаков...": вместо $\neg r$ подставляется "включаемое им в (I') $\neg q$» [там же]; то, что Флоренский называет "принципом подстановки" (номер IX "Основных знаков..."), формулируется им так: "В общей формуле всегда можно, вместо общего или неопределенного члена, подставить член частный или индивидуальный" [1, ч.II, с.600]. Здесь роль "частного члена" играет консеквент формулы (I') $\neg r \to \neg q$, а используемое "правило подстановки" имеет вид: $A \to B$, $\Phi[A] \vdash \Phi[B]$, где $\Phi[A]$ (соответственно, $\Phi[B]$) есть формула, содержащая вхождение формулы A (соответственно, формулы B), а знак $\vdash$ означает логическую выводимость.

(IV) $p \to \neg q$ – этот шаг не комментируется Флоренским, по-видимому считающим его очевидным; здесь используется идемпотентность операции $\vee$ и правило замены равным. Формула (IV) дает, по Флоренскому, "правильное решение задачи Кэрролля" [там же].

Оставим пока в стороне предлагаемую Флоренским интерпретацию этого решения. Займемся вопросом о том, как выкладки о.Павла выглядят, если трактовать их в виде рассуждения, ведущегося в рамках теории классов. Что означает формула $A \supset B$: $A \supset B$, т.е. что B есть часть A, или $A \subset B$, т.е. что A есть часть B? Здесь возникает ряд неясностей.

Прежде всего, как ни толкуй, например, формулу вида $A \supset (B \supset C)$ – как $A \supset (B \supset C)$ или как $A \subset (B \subset C)$ – все равно возникает вопрос об их смысле. Ведь формулы вида $(B \supset C)$ и $(B \subset C)$ не обозначают классов – это п р е д л о ж е н и я логики классов, и поэтому они не могут ни включаться, ни включать в себя какой-либо класс. Вопрос проясняется, только если обратиться к «Основным знакам...». Там под номером (XX') мы обнаруживаем "принцип внесения и вынесения": $p \supset (q \supset r) = (p \cap q) \supset r$, где $\cap$ есть знак пересечения классов (знак "логического умножения или совместности", как его называет Флоренский, то есть аналог знака & в логике высказываний), а под номером (XXI') – принцип, называемый Флоренским "приведением включения к альтернативе": $p \supset q \ . = . \ \mathbf{-}p \cup q$ (здесь у Флоренского описка: вместо

знака объединения двух классов $\cup$ поставлен знак их пересечения $\cap$; точки выполняют роль скобок).

Теперь следует выяснить, как понимает Флоренский знак $\supset$ в применении к классам. Это можно сделать, привлекая принцип (XII) – "определение л о ж н о г о: «ложное включает все»" и принцип (XIII) – "определение и с т и н н о г о: «истинное включается всем»" [1, ч.II, с.601]; ибо фигурирущие под этими номерами формулы допускают единственное истолкование: $\Lambda \subset x$ и $x \subset V$ (Флоренский называет Λ "знаком лжи", а V – "знаком истины"), оговаривая: «при всяком x»; здесь, очевидно, Λ есть пустой класс, а V – класс универсальный (подобное толкование подтверждается "принципом противоречия" (XIV'): $p \cap -p = \Lambda$ и "принципом исключенного третьего" (XV'): $p \cup -p = V$). Заметим, что приведенные Флоренским принципы снимают упомянутую выше трудность истолкования формулы (II) в ее классовом понимании.

Исходя из сказанного, выкладки Флоренского на языке логики классов в современной записи приобретают вид:

(I) $q \subset r$;

(II) $p \subset (q \subset r')$, где $'$ означает взятие дополнения до универсального класса;

(IIк) $p \cap q. \subset r'$ – получается из формулы (II) по "принципу внесения" (XX');

(I') $r' \subset q$ – контрапозиция для классов;

(II') $p \subset (q' \subset r')$ – получается из (II) согласно принципу (XXI') с использованием привила замены равным;

(III) $p \subset (q' \cup q')$ – получается из (I') и (II') на основании "принципа подстановки" (IX);

(IV) $p \subset q'$ – получается из (III) согласно свойству идемпотентности операции $\cup$, не указанному Флоренским в "Основных знаках ...".

Флоренский считает, что предложенное им решение – "полусимволическое". "Одними же символами оно запишется так:" [1, ч.II, с.502] – и автор "Столпа ..." выписывает длинную формулу (V) следующего вида (мы запишем ее на языке пропозициональной логики, заменив используемые Флоренским точки как средство выделения подформул обычными скобками)[3]:

---

[3] Громоздкость этой формулы, записанной в символике Пеано, служит хорошим пояснением тех мотивов, которыми руководствовался Г.Фреге при разработке своей «понятийной запаси». Фреге считал, что с философско-математической точки зрения нецелесообразна линейная – в строку – запись логических (логико-математических) формул, т. к. это не соответствует сложившейся в математике традиции выписывания доказательств в виде колонок формул. Полемизируя с Дж.Пеано, Фреге в статье 1896 года утверждал: «Когда я выписываю части предложения последовательно одну под другой, а слева от них с помощью комбинации линейных отрезков обозначаю логические отношения, я достигаю того, что структура соответствующего предложения становится прозрачной» [4, S.222]; такая запись четко показывает области

$$((q \to r) \,\&\, (p \to (q \to \neg r))) \to$$
$$(((\neg r \to \neg q) \,\&\, (p \to (\neg q \vee \neg r))) \to$$
$$(((p \to (\neg q \vee \neg r)) \,\&\, (\neg r \to \neg q)) \to$$
$$((p \to (\neg q \vee \neg q)) \to (p \to \neg q)))).$$

Эта формула имеет структуру $A \to (B \to (C \to (D \to E)))$, где $A =_{Df} (q \to r) \,\&\, (p \to (q \to \neg r))$, и т.д. Заметим, что формула (V) приобретает смысл в аргументации Флоренского, только если указывается, что она тождественно-истинна, т.е. доказуема (или, в классовой интерпретации, представляет универсальный класс V), чего он не делает. Не очень ясно, зачем она нужна вообще. Ведь, следуя ходу мысли Флоренского, все равно надо, пользуясь посылками и промежуточными формулами, получающимися в ходе рассуждения, "отделить" заключение $p \to \neg q$, несколько раз применяя *modus ponens* (принцип (VIII) "Основных знаков ...", называемый Флоренским "принципом дедукции").

Перейдем теперь к главному вопросу. Рассмотрим, как Флоренский поясняет то, к чему он пришел: "Каков же смысл полученного решения (IV)? – Тот, что истинность p влечет за собою отрицание q, т.е., другими словами, что нельзя утверждать q, поскольку, в то время как, если, там где имеет силу p. Это однако вовсе не значит, ни того будто p нелепо, как полагал Л.Кэрролль, – как, равным образом, не значит и того, что нелепо q, включающее в себя противоречивое следствие, – как, от имени здравого смысла, полагает возможным утверждать Кутюра" [1, ч.II, с.502].

Действительно, произведя контрапозицию формулы $p \to \neg q$, мы получим (после снятия двойного отрицания) формулу $q \to \neg p$, т.е. что в предположении q формула p неверна (ложна или нелепа, как выражается Флоренский). Но ведь это, по-видимому, как раз то, что имел в виду Кэрролл.

Уязвимый пункт в рассуждениях Флоренского заключается, однако, в другом: импликативный характер формул $p \to \neg q$ и $q \to \neg p$ не позволяет "отделить" ни "нелепость" p (то есть полу-

---

действия каждого логического знака: у Пеано же в аналогичных случаях происходит нагромождение скобок, «и эта трудность <...> не очень преодолевается путем применения остроумного метода расстановки точек» [ibidem, S.232]. Главный же дефект формального языка Пеановой логики состоит, по Фреге, в том, что будучи еще терпим в сфере чистой логики, он становится совершенно неохватным при ее приложениях. Читатель может убедиться в справедливости этого упрека Фреге, если попытается вместо букв p, q, r подставить в формулу (V) те конкретные предложения, которые фигурируют в анализируемом ниже «примере 2» о.Павла.

Как известно, символика Фреге не была понята и принята его современниками. Однако последующее развитие математико-логических языков – в виде деревьев формул, семантических и дедуктивных таблиц Бета, аналитических таблиц и иных подобных формализмов – продемонстрировало жизненность общей установки Фреге: применить в математической логике и теории математических доказательств двумерное расположение соответствующих знаковых конструкций.

чить $\neg p$), ни "нелепость" q (т.е. получить $\neg q$). Стоит отметить, что подобное обращение с импликативными формулами мы встречаем и в "Шестом письме" части первой "Столпа ..." (см. [1, ч.I, с.150 – 151]), где полученные Флоренским *тождественно-истинные* формулы (VIII) $(\neg q \to q) \to q$ и $(p \to \neg p) \to \neg p$ оцениваются им как образующие антиномию. Конечно, противоречие может выражаться и в импликативной форме, скажем, в виде двух таких формул, как $p \to \neg p$ и $\neg p \to p$, но это явно не то, что имел в виду Флоренский.

Известно, что в "задаче Кэрролла" Флоренский видел общий случай проблемы опровержения тезиса о том, будто противоречивость Священного Писания и православной догматики есть свидетельство их небожественности, т.е. опровержения *рационалистической* установки. Этой установке Флоренский противопоставляет – в "примере 2" своего "разъяснения" задачи Кэрролла [1, ч.II, с.504] – позицию *мистика*, утверждающего, что "в состоянии духовного просветления эти противоречия именно и доказывают божественность Священного Писания и догматов". Обозначив "противоречия Священного Писания" через q, "не-божественное происхождение" через r, "состояние духовного просветления" через p, а "божественность" (т.е. "не-небожественность") через $\neg r$, Флоренский утверждает, что "условия этой коллизии" выражаются формулой

$$(q \to r) \,\&\, (p \to (q \to \neg r),$$

подпадающей под схему "задачи Кэрролля". "Стало быть, решая задачу, как хотел бы здравый смысл, мы пришли бы к выводу, что либо p, либо q бессмысленно, т.е. л и б о бессмысленно и невозможно "духовное просветление", л и б о – нелепость говорить о противоречиях Священного Писания и догматов" [1, ч.II, с.504]. Но этот вывод из логических выкладок Флоренского не вытекает, потому что из полученных при решении "задачи Кэрролла" импликативных формул $p \to \neg q$ и $q \to \neg p$, как мы уже говорили, нельзя получить в отдельности ни $\neg p$, ни $\neg q$, ни, добавим мы, ни p, ни q (что означало бы противоречие). Флоренский ошибается, считая, что полученные им формулы означают для ratio "противоречие и несомненное противоречие" [там же, с.505].

На слова Флоренского "на рационалиста нечего натаскивать сознание, что нет противоречий: они имеются; да, они несомненны" [там же] – логик ответит: если противоречия и имеются, то во всяком случае вне (классической) математической логики, которая бесполезна как орудие доказательства противоречивости нашей мысли – по крайней мере, в принятом в этой логике смысле противоречивости.

Было высказано мнение, что язык классической логики высказываний, которым пользуется Флоренский, слишком беден для выражения того философского содержания, которое о.Павел вкла-

дывал в "задачу Кэрролла": смысл статьи [4] в том, что Флоренский своей – гносеолого-теологической – цели не достиг[4].

Пусть – не достиг. Но и считать, что он просто ошибался, вряд ли стоит. Выше мы привели "задачу Кэрролла" как ее первоначально сформулировал Флоренский. Но вслед за этой формулировкой Флоренский приводит ее перевод, как он говорит, "на обычный язык", и из этого перевода можно вычитать, что p – "некоторое третье суждение или некоторое третье понятие" – предполагается им *истинным*. А что такое p в "примере 2", где Флоренский сталкивает точки зрения "рационалиста" и "мистика"? Это – "состояние духовного просветления". В реальности же подобных состояний о.Павел не сомневался[5]. Таким образом, p следует признать истинным суждением. Но тогда, применяя *modus ponens* к формуле $p \rightarrow (q \rightarrow\neg\, r)$, мы можем отделить консеквент, и вместе с первой посылкой получить: $q \rightarrow r$ и $q \rightarrow\neg\, r$, откуда следует $\neg\, q$, т.е. что Священное Писание и догматы христианства непротиворечивы (что, правда, усматривается именно в состоянии духовного просветления).

Таковым, на наш взгляд, был для Флоренского "умственный процесс, соответствующий акту веры," – в его математико-логическом облачении.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Флоренский П.А.* Столп и утверждение истины, ч. I, II,. М., 1990 (факсимильное переиздание труда 1914 г.).
2. *Спасский А.А.* История догматических движений в эпоху вселенских соборов. Т.1, Сергиев Посад, 1906.
3. *Couturat L.* Les principles des mathématiques. Paris, 1905.
4. *Сидоренко Е.А.* П.Флоренский: логика и теодицея. – В кн.: Научная конференция "Современная логика: проблемы теории, истории и применения в науке". Тезисы докладов. СПб, 1996.
5. *Frege G.* Über die Begriffsschrift des Herrn Peano und meine eigene. – Цит. по переизданию: *G.Frege.* Kleine Schriften. 2. Auflage, Hildesheim–Zürich–New York, 1990.

[4] Мы не беремся судить, кто прав – о.Павел или Е.А.Сидоренко, проблема не относится к одной лишь логике, которой мы здесь ограничиваемся. Ее постановка Флоренским, по мнению названного выше автора, содержит идеи немонотонной и паранепротиворечивой логик, которых в предпринятом Флоренским "разъяснении" "задачи Кэрролла" нам обнаружить не удалось.

[5] Как пример такого просветления о.Павел привел переживания Блеза Паскаля, запечатленные последним в его знаменитом "Амулете; См. замечательный анализ соответствующего текста французского ученого и философа, предпринятый Флоренским в "Разъяснении" (XXV) своего главного труда [1, ч.II, с.576 – 581].

С.А.Павлов

МЕТАПРЕДИКАТ ИСТИННОСТИ И ЛОГИКА ЛОЖНОСТИ

Abstract. *The presuppositions for construction of the calculus of truth and falsehood predicates are discussed. The calculus of truth metapredicate is constructed so that the logic of falsehood* FL4 *is a sentential part of this calculus. The language of* FL4 *allows from one up to four levels of consideration of logical systems and analysis of the language expressions. There is shown that three-valued sublogic of falsehood* FL3N *is functionally equivalent to Kleene's logic with strict connectives enriched by the connective of complete equivalence. The sententional reconstruction of N.A.Vasiljev's imaginary logic in the frame of* FL4 *is presented. The three-valued sublogic of falsehood* FL3B *is compared with Asenjo's logic of antinomies and Priest's logic of paradoxes.*

Предпосылки введения предиката истинности

Понятия истинности и ложности в работах [6, 7, 8] содержательно рассматриваются в том смысле, в каком они выражаются в естественном языке в высказываниях следующего вида:

"Предложение 'S_1' истинно.", "Предложение 'S_2' ложно.",

в которых имена предложений образованы с помощью функции цитирования. Эти высказывания символизируем формулами $T(S_1*)$, $F(S_2*)$. Термообразующий оператор * исполняет роль функции цитирования и действует подобно квадратным скобкам [ ], которые использует В.А.Смирнов в комбинированном исчислении предложений и событий [9].

Имея дело с понятиями истинности и ложности необходимо иметь в виду возможность встретиться со следующими трудностями их применения и употребления в естественном и формализованном языках. Это трудности, связанные

1) с семантическими парадоксами типа парадокса лжеца,
2) с определением предиката истины, и
3) с определением предложения и высказывания.

Начнем обсуждение с первой трудности. Предложенные ограничения на форму высказываний с термином "истинно", связанные с обязательным использованием функции цитирования, позволяют избежать семантических парадоксов за счет отсутствия операций, позволяющих осуществить автореференцию. То есть в этом подходе не предлагается решение семантических парадоксов, в то же

время введенные ограничения не отбрасывают каких либо содержательно значимых высказываний или положений.

Высказывания $T(S_1*)$, $F(S_2*)$ являются высказываниями об истинности и ложности предложений 'S_1', 'S_2' и являются высказываниями в метаязыке относительно языка, в котором сформулированы предложения 'S_1', 'S_2'. Т.е. содержательно понятия истинности и ложности являются в этих высказываниях предикатами для имен предложений 'S_1', 'S_2'.

Также высказывания об истинности и ложности предложений 'S_1', 'S_2' можно символизировать более лаконично ($|S_1$), ($-S_2$) без явного упоминания функции цитирования. В такой записи символы | и – , отвечающие понятиям истинности и ложности, являются в этих высказываниях метапредикатами или операторами истинности и ложности для предложений 'S_1', 'S_2'.

Множество высказываний языка, метаязыка, метаметаязыка и т.д. рассматривается как одно целое без разделения на уровни, то есть с высказываниями S, $T(S*)$, $F(S*)$, $F((F(S*))*)$, $T((T(S*)*)$, ($|S$), ($-S$), ($|(|S)$), ($-(-S)$), … , будем оперировать совместно в языке логики ложности. Здесь возможность неформального различения предложений языка и метаязыка не ведет к необходимости их отделения друг от друга.

2) Трудности, связанные с определением предиката истинности, здесь не возникают в связи с тем, что предикат (или оператор) истинности рассматривается в качестве исходного, неопределяемого логического символа.

На пути исследования понятия истинности Тарский пришел к выводу о неопределимости предиката истинности для достаточно богатых языков. Здесь, в качестве следующего шага, предикат истинности рассматривается как неопределяемый термин.

Понятия истинности и ложности в формальной системе играют роль как предикатов, так и логических операторов. Высказывание о ложности предложения 'S' рассматривается как сокращение для высказывания об истинности отрицания предложения 'S'.

Отрицание, в свою очередь, определимо в языке исчисления метапредиката истинности.

3) Говоря об объеме термина 'истинно', Тарский полагает, что «Предикат 'истинно' … относят к определенным физическим объектам – языковым выражениям, в частности, к предложениям» [10].

Известны трудности, связанные с определением того, что есть высказывание и предложение. Так Тарский пишет: «Мы не знаем в точности, какие выражения являются предложениями» [10]. Там же Тарский говорит о новых возможностях «тот факт, что нас прежде всего интересует понятие истины для предложений, не исключает возможности последующего расширения сферы применимости этого понятия на другие виды объектов».

Поэтому расширим возможность применения понятия истинности и ложности на класс выражений языка, в отношении которых нет проблем с их определением.

Такое расширения сферы применимости понятий истинности и ложности на универсум символьных выражений не ведет к трудностям или неясностям, так как независимо от определения понятия предложения, все выражения, которые не являются предложениями, заведомо ни истинны, ни ложны. В тоже время снимается вопрос по поводу того, что есть предложение (высказывание).

Обратим внимание на введенную в [5] каноническую форму высказываний об истинности "Выражение 'S' есть истинное выражение.", которое символизируется так же как не расширенные на универсум символьных выражений высказывания об истинности, то есть $T(S^*)$.

Таким образом, с точки зрения семантических категорий, к двум основным категориям имен n и предложений s добавляется семантическая категория символьных выражений e, которая включает в себя две основные. Для расширенного применения метапредиката истинности его семантическая категория изменится с s/s на s/e.

Различение языка и метаязыка позволяет рассматривать по крайней мере два уровня логики, соотнесенных с ними. Достаточно распространенным мнением логиков является то, что логика, применимая к предложениям языка, может быть неклассической, а логика для предложений метаязыка, должна быть классической.

Основной тезис исчисления предиката (и метапредиката) истинности состоит в следующем.

Высказывания $T(S^*)$, $F(S^*)$, $(|S)$, $(-S)$ об истинности (ложности) предложения (выражения) 'S' двузначны, в то время как не всякое предложение (выражения) 'S' должно быть либо истинным, либо ложным.

Последнее означает, что в универсум предложений_(выражений), подлежащих оценке на истинность или ложность, включаются предложения, которые могут оцениваться как истинные и ложные одновременно (противоречивые, парадоксальные, антиномичные, переопределенные), а также предложения (выражения), которые являются ни истинными, ни ложными (безразличные, индифферентные, неопределенные, бессмысленные, истинно-значные провалы).

4. Импликация также является исходной связкой логики ложности. Предложение с импликацией 'если S_1, то S_2' будем записывать символически $(S_1 \rightarrow S_2)$.

Будем полагать что

выражение '$(S_1 \rightarrow S_2)$' истинно, ете 'S_1' ложно или 'S_2' истинно,

выражение '$(S_1 \rightarrow S_2)$' ложно, ете 'S_1' истинно и 'S_2' ложно.

1. Исчисления предиката и метапредиката истинности

В [8] была приведена формулировка языка исчисления одноместного предиката ложности FC4. Обобщение этого исчисления FC4 как в сторону рассмотрения многоместных формул, так и расширение области приложимости предикатов истинности и ложности на универсум символьных выражений приводит к формулированию исчисления символьных выражений с предикатом (метапредикатом) истинности.

Язык исчисления предиката истинности TC строится подобно языку исчисления предиката ложности FC4.

Отличием является введение в качестве исходного предикатного символа *T* для предиката истинности вместо символа *F* для предиката ложности.

Формула с предикатом ложности рассматривается как следующее сокращение:

$F(A^*) =_{df} T((\sim A)^*)$.

Индивидные переменные для имен предложений заменяются на индивидные переменные для имен символьных выражений, а сентенциальные переменные на переменные для символьных выражений (s-выражения).

Выражение 0, играющее роль константы “ложь” определяется в TC следующим образом.

$0 =_{df} \forall x\, T(x)$

Явное введение оператора *, преобразующего символьные выражения в термы и наличие переменных для имен символьных выражений необходимы для анализа семантических тонкостей и проблем. Прежде, чем переходить к таким задачам, сформулируем исчисление с метапредикатом истинности MTC, в котором отсутствует этот оператор и переменная для имен

Метапредикат истинности | (для MTC есть предикатный символ алфавита) в языке TC определяется так:

$|A =_{df} T(A^*)$

Язык исчисления метапредиката истинности MTC

Алфавит:

s, s_1, s_2, ... переменные для s- выражений,

c, c_1, c_2, ... константы для s-выражений

| предикатный символ для метапредиката истинности

$\rightarrow$, $\forall$ логические константы;

(,) технические символы.

Правила образования

1.1. Все символы и переменные из алфавита есть s-выражения.

1.2. Если A_1, A_2 есть s-выражения, то A_1A_2 есть s-выражение[1].

Метапеременные: A, B, C, ... для s-выражений.

Введем следующие **сокращения**.

Определим выражение 0, являющееся тождественно ложным, которое будет играть роль константы "ложь".

D1 $\quad 0 =_{df} \forall s\ |s$

Определим отрицание ~

D2 $\quad \sim A =_{df} (A \to 0)$.

Метапредикат ложности определим аналогично предикату ложности:

D3 $\quad -A =_{df} |\sim A$

Определим высказывание о строгой истинности, то есть об истинности и неложности, выражения 'A' ("⌈" содержательно означает "есть истинно и неложно"):

D4 $\quad \ulcorner A =_{df} -(|A \to -A)$

Определим D-импликацию $\supset$:

D5 $\quad (A \supset B) =_{df} (\ulcorner A \to \ulcorner B)$.

В универсуме s-выражений выделим класс T.F.-формул (T.F.-ф.), для которых будут иметь место аксиомы и правила вывода исчисления предикатов первого порядка.

2.1. Если A есть s-выражение, то |A есть T.F.-ф.

2.2. Если P, P_1, P_2 есть T.F.-ф., s есть переменная для s-выражений, то $(P_1 \to P_2)$, $\forall s\ P$ есть T.F.-ф.

Пусть P, P_1, P_2, ... есть метапеременные для T.F.-ф.

Принимаем стандартные соглашения относительно опускания скобок.

D1.6.1 $\quad (P_1 \wedge P_2) =_{df} -(P_1 \supset -P_2)$

D1.6.2 $\quad (P_1 \vee P_2) =_{df} (-P_1 \supset P_2)$

D1.6.3 $\quad (P_1 \equiv P_2) =_{df} (P_1 \supset P_2) \wedge (P_2 \supset P_1)$

Схемы аксиом

A1.1 $\quad (P_1 \supset (P_2 \supset P_1))$

A1.2 $\quad (P_1 \supset (P_2 \supset P_3)) \supset ((P_1 \supset P_2) \supset (P_1 \supset P_3))$

A1.3 $\quad ((-P_1 \supset -P_2) \supset (P_2 \supset P_1))$

A1.4 $\quad \forall s\ P(s) \supset P(A)$, если выражение A свободно для s в P(s).

A1.5 $\quad \forall s\ (P_1 \supset P_2) \supset (P_1 \supset \forall s\ P_2))$, если P_1 не содержит свободных вхождений s.

---

[1] Отметим, что любая комбинация символов алфавита является s-выражением. s-выражения отделяются друг от друга пробелами.

К схемам аксиом исчисления предикатов первого порядка добавляем следующие:

A2 $\quad | P \equiv P,$

A3.1 $\quad | (A \rightarrow B) \equiv -A \vee | B,$

A3.2 $\quad -(A \rightarrow B) \equiv | A \wedge -B.$

Правила вывода

$$\frac{A,\ (A \supset B)}{B}\ \text{MP}, \qquad \frac{A}{\forall s\ A}\ \text{Gen.}$$

Отметим, что язык МТС, в отличие от языка исчисления одноместного предиката ложности FC4, допускает многоместные формулы.

Например возможны T.F.-формулы вида $| (c_n,s_1,s_2,..s_m)$, выражения вида $(s_1 c_n s_2)$ и т.п.

Поэтому, в отличие от одноместного исчисления FC4, для исчисления МТС появляется проблема разрешимости.

Также, прежде чем использовать какой-либо символ или выражение языка МТС для определения или сокращения комбинации формул, необходимо доказать теорему существования соответствующего символа.

Имеет смысл рассматривать исчисление МТС с равенством =.

Обратим внимание, что в формулы с равенством $(s_1=s_2)$ можно подставлять выражения любых категорий и сортов (в [12] такое равенство называлось семантическим тождеством).

2. Логика FL4 с оператором ложности

Язык исчисления с метапредикатом истинности МТС можно еще упростить, оставив в качестве исходного логического символа оператор ложности вместо метапредиката истинности. При этом вместо переменных для выражений будем использовать сентенциальные переменные [8].

В правила образования, аксиомы, правила вывода исчисления МТС внесем необходимые изменения.

Определение D1 примет следующий вид:

$$0 =_{df} \forall s\ s$$

Полученное исчисление оператора ложности FC4 является обобщением расширенного пропозиционального исчисления.

Особенностью расширенного пропозиционального исчисления Лукасевича-Тарского, Рассела, прототетики Лесневского является то, что они содержат, кроме символов пропозиционального исчисления, еще и кванторы с пропозициональными переменными в качестве операторных переменных.

Имеем теорему, связывающую различные определения (имеющие разный смысл) константы "ложь" в исчислении МТС, FC4 и в расширенном пропозициональном исчислении.

T1.1 $\forall s\, |s \equiv \forall s\, s$

Так же как расширенное пропозициональное исчисление и пропозициональное исчисление Cl эквивалентны друг другу, так и исчисление оператора ложности FC4 эквивалентно своему пропозициональному фрагменту (без кванторов) – логике ложности FL4.

От двух уровней к одному, одноуровневая, односортная формулировка языка FL4

Пропозициональный фрагмент исчисления FC4 является логикой ложности FL4.

В нем определение константы ложь будет еще раз иное.

$$0 =_{df} -(-s \rightarrow -s).$$

В формулировках языка логики МТС, FC4 и языка логики FL4 [6, 7, 8] используются два сорта переменных: для п.п.ф. и TF-ф. Использование двух сортов переменных характерно для двухуровневых логик таких как логика Д.А.Бочвара, логики истины фон Вригта [3], комбинированная логики высказываний и событий В.А.Смирнова [9] и ряда других.

В [8] приведена формулировка языка логики ложности FL4 с использованием только одного сорта переменных, что позволяет рассматривать логику ложности FL4 как одноуровневую.

В ней возможно выделить несколько изоморфов классической логики. Имеет смысл для множества неклассических логик выделить подмножество суперклассических логик, которые отличаются тем, что их язык позволяет выделять в них изоморфы классической логики.

Приведем также еще одно соотношение между операторами ложности, истинности и отрицанием.

T1.2 $|A \equiv -\sim A$

Интерпретация языка логики FL4

Для интерпретации языка логики ложности принимаем 4 истинностных значения T (3), F (0), C (B, 2)[2], I (N, 1), содержательный смысл которых следующий: истинно и неложно; ложно и неистинно; ложно и истинно; ни истинно, ни ложно

Выделенное значение – T.

Отметим, что ранее в работе [6] истинностные значения B и N назывались "противоречивость" C и "индифферентность" I. В связи с тем, что в языке FL4 имеется несколько видов противоречий, автор в дальнейшем предпочел более нейтральные обозначе-

[2] В скобках приводятся обозначения Белнапа и цифровые обозначения истинностных значений.

ния Белнапа которые близки по смыслу истинностным значениям в интерпретации языка FL4.

Значения истинности для логики истины фон Вригта: ‘Истинно и ложно’ (‘true and false’), ‘истинно, но не ложно’ (‘true but not false’, ‘univocally true’), ‘ложно, но не истинно’ (‘false but not true’, ‘univocally false’), ‘ни истинно, ни ложно’ (‘neither true nor false’), которые обозначаются им как ‘1’, ‘+’, ‘–’, ‘0’ соответственно.

Таблицы истинности для исходных и определенных выше связок:

A	−A	~A	¬A
0	3	3	3
1	0	1	3
2	3	2	3
3	0	0	0

→	0	1	2	3
0	3	3	3	3
1	1	1	3	3
2	2	3	2	3
3	0	1	2	3

A	|A	⌈A
0	0	0
1	0	0
2	3	0
3	3	3

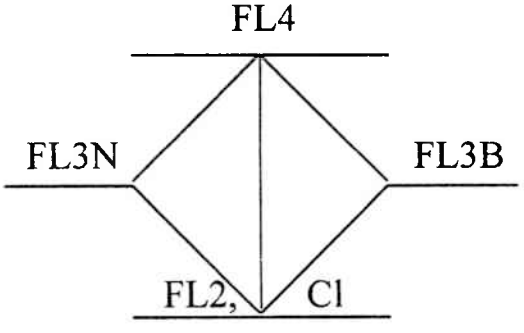
⊃	0	1	2	3
0	3	3	3	3
1	3	3	3	3
2	3	3	3	3
3	0	0	0	3

Для пропозиционального фрагмента этого исчисления – логики ложности FL4 имеется три подлогики: FL3N, FL3B и FL2, которая эквивалентна Cl.

FL3N есть логика, получаемую присоединением к аксиомам логики ложности FL4 формулы (–|A ∨ – –A). В интерпретации это соответствует отбрасыванию 4-го истинностного значения B.

FL3B есть логика, получаемую присоединением к аксиомам логики ложности FL4 формулы (|A ∨ –A). В интерпретации это соответствует отбрасыванию 4-го истинностного значения N.

Соотношение уровней логик ложности выражается следующей диаграммой.



Язык FL4 позволяет различать высказывания четырех уровней и в то же время допускает употреблять смешанные формулы. Также возможна формулировка FL4 с переменными только одного уровня.

Поэтому представляет интерес найти условия применения вышеопределенных логик к различным подклассам формул языка FL4.

Будем говорить, что логика L применима к формуле S, и обозначать это в метаязыке как Ap(L, S), если и только если имеют место все формулы, получающиеся в результате подстановки формулы S вместо любых переменных логики L в теоремы этой логики.

Теоремы применимости

В рамках FL4 для п.п.ф. p имеют место следующие теоремы

T1.3.1 $(p \rightarrow p) \supset Ap(Cl, p)$

T1.3.2 $(|p \leftrightarrow p) \supset Ap(Cl, p)$

T1.3.3 $-(|p \equiv -p) \supset Ap(Cl, p)$

Теоремы T1.3.1-T1.3.3 означают, что условиями применимости классической логики (в рамках логики ложности FL4) к формуле p являются закон тождества, биусловие Тарского или условие двузначности (бивалентности), имеющие место для этой формулы p.

T1.4.1 $-(|p \wedge -p) \supset Ap(FL3N, p)$

T1.4.2 $(|p \rightarrow p) \supset Ap(FL3N, p)$

T1.5.1 $(|p \vee -p) \supset Ap(FL3B, p)$

T1.5.2 $(p \rightarrow |p) \supset Ap(FL3B, p)$

3. FL3N и логика Клини K_3

Логику FL3N имеет смысл сравнивать с логикой Клини со связками в сильном смысле K_3 (см. в [4]).

Клини в [4] строит трехзначную логику с помощью регулярных таблиц для связок $\neg$, &, $\vee$, $\rightarrow$, $\equiv$, вводимых в сильном смысле.

Клини использует три истинностных значения: **t** ("истина"), **f** ("ложь"), **u** ("не определено"), или в другом его толковании "известна истинность", "известна ложность", "неизвестно, истинно или ложно" ("неизвестно", "ни истинность, ни ложность не установимы алгорифмически").

Таблицы истинности для импликации логики Клини K_3 соответствуют таблицам истинности для исходной импликации трехзначной сублогики ложности FL3N.

Приведем истинностные таблицы для импликаций:

→	t	f	u
t	t	f	u
f	t	t	t
u	t	u	u

→	T	F	N
T	T	F	N
F	T	T	T
N	T	N	N

Таблица истинности для отрицания ~, редуцированная до трех значений, соответствует таблице истинности этой связки в логике Клини.

С помощью импликации и отрицания определим конъюнкцию & и дизъюнкцию V в языке FL4, таблицы истинности которых, редуцированным до трех значений, соответствуют таблицам истинности этих связок в логике Клини.

D3.1 $(A \,\&\, B) =_{df} \sim(A \rightarrow \sim B)$

D3.2[3] $(A \vee B) =_{df} (\sim A \rightarrow B)$

D3.3 $(A \leftrightarrow B) =_{df} (A \rightarrow B) \,\&\, (B \rightarrow A)$

Таким образом связкам в сильном смысле логики Клини соответствуют следующие связки FL3N.

Логика Клини Логика FL3N

$\overline{}$, &, $\vee$, $\rightarrow$, $\equiv$ соответствуют ~, &, V, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$.

Нерегулярной таблице для полной эквивалентности $\cong$ соответствует редуцированная до трех значений таблица для 4-эквивалентности $\equiv^4$ в логике FL4.

В языке FL4 определим импликацию $\rightarrow^S$, истинностнозначная таблица для которой совпадает с таблицей, предложенной Т.Смайли для логики тавтологических следований E_{fde}.

D3.4 $(A \rightarrow^S B) =_{df} ((|A \rightarrow |B) \,\&\, (- -A \rightarrow - -B))$

Также определим полную 4-эквивалентность

D3.5 $(A \equiv^4 B) =_{df} (A \rightarrow^S B) \,\&\, (B \rightarrow^S A)$

Эквивалентностям $\cong$ и $\equiv^4$ соответствуют следующие истинностные таблицы:

≅	t	f	u
t	t	f	f
f	f	t	f
u	f	f	t

$\equiv^4$	T	F	N
T	T	F	F
F	F	T	F
N	F	F	T

[3] Обращаем внимание на графические отличия вновь вводимого символа от символа дизъюнкции в D1.6.2.

Имеем следующие теоремы. Отметим, что Т3.2 имеет место в языке FL3N.

Т3.1 $(A \rightarrow^{S} B) \equiv (A \equiv^{4} (A \,\&\, B))$

$T3.2_{FL3N}$ $-A \equiv (A \rightarrow^{S} 0)$

Пользуясь соответствием между $\cong$ и $\equiv^{4}$ и, имея в виду теоремы Т3.1 и Т3.2, можем ввести следующие определения в языке K_3, обогащенном оператором полной эквивалентности $\cong$, которую обозначим $K_3(\cong)$.

$$(A \rightarrow^{S} B) =_{df} (A \cong (A \,\&\, B)).$$

$$0 =_{df} \overline{(A \cong A)}$$

$$-A =_{df} (A \rightarrow^{S} 0)$$

Из этих определений видно, что для того чтобы получить таблично задаваемую логику, функционально эквивалентную FL3N, достаточно к исходным связкам логики Клини K_3 добавить нерегулярную связку полной эквивалентности $\cong$.

Т3.3. *Трехзначная логика Клини с сильными связками, обогащенная полной эквивалентностью,* $K_3(\cong)$ *функционально эквивалентна логике ложности* FL3N.

Отметим, что имеется подобная теорема о функциональной эквивалентности трехзначной логики Лукасевича и логики ложности FL3N [8].

В языке FL3N возможна немодальная интерпретация унарных операторов логики Лукасевича.

Интересно также, что один из смыслов, который Лукасевич придает третьему значению («... существуют высказывания, которые не являются ни истинными, ни ложными, а лишь только *безразличными*» [5]) *безразлично* (*obojetne*)[4], совпадает со смыслом третьего значения *индифферентно* I [6] в логике ложности FL3N.

4. Сентенциальная реконструкция воображаемой логики Н.А.Васильева в рамках логики ложности FL4

Рассмотрим основные положения логики Н.А.Васильева и затем выразим их сентенциальную составляющую в языке FL4 (силлогистика при этом не затрагивается).

В работах Н.А.Васильева металогика отделяется от эмпирической логики и «Понятие логики имеет три смысла,

---

[4] Автор признателен Б.Т.Домбровскому за текстологическое исследование. Он пишет, что в статье «О determinizmie» Лукасевич использует термин 'obojetne', которое переводится словом 'безразлично'.

1. Неэмпирическая логика (металогика) – формальные предпосылки всякой логики

2. Эмпирическая логика – логика реальности.

3. Воображаемая логика» [2].

«Все неэмпирические элементы и положения логики будем называть металогикой», «В состав металогики войдут положения, аналогичные тому, что нельзя одно и то же суждение объявлять зараз истинным и ложным»

Основной тезис логики ложности FL4 касается высказываний об истинности и ложности суждений и является неэмпирическим положением. Поэтому FL4 можно отнести, по определениям Н.А.Васильева, к металогике.

Рассмотрим отдельные положения концепции Н.А.Васильева и попробуем выразить их в языке логики ложности.

Н.А.Васильев различает две формулировки закона противоречия.

1-я формулировка закона противоречия [2].

«Нельзя объявлять одно и то же суждение истинным и ложным»

В языке логики ложности FL4 1-я формулировка выражается следующим образом:

$$-(|A \wedge -A)\ .$$

Эта формула не является теоремой FL4.

Принимая это положение за аксиому, то есть присоединяя его к аксиомам FL4, получаем в результате подлогику ложности FL3N.

Логика FL3N имеет трехзначную интепретацию. Трем значениям соответсвуют 3 J-оператора.

Истинностному значению T (истинно и неложно) отвечает оператор строгой истинности $\lceil$.

Истинностному значению F (ложно и неистинно) отвечает оператор строгой ложности $\rceil$.

D4.1 $\rceil A =_{df} (-|A \wedge -A)$.

('$\rceil$' содержательно означает 'ложно и неистинно').

Отметим, что оператор строгой ложности в языке FL3N эквивалентен оператору ложности, в отличие от языка FL4.

Истинностному значению I (индифферентно, то есть ни истинно, ни ложно) отвечает оператор индифферентности $\lfloor$.

D4.2 $\lfloor A =_{df} (-|A \wedge --A)$.

('$\lfloor$' содержательно означает 'ни истинно, ни ложно').

Этим операторам соответствуют следующие истинностные таблицы:

A	⌈A	⌉A	⌋A	~A
T	T	F	F	F
F	F	T	F	T
I	F	F	T	I

2-я формулировка закона противоречия, который, как считает Н.А.Васильев, входит в состав эмпирической логики.

«закон противоречия высказывает несовместимость утверждения и отрицания»

Относительно этого закона Н.А.Васильев говорит, что «закон противоречия есть тавтология, он уже заключается в определении отрицания».

Это определение отрицания по мнению Н.А.Васильева базируется на эмпирическом законе нашего мира «реальность отрицания – факт существования несовместимых предикатов».

Поэтому иное отрицание, существующее в каком-либо другом мире, могло быть совместимо с утверждением.

«Тогда мы имели бы три основные формы суждения по качеству:

1) Простое утверждение: *S* есть *P*.

2) Простое отрицание: *S* есть non*P*.

3) Соединение утверждения с отрицанием (индифферентное суждение): *S* есть *P* и non*P* зараз.

Со всеми этими суждениями мы могли бы оперировать логически.»

Теперь наша задача в том, чтобы найти отрицание, подходящее для воображаемой логики.

В языке FL3N имеется три различных отрицания ~, – и –|.

Для отрицаний – и –| имеет места закон противоречия во 2-й формулировке.

T4.1.1 $_{FL3N}$ – (A & –A)

T4.1.2 $_{FL3N}$ –| (A & –|A)

Только для отрицания ~ не имеет места закон противоречия во 2-й формулировке.

T4.2 $_{FL3N}$ Не имеет места, что ~ (A & ~A)

Также необходимо обойтись внешними операторами вместо внутренних логических операций ‘non’ и ‘и’ в предложениях с субъектно-предикатной структурой.

То есть необходимо найти операторы, удовлетворяющие следующим трем условиям:

$O_1(S_1)$ *A*

$O_2(\sim S_2)$ *E*

$O_3(S_3 \,\&\, \sim S_3)$ *In*

где O_i искомые унарные операторы, S_i некоторые предложения, удовлетворяющие формулы, в которые они входят. Справа стоят обозначения Н.А.Васильевым форм суждений. Здесь, конечно, не рассматривается внутренняя структура предложений S_i.

Этим условиям удовлетворяют J-операторы логики FL3N.

$\lceil(S_1)$ соответствует A

$\rceil(S_2)$ соответствует E

$\rfloor(S_3 \,\&\, \sim S_3)$ соответствует In

и учитывая, что имеют место следующие тождества.

T4.3 $\lceil(S_1) \equiv S_1$

T4.4 $\rceil(S_2) \equiv \sim S_2$

имеем окончательно

S_1 «A (Простое утверждение) »

$\sim S_2$ «E (Простое отрицание) »

$\rfloor(S_3 \,\&\, \sim S_3)$ «In (Соединение утверждения с отрицанием, индифферентное суждение) »

Таким образом получаем логику V_3, в которой индифферентным суждениям Н.А.Васильева соответствуют оператор индифферентности и истинностное значение ‘индифферентно’.

5. FL3B и паранепротиворечивые логики Асеньо и Приста

Асеньо построил трехзначную паранепротиворечивую логику антиномий [1].

Он вводит третье истинностное значение (T&F) в соответствии с утверждением: «Антиномия … есть высказывание, которое истинно и ложно [независимо от] в любом дедуктивном контексте. » [1].

Из этого утверждения видно, что можно сопоставить третье значение (T&F) (антиномичность) логики Асеньо третьему значению B (истинно и ложно) логики FL3B

Истинностным значениям и связкам логики Асеньо соответствуют следующие значения и связки FL3B

Логика Асеньо		Логика FL3B
T, F, (T&F)	соответствуют	T, F, B
$\neg, \rightarrow$	соответствуют	$\sim, \rightarrow$

A	¬A
T	F
F	T
(T&F)	(T&F)

A	~A
T	F
F	T
B	B

→	T	F	(T&F)
T	T	F	(T&F)
F	T	T	T
(T&F)	T	(T&F)	(T&F)

→	T	F	B
T	T	F	B
F	T	T	T
B	T	B	B

Отметим, что в логике Асеньо два выделенных значения T, (T&F), в то время как в логике FL3B только одно.

Прист построил трехзначную паранепротиворечивую логику парадоксов [13].

Прист вводит три истинностных значения в соответствии с утверждениями: «Если предложение истинно и ложно, будем называть его ‘парадоксальным’ (p). Если предложение истинно и неложно, будем называть его ‘только истинным’ (t) и подобным образом определим ‘только ложно’ (f).» [13].

Выделенных значения два – t, p.

Из этих утверждений видно, что можно сопоставить третье значение p (парадоксальность) логики Приста третьему значению B (истинно и ложно) логики FL3B

Истинностным значениям и связкам логики Приста соответствуют следующие значения и связки FL3B

Логика Приста		Логика FL3B
t, f, p	соответствуют	T, F, B
¬, →	соответствуют	~, →

Переход от двух выделенных значений к одному

В то время как в паранепротиворечивых логиках Асеньо и Приста имеется два выделенных значения, в логике FL3B только одно выделенное значение.

Заметим, что формула |A принимает значение T, если формула A принимает значения T или B.

Общезначимость формулы A в логики антиномий Асеньо обозначим $\models_{As} A$, а в логике парадоксов Приста обозначим $\models_{Pr} A$.

Пусть A есть формула языка логики антиномий и A′ есть соответствующая ей формула языка логики FL3B.

Тогда имеет место следующая теорема.

T6.3.1 $\quad \models_{As} A \Leftrightarrow \models_{FL3B} |A'$.

Для логики парадоксов Приста имеет место аналогичная теорема.

T6.3.2 $\quad \models_{Pr} A \Leftrightarrow \models_{FL3B} |A'$.

В заключение отметим, что проведенное рассмотрение показывает, что имеются содержательные и формальные соответствия между исходными и производными связками и операторами таких логик как трехзначная логика Лукасевича, логика Клини с силь-

ными связками SK_3, логика Васильева V_3, логика ложности FL4 и ее сублогика FL3N.

Также установлены соответствия логики антиномий Асеньо, логике парадоксов Приста с сублогикой ложности FL3B.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Белнап Н.* Как нужно рассуждать компьютеру // Белнап Н., Стил Т. Логика вопросов и ответов. М., 1981.
2. *Васильев Н.А.* Воображаемая логика (конспект лекции) // Васильев Н.А. Воображаемая логика. Избранные труды. М. 1989.
3. *Вригт Г.Х.* Логика истины // Вригт Г.Х. Логико-философские исследования. М. 1986
4. *Клини С.К.* Введение в метаматематику М.,1957.
5. *Лукасевич Я.* О детерминизме // Логические исследования. Вып. 2. М., 1993. С. 190-205.
6. *Павлов С.А.* Исчисление предикатов истинности и ложности. // Логический анализ естественных языков. 2-ой Советско-финский коллоквиум по логике. М., 1979.
7. *Павлов С.А.* Логика ложности FL4 // Труды научно-исследовательского семинара логического центра Института философии РАН. 1993. М., 1994.
8. *Павлов С.А.* Логика ложности как обобщение трехзначной логики Лукасевича // Логические исследования. Выпуск 5, М., 1998 С.206-220.
9. *Смирнов В.А.* Комбинированные исчисления предложений и событий и логика истины фон Вригта // Исследования по неклассическим логикам. IV Советско-финский коллоквиум. М.,1989.
10. *Тарский А.* Семантическая концепция истины // Аналитическая философия: Становление и развитие. М., 1998.
11. *Asenjo, F.G.*, A calculus of antinomies, Notre Dame Journal of formal logic VII , pp103-105.
12. *Pawlow S.A.* Einige nichttraditionelle Ideen in der Logik // Philosophie und Naturwissenschaften in Vergangenheit und Gegenwart. Heft 5: Philosophishe Probleme der Logik. Berlin, 1978.
13. *Priest G.* The Logic of Paradox, J.Philos. Logic, 8, N2, 1979.

Э.Ф.Караваев

О ВРЕМЕННОЙ ЛОГИКЕ В МАЛОИЗВЕСТНОЙ РАБОТЕ А.А.МАРКОВА

Abstract. *The purpose of this paper is to account the results of investigations of a tense-logic (a temporal logic) which is contained in one old and till recent time virtually non-noticing by logicians and philosophers work of A.A.Markov. In this work he has offered a mode of deducing of spatio-temporal structure metrics used in the theory of relativity from the relation "earlier than" axiomatized by him on the basis of introducing of a concept of "the atom of time". This axiomatization is virtually a semantic foundation of an interesting and substantial system of tense-logic. The exposure of this fact has been made on the basis of a method of approach that was established in the philosophical logic in our country. And as it is known V.A.Smirnov was one of the founders and always one of the most brilliant representatives of our philosophical logic. In particular he has made a valuable contribution to tense-logic and its applications to the researches of problems of the philosophy and methodology of science.*

В статье изложены результаты исследования временной логики, содержащейся в одной давней и до недавнего времени, фактически, не замечавшейся логиками и философами работы А.А.Маркова [1] [1]. В ней он предложил способ выведения метрики пространственно-временной структуры, используемой в теории относительности, из отношения "раньше, чем", аксиоматизированного им на основе введения понятия "атома времени". Эта аксиоматизация, фактически, представляет собой семантическое основание интересной системы временной логики. Выявление этого факта осуществлено на основе подхода, который сложился в отечественной философской логике, одним из создателей и во-

[1] Впрочем, в литературе по физике данной работе А.А.Маркова, видимо, повезло не больше. Например, в книге: Вяльцев А.Н. Дискретное пространство–время // Отв. ред. Э.Кольман. М.: Наука, 1965 – можно прочитать следующую оценку ее и еще двух работ других авторов – более поздних, чем она, но посвященных сходным проблемам (А.Марх, 1937 и Ж.Вейсенгоф, 1952): "... работы ... напоминают скорее легкие кавалерийские разведки в различных направлениях по театру научных действий, направленных на построение дискретной геометрии, чем систематический штурм проблемы. Не ясно даже, найдут ли они какое-либо применение в дальнейшей разработке этой проблемы. Историческое значение данных работ состоит в том, что уже одним фактом своего существования они способствуют лучшей ориентации будущих исследователей той же проблемы." (стр.159) Меня со статьей Маркова познакомил в 1992 г. мой учитель Н.А.Шанин.

обще самых ярких представителей которой был В.А.Смирнов, внесший серьезный вклад, в частности, и в область временной логики и ее применений в философии и методологии науки.

Сразу же отметим, что для разработок в области временной логики несомненный интерес представляют методологические соображения, сформулированные А.А.Марковым в связи с его решением проблемы сведéния метрики общей теории относительности, – в области крайне малых расстояний и крайне малых временных длительностей, – к предложенному в его статье *"квантованному" отношению "раньше, чем"*. В самом деле, названные соображения имеют отношение, прежде всего, к такому важному требованию к построению всякой теории, каким является требование *принципиальной простоты*. В рамках общей теории относительности, как отмечает Марков, имеет место своеобразный и притом неустранимый "дуализм": наряду с количественным элементом – (мировой) *метрикой* мы здесь имеем качественный элемент – *асимметричное отношение* "раньше, чем". Эти два элемента, будучи тесно связанными друг с другом, все же не сводятся один к другому. Их связь представлена двумя условиями:

(*) если x и y – две мировые точки, и x раньше, чем y, то существует кривая z, соединяющая эти точки, такая, что $z = z(\tau)$, где $0 \leq \tau \leq 1$, $z(0) = x$, $z(1) = y$, и при этом повсюду на кривой квадрат линейного элемента, записанного времениподобно: $ds^2 > 0$;

(**) наоборот, если есть такая кривая, то мы можем заключить, что пара (x, y) является времениподобной, то есть что либо x раньше, чем y, либо y раньше, чем x.

Так что (асимметричное) отношение "раньше, чем", не свести в рамках общей теории относительности к метрике: "x раньше, чем y" и "y раньше, чем x" согласно условиям (*) и (**), "равноправны", и мы не в состоянии посредством одной только метрики произвести *определенный* выбор между этими двумя случаями.

С другой стороны, если у нас есть ds^2 и некоторое отношение "раньше, чем", которое удовлетворяет условиям (*) и (**), мы можем, сохраняя "раньше, чем" изменить ds^2 умножением на *любую* положительную непостоянную функцию, не нарушая при этом указанные условия.

Марков, далее, отмечает, что отношение "раньше, чем" представляется таким фундаментальным и, вместе с тем, таким простым, что едва ли можно ожидать, что когда-нибудь это отношение вообще будет сведено к какому-либо другому. А кроме того, любое сведение "раньше, чем" к метрике не представляло бы ценности с логической и, добавим, с методологической точки зрения. В самом деле, "раньше, чем" есть просто некоторое двучленное (или, – опять-таки, добавим от себя, – в более детальных построениях, трехчленное) отношение. А метрика основывается, во-первых, на понятии числа, причем обычная метрика даже на логиче-

ски весьма сложном понятии вещественного числа. Во-вторых, метрика основывается еще и на понятии функции: ведь каждой паре точек (аргументу) ставится в соответствие в качестве значения функции некоторое число. Так что, с логической точки зрения, метрика является весьма сложным построением.

Но одно из главных требований ко всякой теории – это сведение сложного к простому, а не наоборот. Таким образом, заключает Марков, действительный интерес представляет скорее проблема сведения метрики к отношению "раньше, чем" нежели обратная ей.[2]

Еще одно важное методологическое соображение, высказанное и с успехом использованное Марковым, состоит в указании на целесообразность введения свойства "квантован-ности" (дискретности) отношения "раньше, чем". Собственно говоря, основной замысел и полученый результат рассматриваемой работы – сведение метрики к отношению "раньше, чем" – принципиально связаны с идеей "самых маленьких промежутков времени". Причем, напоминает Марков, указанная идея отнюдь не нова: например, В.А.Амбарцумян и Д.Д.Иваненко, – пусть в связи с другой задачей, – уже использовали ее.[3] Однако построение Маркова отличается от построения Амбарцумяна–Иваненко тем, что у него "квантуется" само отношение "раньше, чем" а не "поле" его действия, то есть мир, как это имеет место у них. Заметим, что тем самым в построении Маркова мы, по-видимому, сможем ограничиться идеализацией потенциальной осуществимости, не прибегая, как это, очевидно, имеет место в построении Амбарцумяна–Иваненко, – к актуальной бесконечности.

Целесообразность введения свойства дискретности в описание временных структур на нынешнем этапе развития временной логики обосновывается не только обращением к данным физики.

---

[2] Марков пишет, что первым, кто признал "глубинное значение отношения "раньше, чем" для всего круга проблем", был В.А.Амбарцумян, а содержание его статьи в целом многим обязано беседе Маркова с Д.Д.Иваненко. Что касается "легкой кавалерийской разведки" (см. предыдущее примечание), то можно отметить, что статья А.А.Маркова, в самом деле, появилась в то время, когда идея фундаментальности отношения "раньше, чем" для теории относительности только начинала оформляться, например, у А.Эддингтона в 1926–1929 гг.: именно у него, в отличие от тех его предшественников в исследовании проблемы времени, которые уже осознавали значение отношения "раньше, чем" (назовем А.Робба), появляется отчетливое представление о теории относительности как о некоторой структуре с отношением "раньше, чем" (или, если быть исторически точным, с отношением "причинного взаимодействия"). Как оказалось, "разведка" была удачной: в начале 50-х гг. А.Д.Александров доказал несколько важных теорем, которые, фактически, сделали идею фундаментальности отношения "раньше, чем" для теории относительности общепризнанной.

[3] А именно: они хотели, опираясь на эту идею, преодолеть трудности бесконечной собственной энергии электрона в квантовой теории, – посредством представления мира чем-то вроде кристаллической решетки.

Можно обратиться к современным тенденциям в сугубо технических приложениях формализации, скажем, в робототехнике, в области искусственного интеллекта и вообще всей информационной технологии, и мы увидим, что повсюду преобладают как раз дискретные устройства. Можно сослаться также на данные, касающиеся дискретности восприятия времени человеком: минимальный квант "психологического" времени составляет 50–100 мсек.[4]

Отношение "*раньше, чем*", введенное Марковым,– обозначим его $x \propto y$, где x и y – *мировые точки*, наделяется свойствами:

(а) *асимметричности*: $\forall xy((x \propto y) \Rightarrow \neg(y \propto x))$,

(б) *транзитивности*: $\forall xyz(x \propto y \& y \propto z \Rightarrow x \propto z)$

Далее вводится понятие "цепи": если x и y – мировые точки, а (1) $z_0, z_1, z_2, z_3, \ldots, z_n$ – такая конечная последовательность, что:

(2) $x = z_0 \propto z_1 \propto z_2 \propto z_3 \propto \ldots \propto z_{i-1} \propto z_i \propto \ldots \propto z_n = y$,

то последовательность (1) является *цепью между* x и y. Ясно, с учетом аксиомы (б), что $x \propto y$.

Каждая из ориентированных пар (z_{i-1}, z_i), i =1,2,3,...,n, которая удовлетворяет условию $z_{i-1} \propto z_i$, называется *звеном цепи*.

Еще одно свойство отношения "раньше, чем":

(в) *конечность*: цепь между любыми двумя заданными точками не может содержать произвольно большое число звеньев.

Далее строится "*атомарное отношение*". Пусть (1) – произвольная цепь между x и y, а

(3) $z_{i-1} = z_{i,0} \propto z_{i,1} \propto z_{i,2} \propto z_{i,3} \propto \ldots \propto z_{i,m(i)} = z_i$, где i = 1,2,3,...n – это n цепей между всеми последовательными элементами (1). Если при этом среди n чисел *m(i)* хотя бы одно отлично от 1, то будем говорить, что цепь

(4)$x = z_{0,0} \propto z_{0,1} \propto z_{0,2} \propto \ldots \propto z_{0,m(0)} \propto z_{1,0} \propto z_{1,1} \propto z_{1,2} \propto \ldots z_{1,m(1)} \propto$

$\propto z_{2,0} \propto \ldots \propto z_{2,m(2)} \propto \ldots \propto z_{i,0} \propto \ldots \propto z_{i,m(i)} \propto \ldots \propto z_{n,0} \propto z_{n,1} \propto \ldots \propto$

$\propto z_{n,m(n)} = y$ получается из цепи (1) *утоньшением*.

Очевидно, могут встретиться два случая: (а) описанная процедура утоньшения осуществима и (б) эта процедура неосуществима. В первом случае, то есть когда существует хотя бы одна цепь, возникающая в результате утоньшения из данной цепи (1), эта цепь *может* сама быть подвергнута утоньшению. Полученная

---

[4] См.: Багрова Н.Д. Фактор времени в восприятии человеком. Л.: Наука, 1980. С. 15–17.

в результате цепь тоже *может* оказаться доступной утоньшению и т.д. А так как всякое утоньшение ведет к возрастанию количества звеньев, то этот процесс не может продолжаться неограниченно: в этом случае, в противоречие с аксиомой конечности (в), между мировыми точками x и y существовали бы цепи с произвольно большими количествами звеньев. Итак, можно *утверждать*, что процесс утоньшения цепи между двумя заданными точками обрывается после некоторого конечного числа шагов.

Определение: Если утоньшение невозможно, цепь называется *насыщенной.*

Справедливо и такое *утверждение*: любая цепь является насыщенной тогда и только тогда, когда каждое ее звено само является насыщенной и, притом, единственной цепью.

Определения: насыщенная однозвенная цепь называется "*хроном*", а произвольная насыщенная цепь – "*хронной цепью*".

Пусть, далее, x и y – две точки, причем $x \propto y$. Согласно аксиоме конечности (в), натуральные числа, представляющие количества звеньев цепей между x и y, образуют *ограниченное* множество. Следовательно, среди них имеется *наибольшее* число – то, которое соответствует максимальному количеству звеньев цепей между x и y. Так что мы можем *определить* положительную целочисленную функцию $\sigma(x,y)$: $\sigma(x,y)$ определена, если и только если $x \propto y$; равенство $\sigma(x,y) = 1$ выполняется, если и только если пара (x,y) образует хрон.

Имеет место существенное различие между марковским "временным атомизмом" и обычным "материальным атомизмом". Материальный предмет можно (пусть только мысленно!) разложить на атомы (соответственно, и электроны и протоны) только одним определенным образом. Тем самым однозначно определяются атомы, которые "составляют" данный предмет. В случае же "временного атомизма" это не так. В самом деле, временной отрезок (x,y) допускает несколько хронных разложений с различным количеством звеньев. Если даже мы ограничимся σ(x,y)- звенными максимальными разложениями, то и тогда мы не достигнем – в общем случае – однозначности. Так что нельзя говорить, будто временной отрезок (x,y) состоит из таких-то и таких-то определенных хронов.

Далее, введенное "квантованное" отношение "раньше, чем" дает нам естественную *единицу* масштаба – хрон, существование

которого следует из аксиомы (в). Так что, естественно число $\sigma(x,y)$ выбрать в качестве *меры временного отрезка (x,y)*. Таким образом, любое отношение "раньше, чем" которое удовлетворяет аксиоме конечности (в), индуцирует некоторую целочисленную метрику *времениподобного* интервала.

Наконец, вводится "*аксиома четырехугольника*"

(г) $\forall(xy)\exists(uv)(u \propto x \;\&\; u \propto y \;\&\; x \propto v \;\&\; y \propto v)$

На основе этой аксиомы мы можем определить еще одно понятие. Если нам даны две произвольные точки x и y, то мы расматриваем множество всех пар точек (u,v), которые удовлетворяют аксиоме (г). Для каждой такой пары, очевидно, имеет место: $u \propto v$ и $\sigma(u,v) \geq 2$, потому что $u \propto x \propto v$ является (по крайней мере) двузвенной цепью между u и v. Рассматриваем соответствующее множество чисел $\sigma(u,v)$. В этом, – согласно аксиоме (г), *непустом*, – множестве натуральных чисел имеется наименьшее число. Оно зависит от x и y и может быть обозначено через $\rho(x,y)$. Построенная таким образом функция $\rho(x,y)$ определена для *любых* двух точек x и y, является целочисленной, симметричной и повсюду имеет значение ≥ 2.

Определение: Точечная пара (x,y) называется *пространственноподобной*, если существует точечная пара (u,v), которая удовлетворяет условиям:

$(u \propto x) \;\&\; \neg(u \propto y) \;\&\; (x \propto v) \;\&\; \neg(y \propto v)$.

Для пространственноподобной пары (x,y) число $\rho(x,y)$ интерпретируется как *пространственноподобный интервал* между точками x и y. Таким образом, определена и пространственная метрика.

Поставленную в нашей статье задачу экспликации временной логики, содержащейся в работе Маркова, и временной структуры, на которой эта логика основывается, решаем, взяв в качестве "модели сравнения" временную логику для "ветвящегося времени", построенную нами на основе развития системы, предложенной Дж.Берджессом [2], которую мы называем K_b.

Отметим, что идея нашего дополнения и *принципиального* усовершенствования системы Берджесса состоит в предусмотрении средств сравнения времен происшествия событий, "находящихся" на различных "ветвях" древовидной временной структуры, в контексте понятий "раньше", "позже" и "одновременно". Это достигается благодаря наложению на отно-

шение временного предшествования, которое определено на этой структуре, условия *дискретности*.

Временная структура для системы K_b основана на отношении, которое строится как степень (элементарного) *отношения непосредственного строгого предшествования* $x <' y$.

Определение степени отношения:

(I) $x <^1 y$, если и только если (еие) $x <' y$,

(ii) $x <^n y$ еие $\exists v_1 v_2 \ldots v_{n-1}(x <' v_1 \ \& \ v_1 <' v_2 \ \& \ldots \& \ v_{n-1} <' y)$.

Вводим *условия* :

n+: между элементами базисного множества временной структуры может иметь место только отношение с конечной, хотя и неограниченной степенью

n++: "петли" отсутствуют

Определение отношения предшествования:

$x < y$ еие $\exists n(x <^n y)$

Утверждение: отношение предшествования является:

(а') *иррефлексивным*: $\forall x \neg(x < x)$,

(б') *транзитивным*: $\forall xyz(x < y \ \& \ y < z \Rightarrow x < z)$,

в') *бесконечным (открытым)*: $\forall x \exists y(y < x) \ \& \ \forall x \exists y(x < y)$,

(г')*древовидным*: $\forall xyz(y < x \ \& \ z < x \Rightarrow y < z \vee y \equiv z \vee z < y)$,

(д') *связным*: $\forall xy(\neg(x \equiv y) \Rightarrow \exists z(z < x \ \& \ z < y))$,

(е') *дискретным*:

$\forall x(\exists y(y < x) \Rightarrow \exists y(y < x \ \& \neg \exists z(y < z \ \& \ z < x))) \&$

$\& \ \forall x \exists y(x < y) \Rightarrow \exists y(x < y \ \& \ \neg \exists z(x < z \ \& \ z < y)))$.

Определения:

одновременные элементы: $x \cong y$ еие $\exists u \exists n(u <^n x \ \& \ u <^n y)$

полное отношение предшествования:

$x \subset y$ еие $\exists u \exists m \exists n(u <^n x \ \ \& \ \ u <^m y \ \ \& \ \ n < m)$.

Последнее отношение можно еще описать и так:

$x \subset y$ еие $x < y \vee \exists x_1(x_1 \cong x \ \& \ x_1 < y)$.

Сопоставляя аксиоматизацию отношения "раньше, чем" Марковым и временную структуру для K_b, прежде всего, отметим, что пары свойств (а) и (б) и (а') и (б') эквивалентны, а "аксиома конечности" (в) эквивалентна условию n+.

В "аксиоме четырехугольника" (г) присутствует связность (д'): $\forall xy \exists u(u \propto x \ \& \ u \propto y)$ и ее "зеркальное отображение": $\forall xy \exists v(x \propto v \ \& \ y \propto v)$.

Здесь же присутствует и аксиома бесконечности (в'): $\forall x \exists v(x \propto v) \;\&\; \forall x \exists u(u \propto x)$.

Свойство конечности (в) числа звеьев у "цепей" Маркова эквивалентно дискретности временной структуры (е') для K_b.

Условие древовидности (г') в аксиоматизации Маркова не выполняется. Из "аксиомы четырехугольника" (г) выводится:
$\forall xyv(x \propto v \;\&\; y \propto v \Rightarrow \exists u(u \propto x \;\&\; u \propto y))$, а также и:
$\forall xyu(u \propto x \;\&\; u \propto y \Rightarrow \exists v(x \propto v \;\&\; y \propto v))$.
Таким образом, согласно этой аксиоме, если и происходит ветвление в прошлое или будущее, то все "ветви" когда-то сходились или, – в случае будущего, – когда-нибудь сойдутся. Иными словами, имеет место "возвратная конвергенция".

И в системе K_b и в аксиоматизации Маркова выполняются:
$\forall xyz(y \subset x \;\&\; z \subset x \Rightarrow (y \subset z \vee y \equiv z \vee z < y \vee y \cong z))$ и
$\forall xyz(x \subset y \;\&\; x \subset z \Rightarrow (y \subset z \vee y \equiv z \vee z \subset y \vee y \cong z))$.

По отношению к первой из приведенных формул, аксиома древовидности (г') является, очевидно, частным случаем: $y \cong z$ "вырождается" в $y \equiv z$.

Отметим еще, что выражение $y \cong z$ в сравниваемых системах интерпретируется по-разному: в системе K_b это вполне обыденное понятие одновременности, а в аксиоматизации Маркова – понятие "пространственноподобной пары" мировых точек, то есть более общее понятие, которое можно описать так:
$\exists uv(u \propto y \;\&\; \neg(u \propto z) \;\&\; y \propto v \;\&\; \neg(z \propto v))$.

Отметим также, что в аксиоме (г) используются *пары* (u, v) и (x, y). (Отсюда и "четырехугольник".) И мировая точка (то есть событие, "в ней" происходящее!) u есть то, что может быть общей *причиной* событий в x и в y, а v – мировая точка возможной "встречи" *следствий* того, что происходит в x и в y. Согласно аксиоме Маркова, такая пара (u, v) существует для любой пары (x, y). Таким образом, эта аксиома выражает *связность* реальности в очень серьезном смысле.[5]

---

[5] Заметим, что позднее, в 60-х гг. Марков, приняв участие в обсуждении предмета кибернетики, предложил определить ее как общую науку о *причинных* сетях. (См.: Марков А.А. Что такое кибернетика? // Кибернетика. Мышление. Жизнь. М.: Мысль, 1964. С.39–52.) Соответствующее определение причины он сформулировал так: "... событие A есть причина события B в силу совокупности законов природы M, если соблюдены следующие условия: (1) наличие B может быть выведено из наличия A с помощью совокупности

В обеих сравниваемых системах определяются интересные временные операторы, а точнее, модальные временные операторы, "родственные" тем, которые разрабатывались,в частности В.А.Смирновым [3]. И среди них, в частности, такой, который позволяет получить такую правильно построенную форму, которую можно интерпретрировать как: "необходимо и притом в определенное время ("в свой срок") будет так, что ...".

ЛИТЕРАТУРА

1. *von Markoff A.* Uber die Ableitbarkeit der Weltmetrik aus der "Fruher Als"- Beziehung// Physikalische Zeitschrift der Soviet Union.1932. Band 1. Heft 3. S.387–406.
2. *Караваев Э.Ф.* Средства временной логики для представления процесса развития научного знания// Логика и развитие научного знания. СПб: Изд-во СПбГУ, 1992. С.62–82.
3. *Смирнов В.А.* Логические системы с модальными временными операторами//Модальные и интенсиональные логики и их применение к проблемам методологии науки. М.: Наука, 1984. С.49–58.

законов природы *M*, причем в процессе вывода речь идет лишь о событиях, следующих (во времени) за *A* и предшествующих *B*" (стр.51). При этом, заметим также, что время при рассмотрении причинных сетей берется *дискретным* (стр.46).

А.М.Анисов

НАПРАВЛЕННОСТЬ И ОБРАТИМОСТЬ ВРЕМЕНИ

Abstract. *In this work the differences between the terms "the direction of Time", "the direction of Becoming" and "the reversibility of Time" are introduced. In short Time has a direction if the order of Time's moments and its reversion differ from each other. Under the term the direction of Becoming the movement of the present moment either to the future or to the past is understood. The reversibility of Time concerns the full coincidence of all circumstances in different moments of the history. It is demonstrated that from the point of view of logic both the direction of Time and the direction of Becoming can be changed to the opposite. Nevertheless, Time turns out to be irreversible in a specific sense defined in this research.*

1. Статическое время

Пожалуй, с наибольшей силой функциональный подход к описанию реальности воплотился в восторжествовавших в современной науке представлениях о времени. Как правило, в рамках точно сформулированной статической концепции принимается, что время является отношением линейного порядка R (отождествляемого с отношением «раньше, чем» или с «позже, чем») на *заранее данном* непустом множестве моментов времени M, т.е., с теоретико-множественной точки зрения, время – это пара $T = \langle M, R \rangle$. Отступления от этого правила бывают трояко рода. Во-первых, изредка вместо бинарного отношения R пытаются вводить временные отношения с бóльшим количеством мест. Например, в теории относительности принимается, что в одной системе отсчета k событие s_1 может наступить раньше, чем событие s_2, а в системе отсчета k′ временнóй порядок этих событий окажется другим (так бывает, если два события, в силу принимаемого в этой теории постулата о существовании предельной скорости взаимодействий, не могут находиться в причинной связи между собой). Но если зафиксировать систему отсчета или рассматривать только пары событий, могущие находиться в причинной связи, то время вновь окажется привычным линейно упорядоченным множеством с бинарным отношением «раньше, чем», так что изменения, вводимые теорией относительности в наши представления о времени, на самом деле не столь уж значительны, как зачастую думают. Во-вторых, иногда требование линейности ослабляется до условия частичной упорядоченности множества моментов времени. Так, в

логике рассматриваются различные модели ветвящегося времени, с помощью которых, в частности, надеются избежать фаталистических выводов о будущем. Это более интересное нововведение по сравнению с предыдущим, однако, оно все еще воспринимается как слишком радикальное для того, чтобы использовать его в естествознании. В-третьих, геометрический образ времени позволяет обсуждать возможность существования замкнутых временны'х линий. При этом не всегда осознают, что в таком случае отношение «раньше, чем» перестает быть отношением порядка на множестве моментов времени, и теперь бессмысленно спрашивать, наступило ли событие s_1 раньше или позже, чем событие s_2.

Вообще, замкнутые временны'е линии призваны проиллюстрировать возможность течения времени вспять. Однако для демонстрации этой возможности вовсе не обязательно отказываться от трактовки отношения «раньше, чем» как отношения порядка. Достаточно сопоставить временно́му отношению порядка R его обратное отношение R* (которое получается из R следующим образом: $R^* = \{\langle a,b\rangle \mid \langle b,a\rangle \in R\}$), оставив прежнее прочтение «раньше, чем». Полученное отношение R* также будет отношением порядка на множестве моментов времени M. Действительно, пусть R есть отношение *частичного порядка*, для определенности, антирефлексивное и транзитивное отношение, т.е. R удовлетворяет двум следующим требованиям:

1. $\forall x\neg(xRx)$;
2. $\forall x\forall y\forall z(xRy \,\&\, yRz \rightarrow xRz)$.

Тогда R* очевидным образом удовлетворяет первому требованию, а при xRy, yRz, xRz в силу определения R* окажется, что yR*x, zR*y, zR*x, откуда, навешивая кванторы всеобщности, получаем $\forall z\forall y\forall x(zR^*y \,\&\, yR^*x \rightarrow zR^*x)$. После переименования кванторов приходим ко второму требованию $\forall x\forall y\forall z(xR^*y \,\&\, yR^*z \rightarrow xR^*z)$. Теперь, если событие s_1 раньше, чем событие s_2 в системе $\langle M,R\rangle$, то событие s_2 будет раньше, чем событие s_1 в системе $\langle M,R^*\rangle$.

Учитывая только что сказанное, в целях формальной экспликации статической концепции под *временем* $T=\langle M,R\rangle$ будем понимать произвольное непустое множество моментов M вместе с частичным порядком на нем R, трактуемом как отношение «раньше, чем».

Как уже упоминалось выше, чаще всего в науке отношение частичного порядка ограничивают требованием линейности, т.е. принимается дополнительная аксиома

3. $\forall x\forall y(xRy \vee yRx \vee x=y)$.

Обычно в качестве времени берется не любое, а конкретное линейно упорядоченное – множество действительных чисел $\mathbb{R}$. При этом действительные числа отождествляются с моментами времени, а стандартное отношение порядка < на этом множестве рассматривается как временно́е отношение «раньше, чем» (либо «позже, чем» в случае отношения >). Геометрическим образом так

представленного времени является бесконечная в обе стороны прямая.

Но это еще не все. Чтобы наполнить рассматриваемую абстрактную математическую структуру реальным содержанием, каждому моменту t из $\mathbb{R}$, чаще не оговаривая этого явно, сопоставляют множество событий m, происходящих в указанный момент времени. Так появляется *функция* τ из $\mathbb{R}$ на некоторое множество множеств $\mathbb{W}$, элементами которого являются множества событий. Теперь легко придать смысл утверждению вида «В момент t произошло событие s»: это означает, что

$\tau(t) = m \;\&\; s \in m$.

Почему нельзя напрямую моментам времени сопоставить события? Ответ очевиден. Поскольку в каждый момент времени t происходит много событий, такое прямое сопоставление не будет функцией. Быть может, следует поступить наоборот, сопоставив события моментам времени? Однако некоторые события (например, вспышки света или распады атомных ядер) происходят много раз и в *разные* моменты времени, так что и это сопоставление не будет функцией.

С математической точки зрения все эти построения тривиальны. Значимость они могут обрести лишь в том случае, если их можно связать с реальностью, с реально происходящими событиями. А реально мы говорим о событиях определенного дня, недели, месяца, года, минуты, секунды и т.п. А это не мгновения, а *интервалы* времени. Даже когда речь идет о мгновении применительно к действительно происходящему, подумав, мы должны согласиться, что на самом деле имеется в виду некоторый интервал (или отрезок) времени. Для наших целей достаточно ограничиться интервалами длиной в год (другие интервалы будут получаться аналогичным образом). Итак, как можно в рамках рассматриваемой структуры придать смысл высказыванию вида «Событие s произошло в n-ом году»?

Поступим следующим образом. Поскольку целые числа содержатся среди действительных чисел, при $n < 0$ $|n|$-тым годом до нашей эры объявим полуинтервал $[n, n+1)$[1]. Например, при $n = -1$ получим $|n| = 1$, т.е. первый год до нашей эры. При $n \geq 0$ также возьмем полуинтервал $[n, n+1)$, но теперь будем говорить о $n+1$ годе нашей эры. Например, при $n = 0$ получим 1 год нашей эры. Очевидно, так определенные полуинтервалы покроют всю ось времени и при этом они нигде не пересекутся между собой. Для любого n положим $f(n) = |n|$, если $n < 0$, и $f(n) = n + 1$, если $n \geq 0$. Какие события $S_{f(n)}$, произошли за год $D_{f(n)}$, соответствующий полуинтервалу $[n, n+1)$[2]? Очевидно, необходимо взять объединение

---

[1] Подразумевается, что $a \in [a, b)$, но $b \notin [a, b)$.

[2] Ясно, что $d_n = |n|$ при $n < 0$ и $d_n = n+1$ при $n \geq 0$.

множеств событий, происшедших за все моменты времени из этого полуинтервала:

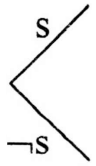
$$S_{f(n)} = \{s \mid s \in \bigcup_{t \in [n, n+1)} \mathbb{T}(t)\}.$$

Рассмотрим полуинтервал [1996, 1997). Ему соответствует 1997 год и множество событий этого года S_{1997}. Для любого читающего эти строки 1997 год уже в прошлом, так что мысль о том, что все события этого года уже произошли и потому о них можно осмысленно говорить, не покажется из ряда вон выходящей. Возьмем теперь полуинтервал [9996, 9997). Чему в *реальности* соответствует образование S_{9997}? Событиям 9997 года? Но где, кто и когда доказал, что эти события существуют в таком же смысле, что и события 1997 года? Ведь для всех ныне живущих они в будущем и, более того, навсегда останутся в будущем, учитывая наши шансы дожить до 9997 года. Между тем, статическая концепция времени без лишних разговоров объявляет существующими события любого года на темпоральной шкале. И если эта концепция действительно является картой реальности, то соответствующие множества $S_{f(n)}$ существуют при каждом целом n. А если для будущих n этих событий нет, если они не существуют? Ведь будущее – еще не факт. В конце концов, откуда эта беззаботная уверенность в том, что мир будет существовать всегда? *А если очередной год не наступит*? В таком случае статическая карта изображает несуществующие земли и потому является плодом нашей фантазии. Человека, вздумавшего объявить о существовании еще одного материка Земли, с позором бы изгнали из заседания географического общества. Но что непозволительно географу, дозволено физику и философу-статику. Необходимо, наконец, перестать быть излишне доверчивыми и потребовать доказательств существования событий любого, сколь угодно отдаленного будущего.

Если же нам скажут, что не собираются настаивать на существовании событий будущих лет, что использование функционального подхода лишь приближенно описывает реальность, которая в действительности гораздо сложнее, и т.п., то возникает вопрос: зачем же тогда использовать понятийный аппарат, коль скоро известно, что он не является адекватным? Зачем наносить на карту реальности несуществующие острова, эти атлантиды воображения? Не лучше ли ограничиться имеющимися в действительности землями, территориями, на которые можно ступить!

Впрочем, в рамках статики имеется одна возможность для того, чтобы избежать нанесения на карту реальности *определенного* будущего. Для этой цели используют идею ветвления времени в будущее. Мы можем считать, что события делятся на необходи-

мые (обязательно наступающие в будущем) и случайные, которые в будущем могут быть, а могут и не быть. Например, если кто-то, возможно, женится в следующем году (событие s), то также возможно, что он этого не сделает (событие $\neg$s). Альтернативные сценарии изображены на рисунке. В рассматриваемой ситуации уже нельзя образовать множество событий будущего года. В самом деле, такое множество d должно было бы как содержать событие s ($s \in d$), так и не содержать s ($s \notin d$), что противоречиво.



Однако, исходя из содержательных соображений, требуется наложить запрет на ветвление времени в прошлое. Так что прошлое у каждого объекта одно единственное, тогда как будущее альтернативно. Иными словами, время ветвится в будущее, но линейно в прошлое, как и показано на рисунке. С формальной точки зрения это можно выразить при помощи следующих условий.

Положим $x\check{R}y \Leftrightarrow_{Df} x \neq y \,\&\, \neg(xRy) \,\&\, \neg(yRx)$ и назовем такие x и y *несравнимыми* по отношению R. Очевидно, что введенное отношение $\check{R}$ является антирефлексивным и симметричным, т.е. $x\check{R}y \rightarrow y\check{R}x$, но не транзитивным.

3′. $\forall x(\exists u(xRu) \rightarrow \exists y\exists z(xRy \,\&\, xRz \,\&\, y\check{R}z))$.

4. $\forall x\forall y\forall z(yRx \,\&\, zRx \rightarrow y = z \vee yRz \vee zRy)$.

Здесь аксиома 3′ вводится вместо аксиомы 3, поскольку они несовместимы, если отношение R не пусто. Условие 3′ обеспечивает ветвление времени в будущее, а условие 4 гарантирует линейность времени в прошлое. Аксиому 3′ можно усилить так, чтобы время ветвилось в каждом моменте, если только у этого момента есть будущее.

3″. $\forall x(\exists u(xRu) \rightarrow \exists y\exists z(xRy \,\&\, xRz \,\&\, y\check{R}z \,\&\, \neg\exists u(xRu \,\&\, uRy \,\&\, uRz)))$.

Конечно, изобразить наглядно ветвление в каждой точке отрезков невозможно, так что постулат 3″ на рисунке не отображен. Вместо этого показано ветвление лишь в одном моменте. Зато линейность в прошлое получила на рисунке адекватное воплощение: двигаясь из любой точки справа налево, мы получим линию с топологией отрезка прямой.

Завершим аксиоматику статического времени, удовлетворив естественное требование *связности* моментов в смысле отсутствия во временной структуре изолированных моментов или интервалов времени.

5. $\forall x\forall y\exists z(zRx \,\&\, zRy) \vee \exists z\forall x(x \neq z \rightarrow zRx)$.

Левый дизъюнкт утверждает, что у любых двух моментов, как бы далеко они не разошлись в ходе ветвления, есть общее прошлое и время, таким образом, не имеет начала, а правый дизъюнкт учитывает ситуацию, когда имеется общий для всех моментов начальный момент времени, у которого нет прошлого. Каждая из этих двух несовместимых альтернатив исключает существование самостоятельных кусков времени, так что аксиому 5 можно назвать аксиомой связности. Это своего рода связность в отношении прошлого, но не будущего, поскольку из-за ветвления времени мы не можем потребовать, чтобы у любых двух моментов было общее будущее.

Насколько структура с ветвлением в одну сторону и линейностью в другую способна передать подвижные, динамические аспекты времени? На наш взгляд, хотя такая структура обладает более богатыми возможностями для представления темпоральных отношений по сравнению с линейно упорядоченным множеством, в целом она остается полностью статичным образованием, в котором вместо однозначного фиксирования будущих событий столь же однозначно фиксируются будущие альтернативы вместе с соответствующими каждой альтернативе событиями. *Главным признаком статичности модели времени является невозможность указать в ней момент «теперь» или «сейчас».* Что происходит с нашим персонажем в *настоящий* момент времени? Он еще не решил, как быть, или для него уже наступило будущее? А если наступило, то какое? Бесполезно задавать подобного рода вопросы в рамках неподвижных, статических моделей. Течение времени, а вместе с ним разделение моментов и событий на прошлые, настоящие и будущие в них отсутствуют. Но что может быть более фундаментальным для идеи времени, чем категории прошлого, настоящего и будущего, чем представление о его движении и течении? Без этих характеристик время перестает быть временем, превращается в статичное и неизменное во веки веков пространственно подобное образование.

Приведенная система аксиом, очевидным образом, непротиворечива. Поэтому она имеет счетную модель, скажем, составленную из рациональных чисел. По справедливому утверждению С.А.Яновской, данное обстоятельство свидетельствует о том, что феномен движения (течения времени в нашем конкретном случае) уловить не удалось.

«Вместе с тем стоит, вероятно, заметить, что наличие у системы аксиом арифметической интерпретации, отнюдь не связанной непременно с каким-нибудь движением, можно рассматривать как свидетельствующее о том, что этой аксиоматикой заведомо не выявлена еще сущность движения как такового, как движения, а не как некоторых отношений, определенных для рациональных чисел. В этой связи мне представляется естественным предполагать, что теория движения вообще не может быть конечно аксиоматизируе-

мой теорией и что аксиоматические способы построения теории здесь не по существу»[3].

Процитированное замечание о неадекватности аксиоматического метода применительно к проблеме движения, как нам представляется, касается самой сути дела.

Еще одной странностью статических моделей времени является свойственная им своеобразная расточительность. Поясним, что имеется в виду. Опыт учит нас, что хороших вещей не бывает слишком много. Их всегда не достает, их всегда не хватает. Большинство людей вынуждены довольствоваться одним домом, одним местом проживания, одним кругом общения, у них вечно нет денег и т.д. Простое удвоение благ дается с огромным трудом, не говоря уже об их многократном умножении. А некоторые феномены существуют исключительно в одном экземпляре и принципиально не поддаются даже удвоению. Такова, например, индивидуальность каждого из нас. Но посмотрите на статические модели. В них в каждый момент времени на протяжении жизни человек существует вместе со всем своим достоянием. Если вы обладатель автомобиля, то каждому мгновению этого обладания соответствует свой автомобиль. Именно так, поскольку существование в одни моменты времени в статике *по типу* ничем не отличается от существования в любые другие моменты времени. Есть в универсуме новенький автомобиль в момент покупки, и также есть по автомобилю в любой момент его последующей эксплуатации. Если возразят, что автомобиль на самом деле *один*, но взят в разные моменты времени, то это возражение не состоятельно. В разные моменты времени существует по автомобилю, причем это, вообще говоря, разные объекты (скажем, новый автомобиль и старый), хотя и очень похожие на небольших интервалах времени. Хуже того, каждый из нас растиражирован в таком количестве экземпляров, сколько моментов насчитывает наша жизнь. В буквальном смысле существует наше детство, наша зрелость и наша старость, и в каждом из этих возрастных периодов есть соответствующий индивид, который существует точно в таком же смысле, как и читающий сейчас эти строки.

Мы не в состоянии поверить, что во Вселенной имеется два Солнца, две Земли, две копии каждого из нас и т.п. Но это в пространственной развертке. Что касается бытия во времени, то, влекомые непонятно откуда взявшейся убежденностью, мы уверены в возможности темпорального копирования любого объекта. Человечество буквально преследует идея путешествий во времени. Никто не отправляется в путь, чтобы в некоторой точке пространства встретиться со своим прошлым или будущим. Однако верят, что есть такая точка во времени. Туда трудно попасть, но научился же

---

[3] *Яновская С.А.* Преодолены ли в современной науке трудности, известные под названием «апории Зенона»? // Проблемы логики. М., 1963. С.136.

человек летать! Быть может, когда-нибудь он научится путешествовать по мирам времени... И такое наивное онтологизирование находит полную поддержку в лице парменидовской науки, авторитетно и бездоказательно заявляющей, что прошлое и будущее существуют в таком же смысле, как и воспринимаемое настоящее. А если ни прошлого, ни будущего *нет*, если они *не существуют*? Тогда туда и попасть нельзя не только на практике, но и в теории, и тогда каждая индивидуальность наличествует лишь в единственном экземпляре, или же ее вовсе нет. Это простое соображение просто не приходит в голову умам, привыкшим время осмысливать в терминах пространственных отношений, понимать его как некую совокупность *мест*, в которых, если они близко расположены, существуют мало различимые копии одних и тех же вещей. Смыкаясь, эти места образуют структуры, подобные отрезкам пути. По ним можно путешествовать, как в обычном пространстве. В результате причудливым образом фантазии о машинах времени смыкаются с выводами сложных и абстрактных теорий, допускающих замкнутые временны'е линии. Только вот вопрос: получаются такие выводы в результате глубокого проникновения в природу времени, или же они являются артефактами, навеянными геометрическими моделями времени?

Концепция статического ветвящегося времени только усугубляет проблему. Если при линейной развертке временного ряда в статике каждый из нас существует во многих экземплярах (по одному на каждый момент времени), то у всех этих экземпляров, по крайней мере, одна судьба. Например, для каждого конкретного человека в таком универсуме имеется одно единственное событие его смерти в некоторый момент времени. Но в ветвящемся статическом универсуме для любого живущего в нем индивида имеются альтернативные даты смерти, которые могут соответствовать существенно различным событиям. Ведь на одной ветви времени он может, скажем, погибнуть в результате аварии, тогда как на другой временно́й ветви он умрет от старости. Спрашивается, что его ожидает, и чье это будущее? Остается либо сказать, что у него имеется много судеб, либо признать, что наш персонаж «размножается», порождая каждое мгновение нового очень похожего индивида, но со своей судьбой.

В результате парменидовская наука и философия наделяют время странной способностью вмещать в себя огромное множество миров, – по одному миру на каждый момент времени, – в любом из которых имеется надлежащее количество вещества и энергии, происходят соответствующие конкретному моменту времени события, наличествует в полном объеме пространство со всеми своими атрибутами и т.д. Излишне говорить, что все это совершенно бездоказательно. Никаких эмпирических данных, свидетельствующих об этой удивительной способности времени, попросту не существует. Напротив, наш повседневный опыт свидетель-

ствует против темпорального умножения миров, что выражено в принимаемом здравым смыслом утверждении: есть только настоящее, прошлого уже нет, будущего еще нет. Никто и никогда не был в состоянии воспринимать прошлое или будущее так, как воспринимается настоящее. Несмотря на всякого рода домыслы, никаких достоверных данных в пользу обратного нет. Еще Блаженный Августин обратил внимание на коренное отличие типов восприятия разных частей времени: память для прошлого, внимание для настоящего и ожидание для будущего[4]. Однако принимаемая математика и логика заставляют ученых и философов не верить собственным ощущениям!

Тем не менее, мы можем осмысленно говорить о моментах прошлого и будущего времени, по-прежнему сопоставляя этим моментам совокупности событий. Точнее, в случае прошлого речь должна идти о совокупностях *следов* событий, а в случае будущего – о совокупностях *возможных* событий. При этом следует помнить, что следы прошлого теряются, а возможности будущего представлены в универсуме лишь фрагментарно. Становление или течение времени с этой точки зрения представляет из себя двойственный процесс разрушения следов прошлых событий и реализации некоторых из имевшихся возможностей вместе с обретением новых возможностей, до того отсутствовавших в универсуме. Поэтому в учитывающей становление динамической концепции времени вместе с изменением совокупностей событий может меняться и множество моментов времени, и их структура[5].

Однако при обсуждении проблем направленности и обратимости времени в этой работе мы абстрагируемся от феномена изменчивости самого времени и ограничимся лишь учетом изменчивости совокупностей событий. Будем считать множество моментов времени и отношение «раньше, чем» на моментах фиксированными, сведя процесс становления к трансформациям совокупностей событий. Это означает, например, что проблема «просуществует ли наш мир до 9997 г.?» обсуждаться не будет. Допустим, моменты времени из соответствующего интервала [9996, 9997) существуют. А вот множество событий этого года S_{9997} мы не считаем завершенным образованием: даже если это множество непусто уже *сейчас*, оно еще будет пополнено в ходе становления новыми неведомыми событиями. Двойственным образом, существование находящегося в прошлом 997 г. и соответствующих ему событий S_{997} не вызывает сомнений. Однако было бы иллюзией полагать, что совокупность S_{997} не претерпела изменений за тысячелетие, прошедшее до настоящего времени. Безусловно, она изменилась в том смысле, что не все события 997 г. оставили следы в настоя-

---

[4] *Августин Аврелий.* Исповедь. М., 1991. Кн.11, XXVIII, 37.

[5] Подробнее см.: *Анисов А.М.* Время и компьютер. Негеометрический образ времени. М., 1991.

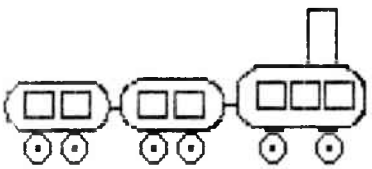
щем. Но если нет следов событий, то нет и самих событий. Иными словами, множество S_{997} *сейчас* является лишь следовым остатком той безвозвратно утраченной совокупности, которая существовала тогда, когда 997 г. был настоящим.

Таким образом, в данной работе принимается статическая концепция в отношении моментов и динамическая концепция в отношении событий, соответствующих этим моментам. Делается это не по принципиальным основаниям, а в целях упрощения изложения.

2. Свойства времени

Мы различаем три проблемы: а) Имеет ли множество моментов времени *направление*? б) Куда *направлено течение* времени? и в) *Обратимо* ли время?

Чтобы проиллюстрировать различие этих вопросов, рассмотрим следующий рисунок. Локомотив изображенного поезда отличается от вагонов, поэтому мы можем различать *направления* от локомотива к вагонам и от вагонов к локомотиву. Если отцепить локомотив, возможность такого различения исчезнет: теперь один конец поезда ничем не отличается от другого.



Предположим, что поезд движется. Спрашивается, в какую сторону *направлено движение*: в направлении локомотива или в противоположную сторону, в направлении последнего вагона? Очевидно, что из рассмотрения рисунка определенного ответа дать нельзя, поскольку локомотив может либо тянуть состав, либо толкать его перед собой. Аналогичным образом, если допустить, что удалось выделить два направления времени, – прошлое и будущее, – то это еще не ответ на вопрос о том, течет ли время в направлении от прошлого к будущему, или же от будущего к прошлому. И даже если будут приведены аргументы в пользу одного из двух направлений становления, все еще без ответа останется вопрос об *обратимости* времени. Каждому моменту времени t соответствует совокупность событий S_t, происшедших в момент времени t. Существуют ли хотя бы два момента времени t и t* такие, что $t \neq t^*$, но $S_t = S_{t^*}$? Если «да», то время обратимо, если «нет», оно необратимо.

Представьте, что двигаясь на поезде в избранном направлении, вы оказались на станции, на которой уже были. Вы, конечно, решите, что поезд сделал длинную петлю и вернулся в однажды покинутое место. Примерно так обычно понимают обратимость времени: время вернулось назад, время замкнулось, сделало петлю и т.п. Но в таком случае (как уже отмечалось) будет утрачен временной порядок и мы потеряем возможность различать «раньше» и «позже». Представьте теперь, что петли нет, поезд движется

строго вперед, а оставленная позади станция возникла вновь. Это и будет обращение времени без нарушения временного порядка. Такая ситуация отлична от той, которая возникает, если поезд изменил направление движения и отправился назад, что иллюстрирует различие между *обращением* времени и *изменением направления* его течения.

В недавно вышедшей основательной работе С.Д.Хайтуна[6] на самом деле обсуждается только первая из названных проблем – в нашей терминологии, проблема направленности времени, рассматриваемая на материале физической науки. Вопрос о направленности и обратимости *течения* времени не исследуется. Упомянутая книга не исключение – строгое обсуждение проблемы течения времени или становления отсутствует в современной парменидовской науке. Данному обстоятельству есть объяснение. В науке господствует статическая концепция времени, в рамках которой строго можно поставить только вопрос о направленности времени, но не вопрос о направленности его течения и, тем более, не вопрос об обратимости или необратимости становления. Это зачастую приводит к отождествлению вопроса о направленности феномена времени и вопроса об обратимости времени. Точнее говоря, обычно считается, что если удастся выделить направление времени, то тем самым будет показана и его необратимость.

Но что следует понимать под направлением времени? Ответ зависит от наших способов формального представления феномена времени. Вне формальных методов бесполезно искать решение поставленного вопроса. Напомним, что *временем* T=<M,R> мы называем произвольное непустое множество моментов M вместе с частичным порядком на нем R, трактуемом как отношение «раньше, чем». Для таких времен или, точнее говоря, моделей времени мы дадим два определения направленности[7]. Первое основывается только на свойствах самой модели и потому может быть названо абсолютным. Второе определение разрешает учитывать какие-либо свойства, не проистекающие из свойств временно́го порядка, и в силу этого заслуживает названия относительного.

Пусть L – язык логики предикатов первого порядка, не содержащий никаких нелогических символов, кроме символа бинарного отношения r, и пусть структура T=<M,R> является временем. Обозначим через Th(T) множество предложений языка L, истинных в

---

[6] *Хайтун С.Д.* Механика и необратимость. – М.: "Янус", 1996. – 448 с.

[7] Наши определения будут отличаться от принятого в теории множеств определения термина «направленность»: упорядоченное множество называется *направленным*, если $\forall x \forall y \exists z(xRz \ \& \ yRz)$. (Ср. *Куратовский К., Мостовский А.* Теория множеств. М., 1970. С.88.) При таком определении направленным окажется любое множество, упорядоченное по типу множества действительных чисел, что совершенно нежелательно для экспликации идеи о направленности времени.

T. Время T=<M,R> называется *абсолютно направленным*, если Th(T) ≠ Th(T*), где T*=<M,R*>. Иными словами, время абсолютно направленно, если существуют предложения языка L, которые не являются истинными одновременно и в T, и в T*. В этом случае структура времени оказывается чувствительной к обращению времени порядка[8].

Возьмем в качестве времени множество действительных чисел $\mathbb{R}$. с обычным отношением линейного порядка < («строго меньше»). Через $\mathbb{R}^*$ обозначим то же самое множество действительных чисел, но упорядоченное отношением <*, совпадающим с обычным отношением > («строго больше»). Представляется очевидным, что не существует предложений языка L, различающихся истинностными значениями в $\mathbb{R}$ и в $\mathbb{R}^*$, так что $Th(\mathbb{R}) = Th(\mathbb{R}^*)$[9]. В соответствии с определением, множество действительных чисел с естественным порядком на нем (< или > – безразлично) не является абсолютно направленным. Другое дело множество натуральных чисел $\mathbb{N}$ со стандартным отношением < и это же множество $\mathbb{N}^*$ со стандартным отношением >. Как и в предыдущем случае, из a<b следует, что b>a для любых a и b, поэтому вновь отношение > равно отношению <*. Утверждение о существовании наименьшего натурального числа $\exists x\forall y(x\neq y \rightarrow x < y)$ истинно в $\mathbb{N}$, откуда предложение $\exists x\forall y(x\neq y \rightarrow x\ r\ y)$ языка L также истинно в $\mathbb{N}$. Однако, как легко видеть, утверждение $\exists x\forall y(x\neq y \rightarrow x > y)$ о существовании наибольшего натурального числа, а вместе с ним и предложение $\exists x\forall y(x\neq y \rightarrow x\ r\ y)$ языка L, ложно в $\mathbb{N}^*$. Зато истинным в $\mathbb{N}^*$ будет утверждение $\exists x\forall y(x\neq y \rightarrow y > x)$ и, вместе с ним, предложение $\exists x\forall y(x\neq y \rightarrow y\ r\ x)$ языка L, которые, двойственным образом, будут ложны в $\mathbb{N}$, поскольку в этой структуре они соответствуют ложному утверждению $\exists x\forall y(x\neq y \rightarrow y < x)$ о существовании наибольшего числа во множестве естественным образом упорядоченных натуральных чисел. Согласно определению, множество $\mathbb{N}$ и, значит, также множество $\mathbb{N}^*$ являются абсолютно направленными.

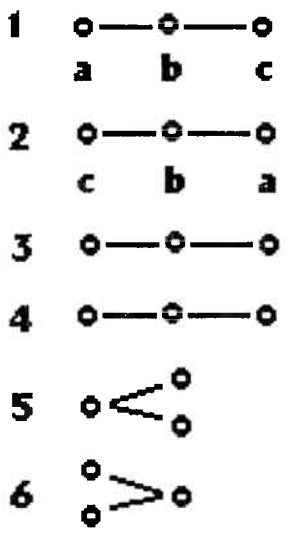
Если структура T является конечным линейно упорядоченным множеством, то она, очевидным образом, не будет абсолютно направленной. Однако для задания направления годятся и конечные структуры, если они частично упорядочены, но не линейны. Например, рассмотрим трех элементное множество M = {a, b, c}, упорядоченное отношением R следующим образом: R = {<a, b>, <a, c>}. В структуре T=<M,R> истинно предложение $\exists x\exists y\exists z(x\ r\ y\ \&\ x\ r\ z)$, которое будет ложным в «обратной» структуре T*=<M, R*>. В T* истинно предложение $\exists x\exists y\exists z(y\ r\ x\ \&\ z\ r\ x)$, ложное в T.

---

[8] Обращение отношения и обратимость времени – это не одно и тоже. Как будет показано ниже, наличие направления времени не предопределяет решение проблемы его обратимости.

[9] Такие системы в логике называют элементарно эквивалентными.

Проиллюстрируем сказанное. Как видно из рисунка, мы можем различить на структурах с номерами 1 и 2 направления от **a** к **c** и от **c** к **a**. Однако если стереть обозначения **a**, **b**, **c**, то эти линейно упорядоченные множества окажутся неразличимыми и, тем самым, утратят направленность, что демонстрируется пунктами 3 и 4. Отсюда мотивировка определения абсолютной направленности: язык L не содержит индивидных констант, т.е. собственных имен моментов времени, так что возможность установления направления времени обусловлена только свойствами временного порядка. Пункты 5 и 6 демонстрируют появление направленности в трехэлементных множествах, если они упорядочены так, как показано на рисунке.



Здесь отсутствие собственных имен моментов времени не препятствует различению направлений. Пункты 5 и 6 соответствуют определенным выше трехэлементным структурам T и T*, так что в итоге метафора о стреле времени получает формальное оправдание со следующим уточнением: для установления направления времени достаточно наконечника стрелы, древко и оперение здесь не обязательны. Соответствие интуитивно-наглядных представлений о свойстве направленности и формального определения этого свойства указывает на то, что проведенное уточнение понятий, по-видимому, оказалось удачным.

Данное рассуждение подсказывает, как обобщить понятие абсолютной направленности и подойти к определению свойства относительной направленности с сохранением основной идеи – использовать для этого теоретико-модельные понятия. Пусть L – язык логики предикатов первого порядка, содержащий символ бинарного отношения r, а также, возможно, другие нелогические символы отношений и (или) индивидных констант[10], и пусть структура T=<M,R> является временем. Рассмотрим структуру вида S = <U, R, P_1, P_2, ..., P_n> для языка L (где элементы P_1, P_2, ..., P_n могут отсутствовать, но в противном случае являются отношениями произвольной местности на U) такую, что M ⊂ U и r интерпретируется отношением R. Структура S называется *абсолютно направленной*, если ее подструктура T=<M,R> является абсолютно направленной. Обозначим через Th(S, J) множество предложений языка L, истинных в S при некоторой фиксированной интерпретации J. Структура S при интерпретации J называется *относительно направленной*, если ее подструктура T=<M,R> не является абсо-

[10] Мы здесь не упоминаем о функциональных константах, что не ведет к потере общности, поскольку всякую n-местную функцию можно заменить соответствующим n+1-местным отношением.

лютно направленной, и Th(S, J) ≠ Th(S*, J*), где S* и J* получаются заменой всех имеющихся в S и в области значений J бинарных отношений на обратные.

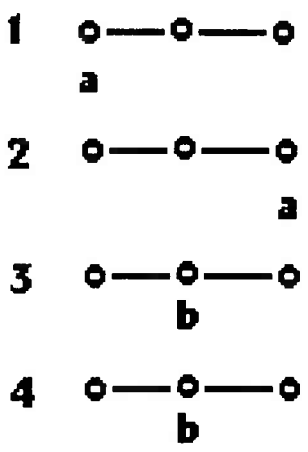
Таким образом, ни одна абсолютно направленная структура не является относительно направленной, и сужение относительно направленной структуры S до множества M и отношения R не может превратить ее в абсолютно направленную. Разумеется, имеются содержащие время структуры, не являющиеся направленными ни в одном из двух определенных смыслов. Как мы видели, для того, чтобы задать абсолютно направленную структуру, достаточно трех элементов, и это число, очевидным образом, не может быть меньше. Однако относительную направленность можно определить и на двух элементном множестве (вновь очевидно, что и это число нельзя уменьшить, поскольку бессмысленно говорить о направленности одноэлементного множества), как показывает следующий простой пример.

Положим S = <{a,b}, R>, где R = {<a,b>}, и алфавит L = {логические и технические символы, r, *c*}, где r символ бинарного отношения и *c* – индивидная константа. Пусть, далее, J(r) = R и J(*c*) = a. Ясно, что двух моментное время T=<{a,b}, R> не является абсолютно направленным. Однако структура S при J оказывается относительно направленной: в S истинно утверждение ∃x(*c* r x), ложное в S* = <{a,b}, R*> при J*, поскольку J*(r) = R* = <b,a> и J(*c*) = J*(*c*) = a.

Наличие свойства относительной направленности зависит, вообще говоря, от выбора интерпретации J. В самом деле, формализуем ситуацию, изображенную в первых двух пунктах рассмотренного выше рисунка. Пусть язык L тот же самый, что и в предыдущем примере, а S = <{a,b,c}, R>, где R = {<a,b>, <b,c>, <a,c>}. Определим две различные функции интерпретации J_a и J_b: J_a(r) = J_b(r) = R, J_a(*c*) = a, J_b(*c*) = b. Вновь предложение ∃x(*c* r x) истинно в S при J_a и ложно в S* при J_a*. Но, как легко видеть, не существует утверждения языка L, которое позволило бы отличить S при J_b от S* при J_b*. Действительно, элемент b не меняет своего положения в структуре при замене отношения R обратным отношением R* = {<c,b>, <b,a>, <c,a>}, в отличие от ситуации с элементом a. Таким образом, структура S при J_a относительно направлена, а при J_b – нет, что и требовалось показать. Все это наглядно видно на очередном рисунке. В пунктах 1 и 2 зафиксирована смена направлений множества моментов относительно выделенного элемента **a**, что иллюстрирует интерпретацию J_a. В свою очередь, пункты 3 и 4 соответствуют интерпретации J_b, которая не меняет положения элемента **b** в структуре, так что по отношению к этому элементу установить направленность невозможно.

Различие, соответствующее абсолютной и относительной направленности в нашей терминологии, фактически было намечено еще Г.Рейхенбахом в его классической работе «Направление вре-

мени»[11]. В частности, он упоминает о возможности выделения направления с использованием имен. Однако общих и точных определений направленности (в отличие от определения упорядоченности) Г.Рейхенбах (как и другие известные нам авторы, пишущие по проблеме времени) не дает, ограничиваясь примерами. Нам же казалось важным дать именно общие определения разновидностей свойства направленности упорядоченных структур с ориентацией на моделирование феномена времени.



Разумеется, время в рассмотренных выше аксиоматических системах, структурах и рисунках никуда не течет. Чтобы двигаться дальше, необходимо выйти за рамки аксиоматического метода, дополнив его средствами, способными моделировать течение времени. Для нас такими средствами будут *компьютерные программы*, позволяющие различать конечный или промежуточный *результат* работы программы и реальную последовательность шагов или *процесс*, который привел к искомому результату. Чтобы давать точные определения, необходимо зафиксировать синтаксис и семантику языка, на котором пишутся моделирующие становление программы. Такой язык, специально ориентированный на моделирование течения времени, нами построен[12], однако, во избежание резкого усложнения анализа, ограничимся на этом этапе неформальным рассмотрением проблем направленности и обратимости течения времени. Рассмотрим следующие две программы на Паскале, трактуя их реализацию как порождение последовательности моментов очень простого модельного времени.

```
uses Crt;
     var  c, s : string;
          k    : char;
begin
  s:=' ';
  c:='—';
  k:=' ';
  writeln('Очередной момент порождается нажатием
пробела');
  repeat  until k=ReadKey;
  Insert(c,s,1); write(s); repeat  until k=ReadKey;
  Insert(c,s,1); write(s); repeat  until k=ReadKey;
  Insert(c,s,1); write(s); repeat  until k=ReadKey;
  writeln;
  writeln;
```

[11] *Рейхенбах Г.* Направление времени. М., 1962. С.43-44.

[12] *Анисов А.М.* Абстрактная вычислимость и язык программирования АВТ. //Логические исследования. Вып. 3. М., 1995. С.233-256.

```
  writeln('Работа программы завершена');
end.
```

```
uses Crt;
     var  c, s : string;
          k    : char;
begin
  s:='——— ';
  c:='—';
  k:=' ';
  writeln('Очередной момент порождается нажатием
пробела');
  repeat  until k=ReadKey;
  write(s); repeat  until k=ReadKey; write(#13);
  Insert(k,s,1); Insert(c,s,1); Insert(c,s,1);
  write(s); repeat  until k=ReadKey; write(#13);
  Insert(k,s,1); Insert(c,s,1);
  write(s); repeat  until k=ReadKey; write(#13);
  writeln;
  writeln;
  writeln('Работа программы завершена');
end.
```

Если выполнить первую программу, то в результате на экране получим направленную (относительно длины отрезков) последовательность моментов — —— ——— . Выполнив вторую программу, также получим ту же самую последовательность моментов — —— ——— . Однако первая программа порождает сначала момент — , затем момент —— и, наконец, момент ——— , тогда как вторая на первом шаге порождает момент ——— , затем момент —— и только на последнем шаге момент — . Иначе говоря, множества моментов, получаемые в ходе работы обеих программ, совпадают. Но время в этих простых модельных примерах *течет по-разному*: в первом случае от более коротких отрезков к более длинным, а во втором – от более длинных к более коротким. *Никакими аксиоматическими, геометрическими, функциональными, теоретико-множественными или иными статическими методами классической математики уловить течение времени невозможно.* Сделанное утверждение имеет принципиальное значение, поэтому для правильного понимания дальнейшего желательно тщательно разобраться в деталях, так как без них легко упустить суть дела.

Вначале попробуем опровергнуть выдвинутый тезис. Первое, что напрашивается – это оборачивание рассматриваемых рядов. Работу первой программы представим рядом — —— ——— , а итоги работы второй рядом ——— —— — , не обращая сейчас внимание на то, что эти программы в действительности рисуют одинаковые ряды. Не сведен ли тем самым вопрос о направлении течения времени к вопросу о направленности соответствующих геометрических рядов?

Но сколько бы мы не всматривались в ряд — —— ———— , невозможно определить, текло ли время в направлении от более коротких отрезков к более длинным или наоборот. Аналогичным образом, ряд ———— —— — информацию такого рода дать не в состоянии. Если скажут, что в первом случае течение направлено от короткого к длинному, а во втором случае от длинного к короткому, то на чем мог бы основываться такой вывод? Откуда известно, например, что в первом случае первым порожден короткий момент, а последним длинный? Убежденность воображаемого оппонента обусловлена, во-первых, *памятью* о соответствующих компьютерных программах и, во-вторых, привычкой читать текст *слева направо*. Но если забыть о программах и культурных предпочтениях, то становится очевидным, что определенного ответа на поставленный вопрос дать нельзя. Переведем данный абзац на арабский, и тогда знающий арабский язык человек, к тому же не имеющий информации (тем самым, *памяти*) об особенностях вышеприведенных программ, прочтет текст *справа налево*. При таком прочтении первым в первом ряду окажется более длинный отрезок (если, конечно, переводчик на арабский не привнесет в перевод свое ви'дение ситуации и не перевернет соответствующие ряды вместо того, чтобы перенести их в арабский текст неизменными). При любом варианте проблема определения направления течения времени не должна зависеть от особенностей разных культур.

Заостряя нашу позицию в отношении отстаивания независимости направления течения времени от культурных привычек, допустим, что нечетные строки читаются слева направо, а четные – справа налево. Тогда в предыдущем абзаце в первой строке первым будет короткий отрезок, но и в четвертой строке первым также будет короткий отрезок. Короче говоря, возможность задать направление на множестве моментов никоим образом не предопределяет направление течения времени. В нашем мире сколько угодно направленных структур, которые никуда не собираются течь или двигаться. Дорожные указатели, например, отнюдь не следует в том направлении, которое указывают. Точно также наличие направления времени оставляет без ответа не только вопрос, куда течет время, но и вопрос о том, течет ли оно вообще.

С другой стороны, если направление времени отсутствует, то вопрос о направлении его течения становится бессмысленным. Чтобы надеяться получить ответ, куда течет время, – от прошлого к будущему или от будущего к прошлому, – надо вначале определить, какие моменты времени находятся в прошлом, а какие в будущем. Модифицируем вышеприведенные программы так, чтобы они порождали отрезки одинаковой длины. В этом случае, очевидным образом, мы будем лишены возможности сказать что-либо осмысленное о том, в каком направлении течет модельное время, в

частности, не сможем определить, совпадают ли направления течения времени, порождаемого первой и второй программами.

Чтобы попытаться избежать сложностей, нельзя ли просто *договориться* о направлении течения времени? Могут ведь сказать, что достаточно условиться о выборе. Условимся, например, что ход течения времени будет выражаться рассмотрением рядов слева направо (разумеется, можно принять по соглашению и рассмотрение рядов справа налево). Но это все равно, как если бы кто-то предложил продавцу вместо настоящих денег кусок простой бумажки, предлагая условно считать его деньгами, или если бы договорились считать дорожные указатели подвижными. Договориться можно о чем угодно, но нашей проблемы это не решит. Конвенция, отождествляющая произвольно выбранное направление времени с направлением его течения именно потому не годится, что направление времени не предопределяет ни направления его течения, ни наличия самого феномена течения времени.

Наше исследование посвящено характеристическим качественным свойствам времени, таким как упорядоченность, направленность, необратимость и т.д. Обычно работы по вопросам такого рода исходят из осмысления результатов физической науки. При этом главную проблему видят не в том, чтобы найти примеры упорядоченных и направленных структур, а в том, чтобы обнаружить такие структуры в физике. В уже упоминавшемся труде Г.Рейхенбаха указывается, что определение направления на числовых множествах «не может оказать нам помощи в случае с временны'ми точками», ибо «мы обозначаем числами временны'е точки лишь после того, как определили направление времени»[13]. Спрашивается, каким образом можно определить направление времени, если запретить пользоваться числовыми и другими математическими структурами? А если нельзя пользоваться только числами, то какими математическими объектами пользоваться можно? Видимо, отсутствие ответов на эти недоуменные вопросы связано с доктриной, согласно которой логико-математическое знание ничего не говорит нам о мире и лишь эмпирический опыт способен привести к решению проблемы направленности времени.

Но эмпирический опыт однозначно свидетельствует о наличии у времени направления[14], о том, что время течет по направлению к будущему (но не наоборот), что ход времени необратим, и т.п. Поэтому проблема как раз в том, чтобы найти такие логико-математические структуры, которые моделировали бы эти свойства времени. Возникающие здесь трудности имеют теоретический характер и не могут быть разрешены ссылкой на опыт и данные

---

[13] Цит. соч. С.44.

[14] Р.Пенроуз выделяет 7 различных (предположительно, независимых) стрел времени. См.: *Пенроуз Р.* Сингулярности и асимметрия по времени. //Общая теория относительности. М., 1983. С.234.

экспериментов. Допустим, что физика как-то определила направление времени в предположении, что множество моментов времени упорядочено бинарным отношением R «раньше, чем» (если кто-либо попытается обойти это предположение, то пусть попробует для начала написать историю своей жизни, где не будет «раньше» и «позже»). Но как только появится R, принимаемая нами математика тут же позволит образовать конверсию этого отношения R*, соответствующего другому направлению времени.

В физике в этой связи выражают беспокойство по поводу того, что физические законы остаются таковыми, если время t в них заменить на –t. Такая замена является частным случаем операции конверсии бинарного отношения R, когда моменты времени отождествляются с числами, имеющими знак. А что, если запретить использовать либо «минус», либо «плюс», превратив группу чисел в две полугруппы по вычитанию и по сложению соответственно? Затем остается выбрать из двух полугрупп одну, отображающую единственное направление времени. Тогда дело в шляпе и проблема выбора направления времени решена. Фактически, именно такой путь был предложен И.Пригожиным[15]. Подчеркнем, что суть дела именно в том, что появление одного направления времени, как бы оно не определялось, тут же порождает другое направление, являющееся конверсией первого. И никакими формальными методами отделить «правильное» направление от «неправильного» не представляется возможным в рамках классической теоретико-множественной математики. Это можно сделать только сославшись на *опыт*. Поэтому сколько бы физики не исследовали проблему направленности времени, коль скоро они пользуются классической математикой, то либо они *заранее* примут тезис о наличии выделенного направления времени исходя из опыта, либо будут вынуждены столкнуться с двумя *равноправными* направлениями в своих теоретических конструкциях.

Таким образом, если время является отношением бинарного порядка на моментах и если используется классическая теоретико-множественная математика, проблема выбора единственного направления времени, или, по терминологии Г.Рейхенбаха, проблема *однонаправленности*[16], является теоретически неразрешимой, хотя и легко разрешается со ссылкой на опыт. Теоретическая неразрешимость проблемы однонаправленности времени косвенно подтверждается двумя фактами. Во-первых, наблюдается удручающая разноголосица несовместимых позиций и мнений по обсуждаемому вопросу. Во-вторых, что еще хуже, разговоры о направлении времени, его обратимости или необратимости, о наличии различ-

---

[15] *Пригожин И.* От существующего к возникающему. М., 1985.
[16] Цит. соч. С.159.

ных стрел времени и т.п. носят крайне запутанный характер, совершенно неуместный в науке[17].

К сожалению, проблема однозначного определения *направления течения* направленного времени на сегодняшний день также выглядит неразрешимой. Если мы сконструировали процесс, моделирующий течение времени в направлении от прошлого к будущему (т.е. в направлении, совпадающим со свидетельствами опыта), то не видно никаких причин, чтобы мы не смогли бы описать процесс, текущий в противоположном направлении от будущего к прошлому. Приведенные выше программы показывают, что имеется в виду. Если направлением к будущему является переход от более коротких отрезков к более длинным, то легко организовать противоположно направленный процесс от более длинных к более коротким отрезкам. Конечно, процессы, представленные этими программами, предельно просты. Но, подумав, следует согласиться с тем, что любому сколь угодно сложному процессу движения в одном направлении можно (пусть с преодолением некоторых технических сложностей) сопоставить аналогичный процесс, текущий в противоположном направлении. Так, реальное время, как говорит нам наше чувство времени, течет в направлении к 9997 г. Если мы дадим описание этого течения имеющимися средствами языков программирования, промоделировав его выполнением соответствующих программ, то нет оснований сомневаться, что можно написать программы, аналогичные по сложности и учету разнообразных факторов, но в которых время течет в противоположном направлении, скажем, к 997 г.

Видимо (хотя здесь не все ясно), направленность времени и направление его течения тесно связаны, и если отсутствуют запреты на конверсию любых бинарных отношений, то таких запретов нет и для конверсии направлений процессов. Разумеется, запреты можно ввести волевым образом: не разрешать пользоваться операцией перехода от t к –t, запретить конверсию конкретного отношения R или какого-либо процесса, – в любом случае подобные действия неправомерны, поскольку постулируют наличие решений задач, которые на самом деле не решены. Нам неизвестны аргументы, делающие невозможным перенаправление течения времени от будущего к прошлому. Эмпирический опыт, свидетельствующий о том, что время течет от прошлого к будущему, не помощник в поиске логических оснований такого положения вещей. А если оно не фундаментальное свойство природы мира, а его случайная черта? Даже наличие направления времени и течения времени не гарантирует еще, что время течет в определенном направлении. Логически допустимо, что то один или несколько шагов становления направлены к будущему, то один или несколько

[17] Упоминавшаяся книга С.Д.Хайтуна, в которой дается обзор существующих подходов к проблеме, является хорошей иллюстрацией к сказанному.

шагов к прошлому и т.д., так что вообще невозможно выделить определенное глобальное направление течения времени, и тогда на вопрос, течет ли оно в направлении будущего или в направлении прошлого, невозможно дать правильный ответ применительно ко всему процессу становления в целом.

Осталось рассмотреть проблему обратимости времени в предположении, что время абсолютно или относительно направлено и что оно течет. Как было оговорено выше, течение времени не затрагивает структуру моментов и захватывает только множества событий. При этом на каждом шаге становления с совокупностью событий S_t, соответствующей моменту времени t, могут происходить изменения двоякого рода: либо это множество утратит некоторые события, либо будет пополнено новыми событиями. Исчезновение событий указывает на переход в прошлое, появление событий – на приближение будущего.

Нам понадобится еще одно условие. Процесс исчезновения и появления событий должен носить *логически не детерминированный* характер. Это означает, во-первых, что для каждого прошлого или будущего момента времени t существуют высказывания типа «Событие s *произошло* в момент t» или «Событие s *произойдет* в момент t», которые не являются ни истинными, ни ложными, а принимают третье *неопределенное* истинностное значение[18]. Обычно полагают, что неопределенность возникает лишь в отношении будущих случайных событий (вспомним знаменитое «завтрашнее морское сражение» Аристотеля), тогда как все высказывания о прошлом либо истинны, либо ложны. В нашем варианте динамической концепции времени высказывания о случайных событиях прошлого также могут оказаться неопределенными, и чем дальше в прошлое или в будущее, тем таких высказываний больше. Во-вторых, в рассматриваемом динамическом универсуме *не существует* класса S *всех возможных* событий. В частности, мы можем говорить о возможных событиях ближайшего и отдаленного будущего, но у нас нет способа образовать совокупность *всех* возможных событий будущего.

С учетом сделанных предположений рассмотрим проблему обратимости времени как проблему существования моментов t и t* таких, что $t \neq t^*$, но $S_t = S_{t^*}$. Такую обратимость было бы несложно организовать, зафиксировав множество S всех возможных событий и потребовав, чтобы число шагов становления было больше, чем мощность множества всех подмножеств S. Например, если число всевозможных событий конечно, а число шагов становления неограниченно, рано или поздно обращение произойдет. Но, по условию, множество S не существует. Далее, из неравенства моментов времени t и t* вытекает, что по крайней мере один из них

[18] Подробнее см.: *Анисов А.М.* Семантика неопределенности. //Логические исследования. Вып.4. М., 1997. С.271-289.

не является моментом настоящего, а является моментом либо прошлого, либо будущего и, стало быть, в отношении некоторых событий, случившихся в этот момент, имеется неопределенность. Пусть, например, высказывание $s \in S_t$ неопределенно. Тогда, каково бы ни было множество S_{t*}, высказывание $S_t = S_{t*}$ либо ложно, либо неопределенно.

В самом деле, в соответствии с принципом экстенсиональности теории множеств $S_t = S_{t*}$ если и только если $\forall x(x \in S_t \leftrightarrow x \in S_{t*})$. Если $\exists x((x \in S_t \,\&\, x \notin S_{t*}) \vee (x \notin S_t \,\&\, x \in S_{t*}))$ истинно (т.е. если есть событие, случившееся в момент t, но не случившееся в момент t* или наоборот), то $S_t = S_{t*}$ ложно. Например, совокупности событий S_{997} и S_{1997}, безусловно, различны, и вообще все известные нам совокупности реальных разновременных событий различны. Если же утверждение $\exists x((x \in S_t \,\&\, x \notin S_{t*}) \vee (x \notin S_t \,\&\, x \in S_{t*}))$ не является истинным, то это не означает, что равенство $S_t = S_{t*}$ имеет место, поскольку для S_t возможно (в прошлом или в будущем – все равно) как $s \in S_t$, так и $s \notin S_t$. В этих условиях мы не можем с однозначностью утверждать ни того, что $S_t = S_{t*}$, ни того, что $S_t \neq S_{t*}$ – безотносительно к тому, о прошлом или о будущем совокупностей S_t и S_{t*} идет речь. Получается, что ложность утверждения о равенстве вида $S_t = S_{t*}$ можно продемонстрировать тривиальным образом, а вот его истинность (при $t \neq t^*$) невозможна.

Остается еще возможность повторного возвращения в тоже самый момент t в результате изменения на противоположное направления течения времени. В таком случае имеются две ситуации $A=\{t, \alpha\}$ $B=\{t, \beta\}$, где α и β временные метки и $\alpha \neq \beta$, каждой из которых соотвествуют две совокупности событий S_A и S_B, причем одна из них не есть совокупность событий настоящего. Тем самым только что высказанные аргументы оказываются вновь применимыми. Чтобы не менять обозначений, положим $S_A = S_t$ и $S_B = S_{t*}$.

Высказанные соображения приводят нас к следующим уточнениям проблемы обратимости времени. Время является *обратимым в сильном смысле*, если высказывание $\exists t \exists t^*(t \neq t^* \,\&\, S_t = S_{t*})$ *истинно*. Назовем время *обратимым в слабом смысле*, если высказывание $\exists t \exists t^*(t \neq t^* \,\&\, S_t = S_{t*})$ *не является ложным*. Разумеется, обратимость в сильном смысле влечет обратимость в слабом смысле, но не наоборот. Как было показано, время не является обратимым в сильном смысле, но оно обратимо в слабом смысле. С логической точки зрения исключить возможность того, что события настоящего точь-в-точь повторили события далекого прошлого нельзя, как нельзя исключить возможность того, что события настоящего когда-либо целиком повторятся в грядущем. Однако упомянутая возможность – особого рода. *Она никогда не сможет превратиться в действительность*. В противном случае потребовалось бы в условиях логически недетерминированного становления обеспечить истинность высказывания $\exists t \exists t^*(t \neq t^* \,\&\, S_t = S_{t*})$, а это никому не по силам.

В фантастическом романе Р.Шекли главный герой возвращается из Искаженного Мира на Землю. Его гложут сомнения, в тот ли мир он вернулся, он тщетно ищет детали, которые позволили бы отличить прошлую Землю от нынешней. Но все было знакомо и привычно: дубы-гиганты по-прежнему перекочевывали каждый год на юг, солнце плыло по небу в сопровождении темного спутника, отец пас крысиные стада... И герой постепенно успокаивается[19]. Эмпирически иллюзия возвращения полная. Но логические сомнения неустранимы. А что, если новый мир все-таки чем-то отличается от прежнего?

Итак, *всегда имеется возможность изменения направления времени и перенаправления его течения, однако обратимость времени в сильном смысле невозможна, если процесс становления не детерминирован*. Могут подумать, что различия в выводах объясняются тем, что направленность связывалась фиксированной структурой моментов, тогда как свойство обратимости рассматривалось по отношению к недетерминировано меняющимся совокупностям событий. Однако это не так. Даже если структура моментов тоже будет испытывать недетерминированное становление, перенаправление времени и его течения все равно возможно, коль скоро сохраняется различие между направлениями от прошлого к будущему и от будущего к прошлому. Но обратимости (в сильном смысле) как удостоверяемого возврата к уже существовавшей структуре моментов вновь не будет, поскольку информация о ранее реализованных структурах безвозвратно исчезает в ходе становления.

[19] *Шекли Р.* Рассказы, повести. М., 1968. С.325-326.

М.М.Новосёлов

ПРИНАДЛЕЖИТ ЛИ ЛОККУ "ПРАВИЛО ЛОККА" ? [1]

Abstract. *On discute le problème "Locke – Berkeley" comformément à M. E.W.Beth ou l'occasion des généralisations déductives fondés sur les premisses empiriques.*

Небольшая заметка Л.Эсакия[2], опубликованная в материалах международной конференции "Смирновские чтения", побудила меня напомнить некоторые страницы истории, связанные с термином "правило Локка" и имеющие известное отношение к теме этой заметки. Это тем более оправдано, что Л.Эсакия, как на прецедент, который "заставляет задуматься", ссылается на статью К.Файна. Между тем, в философском контексте вопрос, затронутый в статье К.Файна, уже не раз обсуждался в литературе. В частности, Э. Бет называет его частным, но важным вопросом и указывает на некоторые исторические корни этого вопроса[3]. Правда, ограничиваясь темой общих понятий, Э. Бет ведёт его родословную и общую формулировку от Локка и Беркли. Но действительная история всё же восходит к античности, хотя и тогда он обсуждался преимущественно в контексте классической философской темы универсалий. Первая дошедшая до нас попытка его решения принадлежит Аристотелю.

Проблема Локка - Беркли в философском контексте сводится к объяснению того, каким образом "частное" может оказаться эквивалентом "общего". В логическом же контексте она сводится к обоснованию общих утверждений (в частности, математических теорем), доказанных первоначально для какого-либо частного случая, подтверждающего общее утверждение. Практика таких доказательств переросла со временем в методологический приём: распространять (переносить) на все объекты определенного класса утверждения (высказывания, теоремы), правильность которых установлена (доказана) для *произвольно* взятого единичного объекта данного класса, даже если при этом и остаётся невыясненным вопрос о логической законности (обоснованности) такого обобщаю-

---

[1] Работа выполнена при поддержке РГНФ, грант № 98-03-04187.

[2] Эсакия Л., Проблема квантификации в интуиционистской логике в свете доказуемостной интерпретации // Международная конференция "Смирновские чтения", М., 1997, с. 28-31.

[3] Beth E.W., Über Lockes "Allgemeines Dreieck" // Kant-Studien, Band 48, Heft 3, 1956/1957, S.361.

щего перехода. Именно в связи с последним Б.Рассел заметил, что вопросы такого рода "очень трудны и исторически очень важны"[4].

На первый взгляд, схема получения общих утверждений в этом случае совпадает с неполной индукцией, так что вопрос обоснования сводится здесь к вопросу обоснования индуктивных умозаключений вообще. Но такой исход настораживает, поскольку речь идёт о дедуктивных теориях, хотя и в дедуктивных теориях говорят об "общем приёме решения", о решении задачи в "общем виде", о доказательстве или рассуждении, проведённых в "общей форме", когда эта общность индуцирована рассмотрением такого частного случая, который вселяет уверенность в корректность обобщения. Иначе говоря, в рассуждениях на доказательство нередко и как будто бы сознательно выбирают дедуктивно неоправданный путь от частного к общему, полагаясь, по-видимому, на "нашу способность убеждаться в истинности общих высказываний на основании ограниченного опыта"[5]

И такая практика восходит к античности. К примеру, в "Началах" Евклида доказательство теоремы о сумме внутренних углов треугольника начинается словами: "Пусть треугольник будет ABC..." и заканчивается словами:"Значит, во всяком треугольнике..."[6]. Позднее многие методологи полагали, что логическая основа тут вовсе не нужна, да её и нет, поскольку "единичные случаи представляют собою единственное основание вывода, какое только может быть, так что их значения не может усилить никакая логическая форма"[7]. Похоже, что кассации евклидовского подхода к доказательству "на примере" вряд ли потребует и современный геометр. Как заметил Э.Бэт, и "современный геометр в любом случае вначале сосредоточится на созерцании частной фигуры и только после этого сделает необходимое обобщение полученного результата"[8].

"Элементы" писались Евклидом в эпоху "организации научного метода", когда дедуктивный взгляд на науку только формировался под влиянием философии Платона и Аристотеля. Однако Евклид мог и не задаваться вопросом, насколько его способы доказательства отвечают методологическим установкам той или иной философской школы, поскольку античной наукой равным образом допускались и аксиоматический и конструктивный (генетический, наглядный) способы организации теории, что нашло отражение "в античном разделении доказательства: в этом

---

[4] Рёссель Б., Проблемы философии, Петроград, 1915, с. 60.

[5] Марков А.А., О логике конструктивной математики, М.,1972, с. 18-19.

[6] Начала Евклида, кн. 1- 4, М.- Л., 1950, с. 44.

[7] Милль Дж.С., Система логики силлогистической и индуктивной, М., 1900, с. 148.

[8] Beth E.W., Über Lockes..., S. 367. В качестве примера см.: Александров А.Д., Нецветаев Н.Ю., Геометрия, М., 1990.

расчленении только *один* член относится к логической операции, все другие относятся к *словесной форме* или к *чертежу*"[9].Та часть доказательства, которая называлась "изложением" (ekthesis), традиционно предполагала законную роль наглядной геометрии – обращение к примеру, к чертежу, к пространственной интуиции (которые служили своего рода базисом индукции), чтобы затем, убедившись в справедливости частного случая (в справедливости рассуждения in concreto), посредством абстракции вернуться к общему положению, сформулированному в теореме.

Законность обобщения казалась очевидной, поскольку доказательство, хотя оно и велось с опорой на созерцание вполне определённой частной фигуры, само не основывалось на "материальном" эксперименте – оно не являлось опытным или эмпирическим доказательством в собственном смысле, как в случаях измерения, складывания углов, перегибания листа (доказательство на бумажном треугольнике) или использовании транспортира. Теорема относилась к идеальным объектам теории и устанавливалась, по выражению Прокла, невещественным и разумным путём.

Ссылка на идеальные объекты теории, на её экзистенциальный характер, в определённом смысле устраняла эмпирический элемент из состава доказательства и – в этом смысле – его индуктивную суть[10]. Но она не устраняла логическую суть вопроса о том, в каких случаях в дедуктивной теории для доказательства её теорем можно пользоваться примером или применять методы заключения от частного (пусть даже "идеального частного") к общему, и можно ли при этом считать, что такие методы не нарушают дедуктивный характер теории.

Правило Локка. По-видимому из соображений как-то обозначить ситуации подобного рода и появился термин "правило Локка". Появился он впервые (по крайней мере для меня) в последней прижизненной публикации С.А.Яновской, в которой она связала с именем Локка сразу две обобщающие процедуры – математическую индукцию и правило $\forall$-обобщения логики предикатов, хотя известно, что ни та, ни другая Локку не принадлежат[11].

Если с правилом математической индукции Локк ещё мог познакомится по статье Якова Бернулли в журнале Acta Eruditorum (1686), в которой тот впервые ввёл это правило в практику мате-

---

[9] Мордухай-Болтовской Д.Д., Комментарии к кн.: Начала Евклида, кн. I-IV, М.-Л., с. 255.

[10] Если, конечно, считать, что в сфере идеального, в сфере понятий индукции нет. Аристотель говорит: "Индукция невозможна без чувственного восприятия" (см. его: Аналитики, М., 1952, с. 217), так как отдельное, единичное познаётся только посредством чувств.

[11] Яновская С.А., О роли математической строгости в творческом развитии математики и специально о "Геометрии Декарта" // Историко-математические исследования, вып. 17, М., 1966, с. 160.

матических доказательств, то современное происхождение правила ∀-обобщения логики предикатов общеизвестно.

Однако я не могу отрицать определённой идейной связи между философским подходом Локка к практике математических доказательств и ответом на вопрос нашей темы. Поэтому ниже я обращаюсь к некоторым фрагментам философии тех, кому Э.Бэт приписывает постановку проблемы, названной им "проблемой Локка – Беркли".

Позиция Локка. В истории философских учений общая постановка этой проблемы конкретизировалась на примере теоремы о сумме внутренних углов треугольника, возможно потому, что эта теорема тесно связана с содержанием постулата о параллельных линиях, издавна волновавшем научный мир. Со временем ссылка на эту теорему превратилась в своего рода троп, в метафору, заменяющую абстрактное обсуждение вопроса. Но для Локка пример приобретает собственное значение в контексте его теории общих идей: "Кто приобрёл *идею треугольника* (курсив мой – М.Н.) и нашёл способ *измерить* его углы и их величины, тот знает достоверно, что сумма его трёх углов равна двум прямым, и может сомневаться в этом так же мало, как и в истине "невозможно, чтобы одна и та же вещь была и не была"[12].

Вот, что пишет Э.Бет в связи с философской позицией Локка: "Локк этот вывод толкует таким образом, что доказательство с самого начала относится не к особому треугольнику (например, треугольнику, начерченному на доске – М.Н.), а к "всеобщему треугольнику" и как раз в силу этого оно должно вести к выводу об общезначимости"[13]. При этом Э.Бет ссылается на то место из Локка, где последний говорит о трудности, но необходимости "составить *общую идею треугольника*", которая "не должна быть идеей ни косоугольного, ни прямоугольного, ни равностороннего, ни равнобедренного, ни неравностороннего треугольников; она должна быть всеми ими и ни одним из них в одно и то же время"[14].

Известно, что эта "общая идея" стала впоследствии главным объектом критики и насмешек со стороны Дж.Беркли. Однако отмечу, что и сам Локк был не высокого мнения о конструктивности общих идей. Являясь абстракциями довольно высокого порядка, они, в отличие от представлений, не подкреплялись столь дорогим для Локка свидетельством внешних чувств. Вот почему, кроме этого – *абстрактного* – пути оправдания математических общих суждений, Локк ищет другой – *конкретный* путь. Он находит его в непосредственном усмотрении истины, когда "ум воспринимает истину, как глаз воспринимает свет". Такое познание Локк называет интуитивным. Интуиция для Локка выше логики, как и вооб-

---

[12] Локк Дж., Соч., т. 2, М., 1985, с. 130.
[13] Beth E.W., Über Lockes..., S. 365.
[14] Локк Дж., Соч., т. 2, М., 1985, с. 74.

ще любого дискурса: "*познание, основанное на доказательстве*, гораздо менее совершенно, чем *интуитивное*"[15]. И поскольку математическое доказательство , согласно Локку, может быть только частным в математике мы нуждаемся во внелогических критериях общности. Ведь "если бы кто доказал какое-нибудь положение для одного треугольника или круга, его знание не выходило бы за пределы данной отдельной фигуры"[16].

К сожалению, в поисках достоверности и общности доказательства Локк забывает о своей идее "общего треугольника". Полагая, что достаточно сослаться на интуицию или принцип "сохранности отношений", Локк не улавливает дедуктивный механизм обобщения. Но ведь речь не о том, что гарантирует нам сохранность однажды полученного знания, а об источнике общего знания, коль скоро наш эмпирический опыт ограничен частными примерами. В первом случае квантор общности "бежит" по моментам времени и имеет чисто онтологическое (или, если хотите, гносеологическое) оправдание. Во втором случае квантор общности "бежит" по объектам теории, и его появление должно иметь логический смысл.

Аргумент Локка можно было бы принять во внимание, если бы его смысл был таков: доказательство, проведённое на особом треугольнике ABC, является общим постольку, поскольку его можно повторить на любом другом треугольнике, если условия, существенные для первого доказательства, полностью сохраняются и для всех последующих доказательств на других примерах. Иначе говоря, доказательство на примере равносильно общему доказательству в таких ситуациях, когда *общность* состоит *в методе доказательства*, а не в объектах применения этого метода. Обобщить – значит сделать так, чтобы различное можно было бы рассматривать как *одно и то же*. В нашем случае этим "одним и тем же" является именно метод доказательства.

Так, или почти так, понимала суть дела С.А.Яновская в статье, о которой я говорил выше. Но она не уточнила, на каком основании и кому именно принадлежит инициатива называть правило ∀-обобщения "правилом Локка". Только идея "общего треугольника" (general triangle) могла послужить подходящим поводом для этого. Однако для развития и анализа этой идеи Локк сделал не больше, чем Платон или Аристотель[17].

Позиция Беркли. Как заметил Рассел, попытка Локка справиться с проблемой всеобщности понятий оказалась неудачной, а

---

[15] Локк Дж., там же, с. 8-9.

[16] Локк Дж., Соч., т. 2, с. 7.

[17] О позиции Платона и Аристотеля по данному вопросу см. в ст: Новосёлов М.М., Дедуктивное обобщение и принцип абстракции // "Категории", философский журнал, № 3, М., 1997.

его теория абстрактных идей – неубедительной[18]. Не случайно, что отправным пунктом философии Беркли стала критика этой теории. Правда сам Беркли не нашёл лучшего решения проблемы абстракций, чем вернуться к "образной" концепции, отбросив даже то немногое в её истолковании, что ещё до Локка дали авторы логики Пор-Рояля. Однако при этом Беркли не мог проигнорировать главную проблему теории познания – проблему ∀-обобщений и их обоснования. Претензия на "полное исследование относительно первых принципов *человеческого знания*"[19] обязывала дать ответ о природе такого рода обобщений, в которых нам, по выражению А.Пуанкаре, приходится мысленно "перескакивать бездну". Очевидно, что объяснение, указанное Локком, должен было принять иной вид. Если Локк в обоснование общезначимости мог сослаться на абстрактную идею треугольника ("general triangle"), то в распоряжении Беркли, сторонника "чистого" номинализма, были только эмпирические (частные) треугольники ("particular triangle"), и задача состояла в том, чтобы объяснить переход от частного к общему, избегая при этом индукцию.

Подход, который для решения этой задачи демонстрирует Беркли, вполне оригинален. Его можно назвать семиотическим. Общее, согласно Беркли, не является результатом абстракции. Это результат употребления единичной вещи в некоторой "замещающей" знаковой функции: "слово становится общим, будучи знаком... многих частных идей", а "известная идея , будучи сама по себе частной, становится общей, когда она представляет или заменяет все другие частные частные идеи того же рода"[20]. Можно сказать, что Беркли усматривает общность в функциональной роли конкретных идей или вещей, связывающей их некоторым подстановочным контекстом.

Следовательно, Беркли не отрицает необходимость общего, но он разделяет "общее" и "абстрактное", принимает первое и отбрасывает второе. При этом его объяснение таково: "когда я доказываю какое-нибудь предложение, касающееся треугольников, то предполагается, что я имею в виду общую идею треугольника", но "общую идею" надо понимать не в смысле Локка, а "только так, что частный треугольник, который рассматривается мной, безразлично, будет ли он того или иного рода, одинаково заменяет или представляет собой все прямолинейные треугольники всякого рода и в этом смысле он *общ*"[21].

Итак, в своём объяснении ∀-обобщений Беркли всё же отступает от чистоты заявленных ранее принципов, возвращая права элементарной абстракции: "человек может рассматривать фигуру

---

[18] Рассел Б., Мудрость Запада, М., 1998, с. 334.
[19] Беркли Дж., Соч., М., 1978, с. 154.
[20] Беркли Дж., там же, с. 159, 160.
[21] Беркли Дж., там же, с. 162-163.

просто как треугольную, не обращая внимание на определённые свойства углов или отношения сторон. До этих пор он может абстрагировать"[22]. Согласно Беркли, такая абстракция совершенно необходима, чтобы доказательство на частном примере можно было бы считать общим. Но она и достаточна, поскольку в этом случае индивидуальные свойства того или иного частного треугольника совсем не упоминаются (не участвуют) при доказательстве теоремы.

Выводы. Я вижу в этой заочной полемике Локка и Беркли (или, как предпочитает говорить Э.Бет, в "известной проблеме Локка – Беркли") проявление двух аспектов одной и той же логической процедуры, называемой теперь *принципом абстракции* – принципом, лежащим в основе определений через абстракцию. Локк предчувствовал творческий характер этих определений, но только нащупывал путь к общему понятию (классу абстракции) как функции равных в некотором смысле объектов, а Беркли, отвергая общие абстрактные понятия, предпочёл реализацию того же принципа посредством конкретных представителей общих понятий. В первом случае опора на абстракцию очевидна. Во втором она замаскирована идеей представительства, но явно проявляется в том, что любой представитель (по определению) – это значение функции (абстрактного понятия!), определённой так, что каждому объекту из множества равных, она сопоставляет один и тот же (выбранный нами) объект этого же множества – его эталон. Отношению "быть равным" ("быть эквивалентным") Беркли предпочитает отношение "быть эталоном", не подозревая, что эти отношения равносильны и что в основе любого из них лежит *абстракция отождествления*.

В своё время, возражая Яновской, я уже высказывался подобным образом[23]. Теперь я ещё раз замечу, что проблема Локка – Беркли разрешается, если в основу её решения положить принцип абстракции, а не правило $\forall$-обобщения логики предикатов, поскольку последнее, на мой взгляд, не имеет онтологического статуса. В посылке этого правила, вообще говоря, уже произведена абстракция от того или иного конкретного примера (от частного значения переменной $\boldsymbol{x}$ в формуле $P(\boldsymbol{x})$), ведь иначе нет смысла говорить о каких-либо ограничениях на вхождения этой переменной в посылки доказательства. А это, конечно, расходится с ситуацией, описанной Беркли. Как заметил Рассел, "абстрагируясь от отдельных случаев, мы в итоге остаёмся ни с чем"[24]. Чтобы сохранить идею конкретного примера, естественно воспользоваться схемой $P(\boldsymbol{a}) \supset \forall \boldsymbol{x}\,(\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} \supset P(\boldsymbol{x}))$, где "$=$" – отношение типа равенст-

---

[22] Беркли Дж., там же, с. 164.

[23] Новосёлов М.М., Принцип абстракции, понятие тождества и "правило Локка", автореферат канд. дисс., М., 1970.

[24] Рассел Б., Мудрость Запада ..., с. 334.

ва, сохраняющее свойство Р. В этом случае дедуктивный характер обобщения очевиден. При этом одинаковость различных (частных примеров) выступает как тождество неразличимых на классах абстракции, а истинность $P(x)$ зависит не от конкретных экземпляров в классах абстракции, а только от самих этих классов, так что истинность $P(x)$ сохраняется при замене любого частного значения одинаковым с ним.

Правда, остаётся ещё вопрос, как сделать абстракцию отождествления настолько убедительной, чтобы снять возражение Э.Бета, который считает такое решение проблемы "кажущимся". В частности, он пишет: "решение, которое состоит в утверждении, что рассматриваемая особая фигура представляет собой как раз *всякую* фигуру соответствующего класса, есть едва ли не нечто большее, чем *ignoratio elenchi*. Ведь с самого начала проблема касается не такой уж очевидной возможности, а именно того, что *все* фигуры представлены одной единственной из них"[25].

Думая, что во многих случаях мы можем сделать абстракцию отождествления достаточно убедительной. Однако сам Э.Бэт отклоняет вариант решения, предложенный выше как недостаточно очевидный. Он выбирает путь намеченный Д.Юмом при обсуждении той же проблемы. Справедливости ради отмечу, что Юм, следуя Беркли, идею "представительства" всё же сохраняет. Согласно Юму, никакой процесс абстрагирования не может изменить основного: абстрактные понятия "сами по себе единичны, хотя в качестве представителей (in their representations) они могут стать и общими"[26]. При этом общность единичной вещи зависит от того, как мы используем эту вещь. Юм дополняет свою концепцию понятием о "классах частных идей", которые могут формироваться по любому отношению сходства. Он утверждает, что в каждом таком классе неизбежно возникают ассоциативные связи, избавляющие нас от ошибок в случае любых возможных умозаключений (доказательств) от частного к общему. В этом случае обоснование и фильтрация ошибок обеспечивается *методом контрпримера,* который приходит нам на ум всякий раз, когда мы пытаемся частную истину выдать за общий результат.

Из этой позиции Д.Юма можно извлечь простое, но важное правило доказательства корректности $\forall$-обобщений. В самом деле, если мы хотим доказать (получить свидетельство истинности) какого-либо общего суждения, опирающегося на частную идею, надо попытаться найти другую частную идею того же рода, но отличную от первой, подстановка которой на место первой идеи во всех её вхождениях в рассуждение (умозаключение), которое привело нас к общему заключению, сделала бы посылки этого рассуждения истинными, а заключение ложным. Когда такая подста-

---

[25] Beth E.W., Über Lockes ..., S. 367.
[26] Юм Д., Соч., т. 1, М., 1965, с. 109.

новка существует, она образует контрпример для данного обобщения, то есть опровергает его. Когда же такая подстановка невозможна, обобщение, хотя это обобщение и было сделано на основе частной идеи, будет верным результатом логической дедукции.

Этот юмовский аргумент является, конечно, существенной вехой в "естественной истории доказательств"(термин Г.Крайзеля). Оценивая его, Бет замечает: "Несмотря на психологический характер своего объяснения, Юм, как я полагаю, ближе всех подошёл к решению проблемы"[27]. Однако этот аргумент совершенно беспомощен в общем случае, когда число возможных подстановок бесконечно велико или просто практически неосуществимо. Чтобы заставить этот аргумент "работать", необходимо создать подходящий алгоритм поиска контрпримеров. До этого в юмовскую эпоху было слишком далеко. Такой алгоритм, как известно, найден Бетом и представлен в его методе семантических таблиц[28]. Не удивительно, что Бет выбирает именно это решение проблемы Локка – Беркли в качестве окончательного и причём такого, которое, по его мнению, обеспечивает полностью дедуктивный характер доказательства, хотя и опирается на принцип частной посылки. При этом он оспаривает мнение Я.Лукасевича, что доказательство при помощи восприятия не является логическим. Бет пишет: "я считаю такой взгляд лишённым всякого основания. Представленная ... дедукция (речь идёт об обосновании модуса CAMESTRES методом семантических таблиц – М.Н.) имеет как раз характер доказательства с помощью примера, точно описанного Александром, поскольку был выбран "собственно" индивидуальный объект ***a***. Подобная дедукция "*естественна*" в том смысле, что её всегда можно использовать, если нет другого заранее намеченного подхода к доказательству и можно лишь представить себе точное значение посылок и выводов. Такая дедукция абсолютно *убедительна* и чисто *логическая*"[29].

---

[27] Beth E.W., Über Lockes..., S. 367.

[28] См.: Beth E.W., On a certain System of Natural Deduction // Proceedings of the Section of Sciences, Koninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschappen, vol. 58, series A (1955)..

[29] Beth E.W., Über Lockes ..., S. 371.

Е.К.Войшвилло

ОНТОЛОГИЧЕСКАЯ НЕОБХОДИМОСТЬ И АПОДИКТИЧЕСКАЯ СИЛЛОГИСТИКА[1]

Abstract. *I'll present an explication of necessity for categorical propositions, which yields the moduses of Aristotelian modal syllogistic with apodictic conclusion from apodictic and assertoric premises. The explications is carried out by means of translation of apodictic categorical propositions into the language of the second order predicate calculus with monadic predicates, extended by intensional implication* $\rightarrow$ *of relevant system* **EQ**. *All Aristotelian moduses of above-mentioned type are valid, except Darapti with minor apodictic premise (since the conversion of particular and general affirmative apodictic propositions is impossible), but including Bocardo and Baroco with apodictic negative premises as well as Darii with apodictic minor premise and apodictic conclusion.*

Известно, что существует множество попыток экспликаций необходимости (N) в аристотелевской модальной силлогистике (в которой допускаются модусы с аподиктическим заключением при одной лишь аподиктической и второй ассерторической посылках; то есть не выполняется известный принцип слабейшей посылки относительно модальности). Однако во всех известных автору случаях таких экспликаций либо по принципу *ad hoc* принимаются некоторые функции, равносильные необходимости, либо явно используются в качестве известных утверждения вида $NP(x)$.

Нами предлагается содержательная экспликация N для категорических суждений, допускающая упомянутые модусы аристотелевой модальной силлогистики. Экспликация аподиктических категорических суждений осуществляется их переводом на язык второпорядковой логики предикатов с одноместными предикаторами, расширенный за счет добавления бинарной операции "$\rightarrow$" (интенсиональной импликации релевантной системы **EQ** *of entailment with quantification*). При этом "$\rightarrow$" применяется лишь к формулам вида $S(x)$ и $P(x)$, где S и P, возможно, сложные свойства, сформулированные в первопорядковом языке классической логики предикатов.

Для формул вида $(A \rightarrow B)$ добавляются постулаты:

---

[1] В данной статье развиваются результаты, полученные автором при работе в составе группы московских и тбилисских логиков, организованной В.А.Смирновым специально для обсуждения проблем силлогистики в начале 80-х годов. (Основные итоги работы группы подведены на симпозиуме "Логика Аристотеля" 16–17 ноября 1983 г. в Тбилиси.)

1. $(A \to B) \supset (A \supset B)$;
2. $((A \to B) \,\&\, (B \to C)) \supset (A \to C)$;
3. $(A \to \neg B) \supset (B \to \neg A)$;
4. $(A \to B) \supset (A \to \neg\neg B)$;
5. $(A \to \neg\neg B) \supset (A \to B)$;
6. $(A \to B) \supset ((A \& C) \to B)$.

Интенсиональная импликация "$\to$" есть языковой аналог отношения релевантного следования "$|=$" в **EQ**; в выражении вида $(A \to B)$ она представляет собой отношение однозначной детерминированности наличия ситуации B ситуацией A.

Известно, что в **EQ** имеет место $(A \to B) \mid= N(A \to B)$. При этом $(A \to B)$ может представлять собой либо логически, либо онтологически необходимую связь в зависимости от того имеет ли место $A \mid= B$ или $\mathbf{T}, A \mid= B$, где **T** – какая-либо нелогическая теория и B зависит как от A, так и от **T**. Последнее означает $\mathbf{T} \mid= (A \to B)$, что обозначается как $(A \to_{\mathbf{T}} B)$[2]. В зависимости от характера **T** необходимость может быть математической, физической и т.п. Предполагается, что **T** наряду с какими-то законами соответствующей области познания содержит так называемые предложения соответствия вида $\forall x(S(x) \equiv Q(x))$, где S – обозначение некоторой (простой или, возможно, сложной) ситуации, сформулированной в терминах наблюдения, а Q – определяющая ее характеристика. При этом существенно, что для естественных наук Q есть некоторая сущностная характеристика S, сформулированная в теоретических терминах, (как, например, в предложениях соответствия: "Температура газа есть средняя скорость движения молекул", "Нагревание некоторого тела есть увеличение кинетической энергии его молекул", "Любая порция газа есть скопление хаотически движущихся молекул"). В теориях математического характера, где объекты вводятся по определению, Q -- выражение, определяющее S.

Для онтологической необходимости высказываний вида $(A \to_{\mathbf{T}} B)$ различаются сильная (N_1) и слабая (N_2) необходимости. $N_1(A \to_{\mathbf{T}} B)$ истинна, если и только если осуществим указанный релевантный вывод $\mathbf{T} \mid= (A \to B)$. Содержательно такой вывод может быть представлен как демонстрация того, каким именно образом ситуация A в силу теории **T** обусловливает наличие B. При этом используются предложения соответствия $A \supset Q_1$ и $Q_2 \supset B$. Например, объяснение того, почему для каждой порции газа ее

---

[2] Упомянутый термин "зависимость" (одних высказываний от других) употребляется в специальном смысле, описанном в натуральной формулировке **EQ** с так называемыми характеристиками зависимости (формул вывода от допущений). См.: Войшвилло Е.К. Философско-методологические аспекты релевантной логики. МГУ, 1988.

нагревание ведет к ее расширению: “Порция газа (x) есть скопление хаотически движущихся молекул и нагревание ее ($S(x)$) есть увеличение кинетической энергии этих молекул (данная конъюнкция есть $Q_1(x)$). Увеличение кинетической энергии молекул обусловливает усиление ударов этих молекул о стенки сосуда, в который помещена данная порция газа ($Q_2(x)$). Увеличение же давления на стенки сосуда указывает на тенденцию газа расширяться в объеме (которая реализуется при эластичности стенок сосуда, и потому происходит увеличение объема самого сосуда) ($P(x)$).”

$N_2(A \to_T B)$ представляет собой интуитивную уверенность в существовании однозначной детерминированности между A и B, но при отсутствии возможности осуществить выводимость $\mathbf{T} \models (A \to B)$ в силу незнания существующих согласно имеющемуся убеждению Q_1 и Q_2.

Модальные (в смысле N_2) категорические суждения определяются следующим образом (во всех случаях подразумевается отнесение высказываний к некоторой теории **T**; имеются в виду суждения не логически истинные[3] и, в частности, с непустым субъектом S; предложения с пустым субъектом не рассматриваются как суждения и потому не считаются осмысленными):

$$[\textbf{Все } S \textbf{ необходимо}_2 \textbf{ есть } P]_T \Leftrightarrow \exists Q_1 \exists Q_2 \forall x((S(x) \supset Q_1(x)) \,\&\, (Q_1(x) \to_T Q_2(x)) \,\&\, (Q_2(x) \supset P(x)));$$

$$[\textbf{Все } S \textbf{ необходимо}_2 \textbf{ не есть } P]_T \Leftrightarrow \exists Q_1 \exists Q_2 \forall x((S(x) \supset Q_1(x)) \,\&\, (Q_1(x) \to_T \neg Q_2(x)) \,\&\, (\neg Q_2(x) \supset \neg P(x)));$$

$$[\textbf{Нек. } S \textbf{ необходимо}_2 \textbf{ есть } P]_T \Leftrightarrow \exists Q_1 \exists Q_2 (\exists x(S(x) \,\&\, Q_1(x)) \,\&\, \forall x((Q_1(x) \to_T Q_2(x)) \,\&\, (Q_2(x) \supset P(x)));$$

$$[\textbf{Нек. } S \textbf{ необходимо}_2 \textbf{ не есть } P]_T \Leftrightarrow \exists Q_1 \exists Q_2 (\exists x(S(x) \,\&\, Q_1(x)) \,\&\, \forall x((Q_1(x) \to_T \neg Q_2(x)) \,\&\, (\neg Q_2(x) \supset \neg P(x))).$$

Показана правомерность всех модусов указанного типа, принимаемых Аристотелем, кроме *Darapti* с меньшей аподиктической посылкой (поскольку недопустимо обращение частноутвердительных, а тем самым и общеутвердительных аподиктических суждений), но с добавлением *Bocardo* и *Baroco* с аподиктическими отрицательными посылками, а также *Barbara* и *Darii* с аподиктическими меньшими посылками и аподиктическим заключением.

---

[3] Логическая необходимость и онтологическая в рамках системы **EQ** принципиально различны. Здесь имеет место, если $\Gamma \models B$, то $\Gamma, A \models B$, но лишь при непустом Γ.

Л. И. Мчедлишвили

К СЕМАНТИКЕ АПОДИКТИЧЕСКОЙ СИЛЛОГИСТИКИ АРИСТОТЕЛЯ

Abstract. *The aim of this article is to show that Aristotle's apodeictic syllogistic is a fragment of a one-place predicate extension of the propositional modal system* **T**.

На пути логического воссоздания концепции Аристотеля об аподиктических силлогизмах [1, I 8-12] имеются две главные трудности – представление этой концепции в виде единой формальной системы и ее семантическое осмысление. Первая из них связана с *проблемой аподиктического эктезиса,* вторая – *с проблемой истолкования аподиктических суждений средствами современной модальной логики.*

Доказательство посредством выделения (эктезиса) является одним из аристотелевских методов вывода правильных модусов второй и третьей фигур из модусов первой фигуры. Этот метод применяется Аристотелем как в ассерторической, так и в аподиктической силлогистике; его суть при применении в доказательствах ассерторических модусов состоит в следующем. Если среди посылок вывода или среди их следствий имеется частное высказывание SiP или SoP, то его в дальнейшем в процессе доказательства можно понимать *как данность такого нефиксированного термина* M, что, во-первых, M является частью субъекта S частного высказывания и, во-вторых, всякому M присущ предикат P частного высказывания или, соответственно, никакому M не присущ P, т.е. вводятся (вспомогательные) допущения MaS и MaP или, соответственно, MaS и MeP. Слово "нефиксированный" в этом контексте указывает на то, что никакие другие особенности M, кроме отмеченнных, нам неизвестны и не подразумеваются и поэтому отождествлять M с каким-либо термином, встречающимся в рассматриваемом выводе, нельзя. И далее, при выводе тезиса вместо данного частного высказывания можно использовать эти допущения; т.е. если с помощью этих допущений получается заключение, которое не содержит M, то можно освободиться от них и считать, что данное заключение выводится из первоначальных посылок.

В ассерторической силлогистике на возможность применения метода эктезиса Аристотель ссылается только как на альтернативную [1, I 6, 28a 23-27, b14, b21-22] и в суммирующей главе [1, I 7] он вообще не упоминается. И в самом деле, в ассерторической силлогистике при доказательстве несовершенных модусов он лишь дублирует другие методы вывода. Это послужило одним из

оснований оценки этого метода как малозначительного в аристотелевской силлогистике как системе [5, с.114]. Однако малозначительность метода не может служить основанием для его исключения из системы – в адекватной формальной реконструкции содержательной логической теории должны быть воспроизводимы все методы, используемые в этой теории.

Как было убедительно показано Я. Лукасевичем [5, с.105-115], а позже Г. Патцигом [15, с.156-168], в эктетическом методе доказательства неявно, но существенно задействованы свойства квантора существования, язык же силлогистики, как ассерторической, так и модальной, – простой бескванторный язык. И факт, что в известных формальных представлениях ассерторической силлогистики в числе средств вывода не находим ничего такого, что можно осмыслить как реконструкцию аристотелевского метода доказательства посредством эктезиса, возможно объясняется безуспешностью попыток описать его на простом силлогистическом языке без явного использования кванторов.

Однако неудачи не имели принципиального характера; доказательство посредством эктезиса из силлогистических посылок все-таки можно целиком представить на бескванторном языке силлогистики. Оно является вариацией доказательства с применением правила удаления квантора существования, и можно предположить, что Аристотель в эктетических доказательствах применял аналоги этого правила, которые, если принимается постулат о непустоте терминов, можно сформулировать следующим образом:

$$\frac{(\mathrm{MaS} \wedge \mathrm{MaP}) \supset F}{\mathrm{SiP} \supset F} \qquad \frac{(\mathrm{MaS} \wedge \mathrm{MeP}) \supset F}{\mathrm{SoP} \supset F}$$

(*правило i- удаления*), (*правило o- удаления*),

где F – силлогистическая формула, которая не содержит переменную M (эти правила, их разновидности для других систем ассерторической силлогистики, а также правила аподиктического экстезиса впервые были предложены нами в 1983 г. на Тбилисском Симпозиуме "Логика Аристотеля" см. [4]).

Хотя в ассерторической силлогистике при доказательстве модусов применения метода эктезиса можно избежать, но если будем иметь в виду заключенные в этом методе дедуктивные возможности вообще, то его оценка как малозначительного, как будет видно из формулировки системы ассерторической силлогистики **EA**, оказывается неверной.

Формулами **EA** являются выражения вида SxP (атомарные формулы) и их истинностно-функциональные комбинации, где S и P – переменные из счетно-бесконечного списка переменных для терминов, а x – одна из силлогистических констант – a, e, i или o. Аксиомными схемами и правилами вывода системы **EA** являются:

a0. Все подстановочные случаи классических тавтологий,

a1. ~(SaP ∧ SeP),
a2. SaP ∨ SoP, r1. modus ponens,
a3 SeP ∨ SiP, r2. *i*-удаление,
a4 (MeP ∧ SaM) ⊃ SeP; r3. *o*-удаление.

EA и формальная система ассерторической силлогистики Я.Лукасевича [5, с.140], представленная в виде системы **C4** В.А.Смирнова [11], как множества теорем совпадают, однако правила эктезиса в системе Лукасевича, хотя они являются допустимыми (их присоединение к дедуктивному базису **C4** не увеличивает класса доказуемых формул), не производны: в **C4** невозможно воспроизвести доказательства посредством эктезиса.

Традиционное понимание ассерторической силлогистики можно уточнить следующим образом. Упорядоченная пара <D,V> называется *интерпретацией языка* **EA**, если и только если D – непустое множество, а V – функция, приписывающая каждой переменной M произвольное непустое подмножество D, т.е. ∅≠V(M) ⊆ D. В каждой интерпретаций всякая формула *F* языка **EA** получает одно из двух истинностных значений V(*F*), определяемое индуктивно по построению формулы, при этом базисными пунктами определения являются:

b1. V(SaP) = И ⇔ V(S) ⊆ V(P),
b2. V(SeP) = И ⇔ V(S) ∩ V(P) = ∅,
b3. V(SiP) = И ⇔ V(S) ∩ V(P) ≠ ∅,
b4. V(SoP) = И ⇔ V(S) ⊈ V(P).

Индуктивные пункты определения задаются в соответствии с классическими таблицами истинности. Имеет место теорема семантической адекватности: для всякой формулы *F* языка **EA**, |–*F в* **EA**, *если и только если F является* **EA**-*общезначимой.*

Можно заметить, что понятие интерпретации языка **EA**, если не принимать в виду ограничение V непустыми значениями терминов, совпадает с понятием интерпретации одноместного **УИП**, а правые части базисных пунктов b1–b4 являются условиями истинности в той же интерпретации следующих формул **УИП** (предполагается, что множество переменных терминов в языке **EA** и множество символов для одноместных предикатов в языке **УИП** совпадают):

(t1) ∀x (Sx ⊃ Px), (t3) ∃x (Sx ∧ Px),
(t2) ∀x (Sx ⊃ ~Px), (t4) ∃x (Sx ∧ ~Px),

соответственно. Очевидно, что класс общезначимых в **EA** формул не изменится, если снять ограничение, наложенное на V, и формулу *F* языка **EA** считать **EA**-*общезначимой,* если и только если в каждой интерпретации <D,V>

$$V((P_1iP_1 \wedge \ldots \wedge P_niP_n) \supset F) = И,$$

где $P_1,\ldots, P_n$ – все входящие в *F* переменные. Отсюда следует, что формула *F выводится в* **EA**, *если и только если в* **УИП** *выводима*

формула $t((P_1iP_1 \wedge ... \wedge P_niP_n) \supset F)$, которая называется *переводом F в* **УИП** и получается из формулы $(P_1iP_1 \wedge . . . \wedge P_niP_n) \supset F$ заменой ее атомарных подформул SaP, SeP, SiP, SoP формулами **УИП** (t1)–(t4), соответственно, и которую можно записать как

$$(\exists xP_1x \wedge ... \wedge \exists xP_nx) \supset t(F).$$

ЕА является адекватной формальной реконструкцией ассерторической силлогистики Аристотеля в следующем смысле: язык **ЕА** не содержит кванторов; в **ЕА** выводим (не выводим) формальный аналог каждого утверждения явно принимаемого (отбрасываемого) Аристотелем в ассерторической силлогистике; и наконец, в **ЕА** формально воспроизводим каждый из трех методов, используемых Аристотелем в ассерторической силлогистике для сведения несовершенных корректных модусов к совершенным модусам первой фигуры.

Метод эктезиса применяется также в аподиктической силлогистике, а именно при доказательстве корректных по Аристотелю, модусов Baroco и Bocardo с обеими аподиктическими посылками и аподиктическим заключением, т.е. модусов $Ba^Lro^Lco^L$ и $Bo^Lca^Lrdo^L$ [1, I 8, 30a 8-13]. Однако эктезис, т.е. введение на основе частного аподиктического высказывания вспомогательных допущений, которые в дальнейшем элиминируются, не совпадает с эктезисом, при котором исходное частное высказывание является ассерторическим. Анализ указанного места из "Первой аналитики" [8], [10] показал, что при аподиктическом эктезисе одно из вспомогательных допущений должно быть аподиктическим утверждением; правила аподиктического эктезиса можно сформулировать следующим образом:

$$\frac{(MaS \wedge Ma^LP) \supset F \quad (Ma^L S \wedge MaP) \supset F}{Si^LP \supset F} \qquad \frac{(MaS \wedge Me^LP) \supset F}{So^LP \supset F}$$

(*правило* i^L*- удаления*), (*правило* o^L*- удаления*),

где F – силлогистическая формула, не содержащая переменную M.

Имеется и существенная разница. В аподиктической силлогистике метод эктезиса не дублируется другими методами и вывод модусов $Ba^Lro^Lco^L$ и $Bo^Lca^Lrdo^L$ с применением этого метода Аристотелем предлагается как единственно возможная версия их доказательства; в самом деле, прямой метод посредством обращения не пригоден по тем же соображениям, по каким он не может применяться для доказательства ассерторических Baroco и Bocardo, а метод reductio ad impossibile не проходит потому, что высказывание, контрадикторное предполагаемому заключению So^LP, является утверждением об унилатеральной возможности "Все S возможно суть P", которое в сочетании с любой из посылок доказываемого модуса не дает ни совершенного модуса первой фигуры,

ни модуса, доказанного ранее. Эта ситуация еще сильнее убеждает нас в справедливости требования воспроизводимости в формальном представлении аподиктической силлогистики всех методов вывода, применяемых Аристотелем при сведении модусов второй и третьей фигур к модусам первой фигуры.

Однако обнаруживается трудность: методом эктезиса можно доказать и более сильные модусы $\text{Baro}^{\text{L}}\text{co}^{\text{L}}$ и $\text{Bo}^{\text{L}}\text{cardo}^{\text{L}}$, в которых общеутвердительная посылка является ассерторической и которые отвергаются Аристотелем как некорректные [1, 10, 11]. Эту возможность заметил уже Александр Афродизийский. И по-видимому, можно заключить, что *в аподиктической силлогистике Аристотеля невозможно совместить допустимость процедуры эктезиса (в частности, принятие правила o^{L}-удаления) с отбрасыванием указанных модусов и, следовательно, невозможно представить аподиктическую силлогистику в виде единой аксиоматической теории.* Фактически так и получилось: в предложенных в какой то мере адекватных формальных реконструкциях аподиктической силлогистики Аристотеля либо невоспроизводим метод рассжудения с процедурой эктезиса и невыводимы модусы $\text{Baro}^{\text{L}}\text{co}^{\text{L}}$ и $\text{Bo}^{\text{L}}\text{cardo}^{\text{L}}$ [14], [2], либо же этот метод воспроизводим, но одновременно доказываются забракованные Аристотелем модусы $\text{Baro}^{\text{L}}\text{co}^{\text{L}}$ и $\text{Bo}^{\text{L}}\text{cardo}^{\text{L}}$, [8], [10], [6]. Эти формальные представления дополняют друг друга и тем самым отражают непоследовательность интуитивных соображений, на которых опирался греческий философ. Рассматриваемая ниже система аподиктической силлогистики **LEA** принадлежит к реконструкциям второго рода; впервые она сформулирована в работах [8], [10].

В **LEA** раширяется понятие формулы, однако только за счет расширения класса атомарных формул: в выражениях вида SxP x теперь может быть также аподиктической константой – a^{L}, e^{L}, i^{L} или o^{L}.

Дедуктивный базис системы аподиктической силлогистики **LEA** является расширением дедуктивного базиса системы **EA** следующими аксиомными схемами и правилами вывода:

a5. $\text{Sa}^{\text{L}}\text{P} \supset \text{SaP}$,	a9. $(\text{Ma}^{\text{L}}\text{P} \wedge \text{SaM}) \supset \text{Sa}^{\text{L}}\text{P}$,
a6. $\text{Se}^{\text{L}}\text{P} \supset \text{SeP}$,	a10. $(\text{Me}^{\text{L}}\text{P} \wedge \text{SaM}) \supset \text{Se}^{\text{L}}\text{P}$,
a7. $\text{Se}^{\text{L}}\text{P} \supset \text{Pe}^{\text{L}}\text{S}$,	a11. $(\text{Ma}^{\text{L}}\text{P} \wedge \text{SiM}) \supset \text{Si}^{\text{L}}\text{P}$,
a8. $\text{Si}^{\text{L}}\text{P} \supset \text{Pi}^{\text{L}}\text{S}$,	a12. $(\text{Me}^{\text{L}}\text{P} \wedge \text{SiM}) \supset \text{So}^{\text{L}}\text{P}$,
r4. i^{L}-удаление,	r5. o^{L}-удаление.

Наша цель – семантический анализ системы **LEA**. После безуспешных попыток найти адекватный перевод формул аподиктической силлогистики на язык модальной логики и представить аподиктическую силлогистику Аристотеля в качестве фрагмента более широкой логической теории – какой-либо системы современной формальной модальной логики [12], [5], [16], появилось сомнение в возможности успешного решения этой проблемы во-

обще. Н. Решер это сомнение подкрепил обзором некоторого, по его мнению, исчерпывающего множества возможных переводов аподиктических атомарных формул на язык модальной логики одноместных предикатов и показал (с помощью компьютера), что ни один из этих 2520 (!) переводов не отображает адекватно все особенности аподиктической силлогистики Аристотеля. Тогда некоторые исследователи пришли к заключению, что для аподиктической силлогистики Аристотеля следует искать лишь "неформальную" семантику. Одна, весьма впечатляющая версия такой семантики была разработана С. Мак-Коллом на основе идей Решера [14]. В своем анализе мы продолжаем линию А. Беккера – поиск перевода, "погружающего" аподиктическую силлогистику в модальную логику.

С другим направлением семантических исследований аподиктической силлогистики Аристотеля встречаемся в работах М.Бежанишвили. [2], Е.К.Войшвилло [3] и В.И.Маркина [6] (к ним относятся и наши работы [8], [10]). В них хотя построены системы "формальной" семантики, однако они слишком специфичны – каждая из них в большей или меньшей мере разработана для случая аристотелевской аподиктической силлогистики и поэтому каждая из них в той же мере является концепцией *ad hoc*. Другая общая черта: в каждой из них в определении интерпретации аподиктического языка используются *кванторы с переменными для терминов*, т.е. с предикатными переменными. В своем анализе мы стараемся избежать этих черт.

При поисках адекватного перевода аподиктических формул на язык модальной предикатной логики предполагалось, что формулы ассерторической силлогистики переводятся на язык немодальной логики предикатов, например, функцией t, определенной выше. *Однако ассерторическая силлогистика допускает и интенсиональную трактовку.* Пусть F – формула **EA**, а $\mathrm{tr}(F)$ – формула модальной логики предикатов, которая получается из F заменой атомарных подформул вида SaP, SeP, SiP и SoP формулами

(tr1) $\forall x \Box(Sx \supset Px)$, (tr3) $\exists x \Diamond(Sx \wedge Px)$,
(tr2) $\forall x \Box(Sx \supset \sim Px)$, (tr4) $\exists x \Diamond(Sx \wedge \sim Px)$.

Можно показать, что *F выводима в* **EA**, *если и только если*

$$\mathrm{tr}((P_1iP_1 \wedge \ldots \wedge P_niP_n) \supset F),$$

т.е. формула

$$(\exists x \Diamond P_1x \wedge \ldots \wedge \exists x \Diamond P_nx) \supset \mathrm{tr}(F),$$

называемая переводом F на язык модального **УИП**, *выводима в любом модальном* **УИП**, которое является предикатным расширением нормального модального пропозиционального исчисления без или с формулой Баркан, при этом P_1, ..., P_n – все переменные входящие в F. Некоторые места из "Первой аналитики" (например, I 15, 34 b7-19) показывают, что Аристотель был склонен понимать

смысл ассерторических суждений именно так. Для нашего анализа модальное истолкование ассерторических суждений является исходным.

Упорядоченная четверка <W,R,D,V> называется *интерпретацией языка* **LEA**, если и только если <W,R> – рефлексивный фрейм, D – непустое множество (предметов), а V – такая функция, что для любой переменной P языка **LEA** $V(P) \subseteq D \times W$. Произвольная формула *F* в <W,R,D,V> при каждом $w \in W$ имеет одно из двух истинностных значений V(*F*,w), которое определяется индуктивно по логической длине *F* следующим образом ($x \in D$, $w,v,u \in W$). Базисные пункты определения:

c1. $V(SaP,w) = И \Leftrightarrow \forall x \forall v((wRv \,\&\, (x,v) \in V(S)) \Rightarrow (x,v) \in V(P))$;
c2. $V(SeP,w) = И \Leftrightarrow \forall x \forall v((wRv \,\&\, (x,v) \in V(S)) \Rightarrow (x,v) \notin V(P))$;
c3. $V(SiP,w) = И \Leftrightarrow \exists x \exists v(wRv \,\&\, (x,v) \in V(S) \,\&\, (x,v) \in V(P))$;
c4. $V(SoP,w) = И \Leftrightarrow \exists x \exists v(wRv \,\&\, (x,v) \in V(S) \,\&\, (x,v) \notin V(P))$;
c5. $V(Sa^{L}P,w) = И \Leftrightarrow \forall x \forall v((wRv \,\&\, (x,v) \in V(S)) \Rightarrow$
$\Rightarrow \forall u(vRu \Rightarrow (x,u) \in V(P)))$;
c6. $V(Se^{L}P,w) = И \Leftrightarrow \forall x((\exists v(wRv \,\&\, (x,v) \in V(S)) \Rightarrow$
$\Rightarrow \forall u(wRu \Rightarrow (x,u) \notin V(P)))$;
c7. $V(Si^{L}P,w) = И \Leftrightarrow$
$\exists x\,((\exists v(wRv \,\&\, (x,v) \in V(S) \,\&\, \forall u(vRu \Rightarrow (x,u) \in V(P))) \vee$
$\vee \exists v(wRv \,\&\, (x,v) \in V(P) \,\&\, \forall u(vRu \Rightarrow (x,u) \in V(S))))$;
c8. $V(So^{L}P,w) = И \Leftrightarrow \exists x(\exists v(wRv \,\&\, (x,v) \in V(S)) \,\&$
$\&\, \forall u(wRu \Rightarrow (x,u) \notin V(P)))$.

Индуктивные пункты формулируются в соответствии с таблицами истинности для пропорциональных связок).

Формула *F* языка **LEA** называется **LEA**-*общезначимой* (**LEA**-*выполнимой*), если и только если в каждой (хотя бы в одной) интерпретации <W,R,D,V> при каждом (хотя бы при одном) $w \in W$

$V((P_1iP_1 \wedge ... \wedge P_niP_n) \supset F, w) = И$, $(V((P_1iP_1 \wedge ... \wedge P_niP_n \wedge F),w) = И)$

где $P_1,..., P_n$ – все входящие в *F* переменные термины.

Заметим, что понятие интерпретации языка **LEA** совпадает с понятием модели языка одноместного **T** + **BF** (одноместное **УИП** + модальная система **T** + формула Баркан) [13, 243-244] и в базисных пунктах определения V(*F*,w) правые части равносильностей являются условиями истинности в той же модели <W,R,D,V> при том же $w \in W$ формул **T** + **BF**: (tr1)–(tr4) и

(tr5) $\forall x\, \Box(Sx \supset \Box Px)$,
(tr6) $\forall x\, (\Diamond Sx \supset \Box{\sim}Px)$,
(tr7) $\exists x\, (\Diamond(Sx \wedge \Box Px) \vee \Diamond(\Box Sx \wedge Px))$,
(tr8) $\exists x\, \Diamond(Sx \wedge \Box{\sim}Px)$,

соответственно (предполагается, что множество переменных в языке **LEA** и множество символов для одноместных предикатов в языке **T** + **BF** совпадают).

Пусть F – формула **LEA**, а Tr(F) – формула **T** + **BF**, которая получается из F заменой атомарных подформул SaP, SeP, SiP, SoP, $Sa^{L}P$, $Se^{L}P$, $Si^{L}P$ и $So^{L}P$ формулами (tr1)–(tr8) соответственно.

Формулу $tr((P_1iP_1 \wedge ... \wedge P_niP_n) \supset F)$, т.е. формулу $(\exists x \Diamond P_1x \wedge ... \wedge \exists x \Diamond P_nx) \supset tr(F)$, где $P_1, ..., P_n$ – все входящие в F переменные, будем называть *переводом F в* **T** + **BF** и сокращенно записывать как $E(F) \supset tr(F)$.

Для любой интерпретации <W,R,D,V> языка **LEA**, произвольной точки $w \in W$ и формулы F языка **LEA** $V(F,w) = V(t(F),w)$ и, следовательно, *F* **LEA***-общезначима если и только если общезначим перевод F в* **T** + **BF**. Это утверждение (утверждение 1) является очевидным следствием вышеуказанного замечания и определения функции перевода tr.

Перевод в **T** + **BF** *каждой выводимой в* **LEA** *формулы G выводим в* **T** + **BF** (утверждение 2).

Для доказательства воспользуемся индукцией по длине вывода G в **LEA**. Если G отличная от a1 аксиома системы **LEA**, то в **T** + **BF** выводится более сильная формула tr(G); если же G есть a1, то доказуемо в **T** + **BF**, что ее перевод эквивалентен формуле $\exists x \Diamond Sx \supset \exists x \Diamond Sx$. Не сложно показать также, что если переводы посылок какого-либо из правил вывода r1–r5 выводимы в **T** + **BF**, то в ней выводится и перевод заключения этого правила. В качестве примера рассмотрим правила r2 и r4.

(r2): пусть в **T** + **BF** выводится перевод посылки правила r2: $(MaS \wedge MaP) \supset F$, т.е. выводится формула

$$[\exists x \Diamond Mx \wedge \exists x \Diamond Sx \wedge \exists x \Diamond Px \wedge E(F)] \supset \\ \supset [(\forall x \Box(Mx \supset Sx) \wedge \forall x \Box(Mx \supset Px)) \supset tr(F)],$$

и, при этом, M не содержится в F; тогда в **T** + **BF** выводится также ее частный случай:

$$[\exists x \Diamond(Sx \wedge Px) \wedge \exists x \Diamond Sx \wedge \exists x \Diamond Px \wedge E(F)] \supset \\ \supset [(\forall x \Box((Sx \wedge Px) \supset Sx) \wedge \forall x \Box((Sx \wedge Px)) \supset Px) \supset tr(F)].$$

Но $\forall x \Box((Sx \wedge Px) \supset Sx)$ и $\forall x \Box((Sx \wedge Px) \supset Px)$ выводимы в **T** + **BF** и, следовательно, в ней выводится и формула

$$[\exists x \Diamond Sx \wedge \exists x \Diamond Px \wedge E(F)] \supset [\exists x \Diamond(Sx \wedge Px) \supset tr(F)],$$

являющаяся переводом в **T** + **BF** заключения правила r2 – $SiP \supset F$.

(r4): пусть в **T** + **BF** выводится перевод посылок правила r4: $(MaS \wedge Ma^{L}P) \supset F$ и $(Ma^{L}S \wedge MaP) \supset F$, т.е. выводятся формулы:

$$[\exists x \Diamond Mx \wedge \exists x \Diamond Sx \wedge \exists x \Diamond Px \wedge E(F)] \supset \\ \supset [(\forall x \Box(Mx \supset Sx) \wedge \forall x \Box(Mx \supset \Box Px)) \supset tr(F)],$$

$$[\exists x \Diamond Mx \wedge \exists x \Diamond Sx \wedge \exists x \Diamond Px \wedge E(F)] \supset \\ \supset [(\forall x \Box(Mx \supset \Box Sx) \wedge \forall x \Box(Mx \supset Px)) \supset tr(F)]$$

и при этом M не содержится в F; тогда в **T** + **BF** выводятся также их частные случаи с подформулой $(Sx \wedge \Box Px)$ на место Mx для первой формулы и с подформулой $(\Box Sx \wedge Px)$ на место Mx для второй

формулы; рассуждая так же, как в случае r2, получаем, что в **T** + **BF** выводятся формулы:

$[\exists x\Diamond Sx \wedge \exists x\Diamond Px \wedge E(F)] \supset [\exists x\Diamond(Sx \wedge \Box Px) \supset tr(F)]$,
$[\exists x\Diamond Sx \wedge \exists x\Diamond Px \wedge E(F)] \supset [\exists x\Diamond(\Box Sx \wedge Px) \supset tr(F)]$;

но тогда в **T** + **BF** выводится также формула

$[\exists x\Diamond Sx \wedge \exists x\Diamond Px \wedge E(F)] \supset [\exists x(\Diamond(Sx\wedge\Box Px) \vee \Diamond(\Box Sx\wedge Px)) \supset tr(F)]$,

являющаяся переводом заключения правила r4 – $Si^{L}P \supset F$.

Из утверждений 1 и 2 в силу пригодности **T** + **BF** [13, 249] следует пригодность системы **LEA** – *каждая выводимая в* **LEA** *формула* **LEA**-*общезначима* (утверждение 3).

Стандартное преобразование формул **LEA** [8], [10].

Пусть F –произвольная формула **LEA**. (s1) преобразуем *F* в дизъюнктивную нормальную форму в терминах атомарных формул, входящих в *F*. В каждой конъюкции, входящей в качестве дизъюнкта в полученную на предыдущем шаге преобразования формулу, производим следующие изменения: (s2) каждый ее член вида ~SxP, где x – ассерторическая константа, заменяем на атомарную формулу, контрадикторную формуле SxP; (s3) каждый ее член вида SiP, SoP, $Si^{L}P$ или $So^{L}P$ заменяем на формулу MaS $\wedge$ MaP, MaS $\wedge$ MeP, (MaS $\wedge$ $Ma^{L}P$) $\vee$ ($Ma^{L}S$ $\wedge$ MaP) и MaS $\wedge$ $Me^{L}S$, соответственно, где M – общий термин, не встречающийся ранее в преобразовании (в третьем случае одновременно производим дистрибуцию, вынося знак $\vee$ из области действия знака $\wedge$); (s4) производим замыкание без повторения по следующим схемам:

4.1 MaM,
4.2 $Sa^{L}P \supset SaP$,
4.3 $Se^{L}P \supset SeP$,
4.4 $SeP \supset PeS$,
4.5 $Se^{L}P \supset Pe^{L}S$,
4.6 (MaP $\wedge$ SaM) $\supset$ SaP,
4.7 (MeP $\wedge$ SaM) $\supset$ SeP,
4.8 ($Ma^{L}P$ $\wedge$ SaM) $\supset$ $Sa^{L}P$,
4.9 ($Me^{L}P$ $\wedge$ SaM) $\supset$ $Se^{L}P$,
4.10 (~$Si^{L}P$ $\wedge$ SaM) $\supset$ ~$Ma^{L}P$,
4.11 (~$Si^{L}P$ $\wedge$ MaP) $\supset$ ~$Ma^{L}S$,
4.12 (~$So^{L}P$ $\wedge$ MaS) $\supset$ ~$Me^{L}P$.

(применение схемы 4.1 ограничено общими терминами, входящими в конъюнкцию). Преобразавание завершено.

Формула *F**, полученная в результате стандартного преобразавания формулы *F*, является дизъюнкцией конъюнкций атомарных формул и их отрицаний (однако легко заметить, что эти конъюнкции не содержат ассерторических атомарных формул со знаком отрицания и частных атомарных формул без знака отрицания). Конъюнкция, содержащаяся в *F** в качестве дизъюнкта, называется *несовместимой,* если и только если она содержит члены хотя бы одной из следующих пар формул: (SaP, SeP), ($Sa^{L}P$, ~$Sa^{L}P$), ($Se^{L}P$, ~$Se^{L}P$).

Можно доказать следующие *утверждения*:

(4) Если конъюнкция *K* несовместима, то ~*K* выводима в LEA. Если формула *G* получена из формулы *H* в процессе стандартного преобразования, в результате однократного применения одного из

пунктов (s1)–(s4), то (5) если в LEA |– ~*G*, то в **LEA** |– ~*H* и (6) если *G* – **LEA**-выполнима, то **LEA**-выполнима и *H*. (7) Если конъюнкция *K*, содержащаяся в *F** в качестве дизъюнкта, совместима, то она **LEA**-выполнима.

Доказательства утверждений (4)–(6) не представляет трудности. Поэтому докажем лишь утверждение 7.

Построение: пусть M_1, ..., M_p; A_1, ..., A_k и E_1, ..., E_m соответственно являются списками всех терминов и атомарных формул вида Sa^LP и Se^LP, содержащихся в *K* со знаком отрицания. Положим: D° – множество, состоящее из произвольных p+k+m элементов, которые будем обозначать числительными 1,2, ..., p+k+m.

Определим совокупность W° множеств утверждений вида $n \in M_i$, где n=1, ..., p+k+m и i=1, ..., p. W° содержит начальный элемент w_o; все другие элементы W° порождаются из уже порожденных элементов W° определенными правилами. Элементы W° могут быть связаны бинарным отношением "следует за", которое определяется вместе с W°, при этом w_o и каждое множество, следующее за w_o, удовлетворяют условиям:

(*a) Если SaP входит в *K* и w содержит утверждение $n \in S$, то w содержит также утверждение $n \in P$.

(*a^L) Если Sa^LP входит в *K* и w содержит утверждение $n \in S$, то w и любой другой элемент W°, следующий за w, содержит утверждение $n \in P$.

w1) w_o содержит каждое утверждение вида $i \in M_i$.

w2) Для каждой A_h (h = 1, ..., k) Wє содержит элементы wah1 и wah2 такие, что wah1 следует за w_o, а wah2 – за wah1 и, при этом, утверждение $p+h \in S(A_h)$ - субъект атомарной формулы A_h.

w3) Для каждой E_j(j = 1, ..., m) Wє содержит элементы wej1 и wej2, следующие за w_o, и содержащие утверждения $p+k+j \in S(E_j)$ и $p+k+j \in P(E_j)$, соответственно, где $S(E_j)$ и $P(E_j)$ – соответственно субъект и предикат атомарной формулы E_j.

w4) Для каждой формулы $\sim Si^LP$, входящей в *K*, если w_o или какое-нибудь w, следующее за w_o, для какого-нибудь $n \in D°$ содержит утверждение $n \in S$ или $n \in P$, то W° содержит множество wiL, которое следует за w_o, или, соответственно за w, и при этом содержит все утверждения, входящие в $w_o(w)$, за исключением утверждений вида $n \in M$ для всякого M такого, что MaP (соответственно, MaS) содержится в *K*.

w5) Для каждой формулы $\sim So^LP$ из *K*, если w_o или какое-нибудь w, следующее за w_o, для какого-нибудь $n \in D°$ содержит утверждение $n \in S$, то W° содержит также множество wol, которое следует за w_o или, соответственно, за w и при этом содержит все утверждения вида $n \in M$ для каждого M такого, что PaM входит в *K*.

Определим бинарное отношение R° на множестве W° и функцию V°: Для всяких w, $v \in D°$ положим: wR°v, если и только если w = v, либо v следует за w в построении.

$V°$: $V°(M_i) = \{(n,w)$: утверждение $n \in M_i$ принадлежит $w \in W°\}$ и $V°(P) = \varnothing$, если P не входит в список $M_1, ..., M_p$.

Четверка $<W°, R°, D°, V°>$ является интерпретацией языка **LEA** и в этой интерпретации $V°(A,w_o)$ = И для каждого *A*, входящего в *K* в качестве члена конъюкции; но тогда $V°(K,w_o)$ = И и, следовательно, *K* **LEA**-выполнима. Из выполнимости *K* в силу утверждения (6) следует **LEA**-выполнимость формулы *F*.

Отсюда же очень легко следует *теорема полноты системы* **LEA**: *если формула F не выводима в* **LEA**, *то она не* **LEA**-*общезначима* (утверждение 8).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Аристотель*. Первая аналитика. // Аристотель. Сочинения, т.2,М, 1978.
2. *Бежанишвили М.Н.* "Возможные миры" и аподиктическая силлогистика Аристотеля. [4, с.112-128]
3. *Войшвилло Е.К.* Модальная силлогистика с содержательной точки зрения. [4, с.121-141]
4. Логика Аристотеля. Материалы симпозиума (16-17 ноября 1983, г.Тбилиси. Тбилиси, 1985.
5. *Лукасевич Я.* Аристотелевская силлогистика с точки зрения современной формальной логики. М, 1959.
6. *Маркин В.И.* Семантический анализ аподиктической силлогистики Аристотеля. [4, с.141-154]
7. *Мчедлишвили Л.И.* Эктезис в силлогистике Аристотеля // Многозначные, релевантные и паранепротиворечивые логики, М., 1984. С.119-129.
8. *Мчедлишвили Л.И.* Интерпретация аподиктической силлогистики Аристотеля // Там же. С.110-119.
9. *Мчедлишвили Л.И.* Реконструкция метода эктезиса и системы позитивной силлогистики. [4, с.21-26]
10. *Мчедлишвили Л.И.* Аподиктическая силлогистика Аристотеля и отношение "обозначает суть бытия". [4, с.154-168]
11. *Смирнов В.А.* Адекватный перевод утверждений силлогистики в исчислении предикатов // Актуальные проблемы логики и методологии науки, Киев, 1980.
12. *Becker A.* Die aristotelische Theorie der Möglischkeisschlüsse. Berlin, 1933.
13. *Hughes G.E., Cresswell M.J.* A New Introduction to Modal Logic. London–New York, 1996.
14. *McCall S.* Aristotle's Modal Syllogisms. Amsterdam, 1963.
15. *Patzig G.* Aristotle's Theory of the Syllogism. Dordrecht,1968.
16. *Rescher N.* Aristotle's Theory of Modal Syllogisms and its Interpretation // The Critical Approach: Essays in Honour of Karl Popper (ed. by M.Bunge). 1963, Sect.II.

В.И.Маркин

ОБОБЩЕННАЯ ПОЗИТИВНАЯ СИЛЛОГИСТИКА[1]

Abstract. *The paper concerns the problem of the representation of all possible extensional relations between two general terms by means of positive syllogistic – syllogistic without negative terms. I introduce new syllogistic constants* **u** *and* **q**: *the statement of the form S***u***P means "Everything is either S or P", the statement of the form S***q***P means "Something is neither S nor P". I offer two syllogistic systems based on propositional calculus in the language with constants* **a**, **i**, **e**, **o**, **u**, **q**. *The first system is the generalization of the positive fragment of Brentano-Leibnitz fundamental syllogistic. I demonstrate that it is embedded into the predicate calculus under the following translation* *: $(S\mathbf{a}P)^* = \forall x(Sx \supset Px)$, $(S\mathbf{i}P)^* = \exists x(Sx \,\&\, Px)$, $(S\mathbf{e}P)^* = \forall x(Sx \supset \neg Px)$, $(S\mathbf{o}P)^* = \exists x(Sx \,\&\, \neg Px)$, $(S\mathbf{u}P)^* = \forall x(Sx \vee Px)$, $(S\mathbf{q}P)^* = \exists x(\neg Sx \,\&\, \neg Px)$, $(\neg\mathbf{A})^* = \neg\mathbf{A}^*$, $(\mathbf{A} \nabla \mathbf{B})^* = \mathbf{A}^* \nabla \mathbf{B}^*$, *where* ∇ *is any binary connective. The second system is the generalization of Łukasiewicz' syllogistic which is a formalization of the traditional one. I prove that generalized traditional syllogistic is embedded into the predicate calculus under the translation* $\Theta(\mathbf{A}) = (\exists xS_1x \,\&\, \exists x\neg S_1x \,\&\, \ldots \,\&\, \exists xS_nx \,\&\, \exists x\neg S_nx) \supset \mathbf{A}^*$, *where* $S_1, \ldots, S_n$ *is a list of all general terms in* **A**.

Позитивными называют такие силлогистики, в языке которых содержится один тип нелогических терминов – примитивные общие термины. Иначе говоря, в их рамках исследуются правильные способы рассуждений из таких категорических высказываний, где на местах субъектов и предикатов находятся термины, репрезентирующие классы объектов, причем внутренняя структура этих терминов игнорируется.

Примером подобного рода теории является силлогистика Аристотеля, изложенная им в начальных главах Первой книги «Первой Аналитики». В современной логике позитивные силлогистики изучены весьма детально. Так, Я.Лукасевичем [1] была предложена аксиоматическая система, формализующая позитивную часть традиционной силлогистики. Ряд систем позитивной силлогистики построен В.А.Смирновым [3]. Особую ценность представляет его силлогистика **C2**, являющаяся адекватной реконструкцией аристотелевской силлогистики. Мною [2] сформулированы силлогистические исчисления, формализующие позитивные

[1] Работа выполнена при поддержке РГНФ, грант № 96-03-04631.

фрагменты «фундаментальной» силлогистики Брентано-Лейбница, силлогистик Больцано и Кэрролла.

Силлогистические теории, как правило, строятся в языке, содержащем четыре силлогистические константы: **a**, **i**, **e** и **o**. Их обычно трактуют как знаки отношений между терминами по объему, а саму силлогистику определяют как теорию правильных рассуждений, основанную на объемных отношениях в сфере общих терминов – субъектов и предикатов категорических высказываний. Так, константа **a** может рассматриваться в качестве аналога отношения включения объема субъекта в объем предиката, константа **i** как аналог отношения совместимости терминов высказывания по объему, константа **e** представляет отношение несовместимости, а **o** – отношение невключения.

Однако, если отношения между множествами устанавливаются в рамках фиксированного универсума **D**, то наряду с включением, совместимостью, невключением и несовместимостью, можно выделить еще два фундаментальных объемных отношения – *отношения исчерпываемости* и *неисчерпываемости*.

Объемы субъекта и предиката высказывания находятся в отношении исчерпываемости, если и только если их объединение совпадает с универсумом **D**; в противном случае, они находятся в отношении неисчерпываемости.

В стандартном силлогистическом языке нет констант, которые являлись бы аналогами указанных отношений. Более того, эти отношения не выразимы средствами никакой из имеющихся систем позитивной силлогистики. Следствием данного обстоятельства является, например, невозможность различения в этих теориях известных из традиционной логики объемных отношений противоречия и соподчинения (в первом случае объемы несовместимых терминов исчерпывают универсум, а во втором нет).

Проблема выразимости отношений исчерпываемости и неисчерпываемости обычно решается за счет перехода от позитивной силлогистики к негативной: обогащения ее языка оператором терминного отрицания (~) и введения в сферу рассмотрения наряду с примитивными сложных, отрицательных терминов. Информацию об универсальности объединения объемов *S* и *P* в «фундаментальной» негативной силлогистике содержит, например, формула ~*S***a***P*, а информацию о неуниверсальности их объединения – формула ~*S***i**~*P*. Данный подход предполагает принятие в силлогистике логического символа принципиально иной синтаксической категории: если константы **a**, **i**, **e**, **o** относятся к числу высказываниеобразующих функторов, то новая константа ~ представляет собой терминообразующий оператор.

Я предлагаю иной способ решения проблемы силлогистического представления всех базисных отношений между объемами двух терминов, который не изменяет категориальной сетки позитивной силлогистики. Он состоит во ведении в ее язык новых сил-

логистических констант: **u** – аналога отношения исчерпываемости и **q** – аналога отношения неисчерпываемости. В результате появляются два новых типа элементарных формул: $S\mathbf{u}P$ и $S\mathbf{q}P$. $S\mathbf{u}P$ может быть прочитано как "Всякий объект есть S или P", а $S\mathbf{q}P$ – "Некий объект не есть ни S, ни P".

В расширенном языке можно сформулировать множество альтернативных силлогистических теорий. Ограничимся обобщением «фундаментальной» и традиционной силлогистик.

Начнем с построения обобщенной «фундаментальной» силлогистики. Зададим точные смыслы формул силлогистического языка с константами **a**, **i**, **e**, **o**, **u**, **q** в рамках теоретико-множественной семантики. Моделью будем называть пару <**D**, φ>, где **D** – непустое множество (универсум рассмотрения), φ – функция, сопоставляющая каждому силлогистическому термину некоторое подмножество **D**, т.е. его объем.

Сформулируем условия истинности и ложности формул в модели <**D**, φ>:

И1. $|S\mathbf{a}P| = \mathbf{1}$, е.т.е.[2] $\varphi(S) \subseteq \varphi(P)$,

И2. $|S\mathbf{i}P| = \mathbf{1}$, е.т.е. $\varphi(S) \cap \varphi(P) \neq \varnothing$,

И3. $|S\mathbf{e}P| = \mathbf{1}$, е.т.е. $\varphi(S) \cap \varphi(P) = \varnothing$,

И4. $|S\mathbf{o}P| = \mathbf{1}$, е.т.е. $\varphi(S) \setminus \varphi(P) \neq \varnothing$,

И5. $|S\mathbf{u}P| = \mathbf{1}$, е.т.е. $\varphi(S) \cup \varphi(P) = \mathbf{D}$,

И6. $|S\mathbf{q}P| = \mathbf{1}$, е.т.е. $\varphi(S) \cup \varphi(P) \neq \mathbf{D}$.

Условия истинности сложных формул обычные.

Силлогистическая формула **A** истинна в модели <**D**, φ>, е.т.е. $|\mathbf{A}| = \mathbf{1}$ в этой модели. Формула **A** **ОФС**-общезначима, е.т.е. она истинна в каждой модели указанного типа.

Заданная в семантике интерпретация силлогистических формул эквивалентным образом выразима посредством их перевода * в язык классического исчисления предикатов:

$(S\mathbf{a}P)^* = \forall x(Sx \supset Px)$, $(S\mathbf{i}P)^* = \exists x(Sx \,\&\, Px)$,

$(S\mathbf{e}P)^* = \forall x(Sx \supset \neg Px)$, $(S\mathbf{o}P)^* = \exists x(Sx \,\&\, \neg Px)$,

$(S\mathbf{u}P)^* = \forall x(Sx \vee Px)$, $(S\mathbf{q}P)^* = \exists x(\neg Sx \,\&\, \neg Px)$,

$(\neg\mathbf{A})^* = \neg\mathbf{A}^*$,

$(\mathbf{A} \nabla \mathbf{B})^* = \mathbf{A}^* \nabla \mathbf{B}^*$, где ∇ – произвольная бинарная связка.

Пара <**D**, φ> может быть использована и в качестве модели для оценки формул языка классического одноместного исчисления предикатов. Причем условия истинности произвольной силлогистической формулы **A** и ее перевода **A*** совпадают в каждой такой модели. Отсюда следует, что **A** **ОФС**-общезначима, е.т.е. ее *-перевод является теоремой исчисления предикатов.

Поэтому для получения дедуктивной системы обобщенной позитивной фундаментальной силлогистики, которую операция *

---

[2] «если и только если»

погружает в исчисление предикатов, достаточно аксиоматизировать класс **ОФС**-общезначимых формул.

Построим в расширенном языке с константами **a**, **i**, **e**, **o**, **u**, **q** исчисление **ОФС**, постулатами которого являются:

A0. Схемы аксиом классического исчисления высказываний,

A1. $(MaP \,\&\, SaM) \supset SaP$,
A2. $(MeP \,\&\, SaM) \supset SeP$,
A3. $(MaP \,\&\, SuM) \supset SuP$,
A4. $(MuP \,\&\, SeM) \supset SaP$,
A5. $SeP \supset PeS$,
A6. $SuP \supset PuS$,
A7. SaS,
A8. $SiP \supset SiS$,
A9. $SoP \supset SiS$,
A10. $SqP \supset SqS$,
A11. $SoP \supset PqP$,
A12. $SiP \equiv \neg SeP$,
A13. $SoP \equiv \neg SaP$,
A14. $SqP \equiv \neg SuP$,
A15. $SiS \vee SqS$,
R1. *modus ponens*.

Ниже приводится доказательство адекватности системы **ОФС** семантике обобщенной фундаментальной силлогистики.

Метатеорема 1. *Всякая теорема исчисления* **ОФС** *является* **ОФС**-*общезначимой формулой.*

Несложно продемонстрировать, что все аксиомы **ОФС** общезначимы, а единственное правило вывода данной системы сохраняет свойство «быть **ОФС**-общезначимой формулой».

Обратная метатеорема о семантической полноте доказывается с использованием модификации метода Хенкина.

Множество формул Г силлогистического языка назовем **ОФС**-*непротиворечивым*, е.т.е. формула $\neg(\mathbf{A}_1 \,\&\, \mathbf{A}_2 \,\&\, \ldots \,\&\, \mathbf{A}_n)$ не доказуема в исчислении **ОФС** ни для каких $\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2, \ldots, \mathbf{A}_n$ из Г.

Пусть **T** – произвольный непустой список силлогистических терминов. Множество формул Δ назовем **ОФС**-*максимальным относительно списка* **T**, е.т.е. (1) Δ является **ОФС**-непротиворечивым; (2) формулы из Δ не содержат терминов, отсутствующих в **T**; (3) для любой формулы **A** подобного типа верно, что $\mathbf{A} \in \Delta$ или $\neg\mathbf{A} \in \Delta$.

Множество формул, **ОФС**-максимальное относительно списка терминов **T**, обладает рядом важных свойств: оно содержит все теоремы **ОФС** соответствующего списку **T** подъязыка; замкнуто относительно *modus ponens*; $\neg\mathbf{A} \in \Delta$, е.т.е. $\mathbf{A} \notin \Delta$; $\mathbf{A} \,\&\, \mathbf{B} \in \Delta$, е.т.е $\mathbf{A} \in \Delta$ и $\mathbf{B} \in \Delta$; $\mathbf{A} \vee \mathbf{B} \in \Delta$, е.т.е $\mathbf{A} \in \Delta$ или $\mathbf{B} \in \Delta$; $\mathbf{A} \supset \mathbf{B} \in \Delta$, е.т.е $\mathbf{A} \in \Delta \Rightarrow \mathbf{B} \in \Delta$ (где **A** и **B** – произвольные формулы, которые не содержат терминов, отсутствующих в **T**).

Очевидным является следующее утверждение:

Утверждение 1. *Если* Δ_1 **ОФС**-*максимально относительно списка* $\mathbf{T}_1$, *каждый термин, входящий в список* $\mathbf{T}_2$ *содержится в* $\mathbf{T}_1$, *а* Δ_2 *– множество всех таких формул из* Δ_1, *которые не содержат терминов, отсутствующих в* $\mathbf{T}_2$, *то* Δ_2 **ОФС**-*максимально относительно списка* $\mathbf{T}_2$.

Докажем аналог леммы Линденбаума:

Лемма 1. *Произвольное* **ОФС**-*непротиворечивое множество* **Г**, *такое что список* **T** *терминов, входящих в его формулы, конечен,*

можно расширить до **ОФС**-*максимального относительно* **Т** *множества формул* Δ.

Пусть $\mathbf{C}_1$, $\mathbf{C}_2$, ... – пересчет всех таких формул расширенного силлогистического языка, которые не содержат терминов, отсутствующих в **Т**. Строим последовательность множеств Δ_1, Δ_2, ... следующим образом: $\Delta_1 = \mathbf{\Gamma}$; $\Delta_{n+1} = \Delta_n \cup \{\mathbf{C}_n\}$, если $\Delta_n \cup \{\mathbf{C}_n\}$ **ОФС**-непротиворечиво, и $\Delta_{n+1} = \Delta_n \cup \{\neg\mathbf{C}_n\}$, если $\Delta_n \cup \{\mathbf{C}_n\}$ **ОФС**-противоречиво. Пусть Δ – результат объединения всех множеств бесконечной последовательности Δ_1, Δ_2, ... Легко убедиться в том, что сконструированное нами Δ является **ОФС**-максимальным относительно **Т** множеством формул.

Особо нас будут интересовать случаи, когда список **Т**, относительно которого **ОФС**-максимально множество формул Δ, содержит один или же два термина.

Утверждение 2. *Если* Δ **ОФС**-*максимально относительно одноэлементного списка терминов* $\{M_1\}$, *то множество элементарных формул из* Δ *является одним из трех классов*: $\{M_1\mathbf{a}M_1, M_1\mathbf{i}M_1, M_1\mathbf{u}M_1\}$ *или* $\{M_1\mathbf{a}M_1, M_1\mathbf{e}M_1, M_1\mathbf{q}M_1\}$ *или* $\{M_1\mathbf{a}M_1, M_1\mathbf{i}M_1, M_1\mathbf{q}M_1\}$.

Очевидно, что существует 6 элементарных формул, содержащих ровно один термин. В силу непротиворечивости Δ, аксиом **А7**, **А12**, **А13** и **А14** и свойств максимального множества оно включает в себя ровно 3 элементарные формулы: одна из них – $M_1\mathbf{a}M_1$ (это закон **ОФС**), вторая – $M_1\mathbf{i}M_1$ или $M_1\mathbf{e}M_1$, третья – $M_1\mathbf{u}M_1$ или $M_1\mathbf{q}M_1$. Причем формулы $M_1\mathbf{e}M_1$ и $M_1\mathbf{u}M_1$ не могут одновременно содержаться в Δ, так как в этом случае Δ оказалось бы **ОФС**-противоречивым, ведь из аксиом **А15**, **А12** и **А14** легко получить в качестве теоремы формулу $\neg(M_1\mathbf{e}M_1 \,\&\, M_1\mathbf{u}M_1)$.

Остается показать непротиворечивость трех указанных выше множеств элементарных формул. Для каждого из них можно подобрать модель, в которой все формулы данного множества истинны: для $\{M_1\mathbf{a}M_1, M_1\mathbf{i}M_1, M_1\mathbf{u}M_1\}$ это модель, где $\varphi(M_1) = \mathbf{D}$, для $\{M_1\mathbf{a}M_1, M_1\mathbf{e}M_1, M_1\mathbf{q}M_1\}$ – $\varphi(M_1) = \varnothing$, для $\{M_1\mathbf{a}M_1, M_1\mathbf{i}M_1, M_1\mathbf{q}M_1\}$ это модель, где φ сопоставляет M_1 произвольный непустой подкласс **D**, не совпадающий с универсумом. Поэтому каждая из конъюнкций $M_1\mathbf{a}M_1 \,\&\, M_1\mathbf{i}M_1 \,\&\, M_1\mathbf{u}M_1$, $M_1\mathbf{a}M_1 \,\&\, M_1\mathbf{e}M_1 \,\&\, M_1\mathbf{q}M_1$, $M_1\mathbf{a}M_1 \,\&\, M_1\mathbf{i}M_1 \,\&\, M_1\mathbf{q}M_1$ истинна в соответствующей модели, их отрицания необщезначимы и, следовательно, согласно **Метатеореме 1**, недоказуемы в **ОФС**. **Утверждение 2** доказано.

Рассмотрим далее случай, когда Δ максимально относительно двухэлементного списка терминов $\{M_1, M_2\}$. Назовем *характеристическим* такое подмножество Δ $\{\mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2, \mathbf{F}_3, \mathbf{F}_4\}$, в котором $\mathbf{F}_1$ есть $M_1\mathbf{e}M_2$ либо $M_1\mathbf{i}M_2$, $\mathbf{F}_2$ есть $M_1\mathbf{a}M_2$ либо $M_1\mathbf{o}M_2$, $\mathbf{F}_3$ есть $M_2\mathbf{a}M_1$ либо $M_2\mathbf{o}M_1$, $\mathbf{F}_4$ есть $M_1\mathbf{u}M_2$ либо $M_1\mathbf{q}M_2$.

Утверждение 3. *Если* Δ **ОФС**-*максимально относительно двухэлементного списка терминов* $\{M_1, M_2\}$, *то в качестве характеристического оно содержит одно из* 15 *множеств*:

X1 = $\{M_1\mathbf{e}M_2, M_1\mathbf{a}M_2, M_2\mathbf{a}M_1, M_1\mathbf{q}M_2\}$,

X2 = $\{M_1\mathbf{e}M_2, M_1\mathbf{a}M_2, M_2\mathbf{o}M_1, M_1\mathbf{u}M_2\}$,
X3 = $\{M_1\mathbf{e}M_2, M_1\mathbf{o}M_2, M_2\mathbf{a}M_1, M_1\mathbf{u}M_2\}$,
X4 = $\{M_1\mathbf{i}M_2, M_1\mathbf{a}M_2, M_2\mathbf{a}M_1, M_1\mathbf{u}M_2\}$,
X5 = $\{M_1\mathbf{e}M_2, M_1\mathbf{a}M_2, M_2\mathbf{o}M_1, M_1\mathbf{q}M_2\}$,
X6 = $\{M_1\mathbf{e}M_2, M_1\mathbf{o}M_2, M_2\mathbf{a}M_1, M_1\mathbf{q}M_2\}$,
X7 = $\{M_1\mathbf{i}M_2, M_1\mathbf{o}M_2, M_2\mathbf{a}M_1, M_1\mathbf{u}M_2\}$,
X8 = $\{M_1\mathbf{i}M_2, M_1\mathbf{a}M_2, M_2\mathbf{o}M_1, M_1\mathbf{u}M_2\}$,
X9 = $\{M_1\mathbf{i}M_2, M_1\mathbf{a}M_2, M_2\mathbf{o}M_1, M_1\mathbf{q}M_2\}$,
X10 = $\{M_1\mathbf{i}M_2, M_1\mathbf{o}M_2, M_2\mathbf{a}M_1, M_1\mathbf{q}M_2\}$,
X11 = $\{M_1\mathbf{i}M_2, M_1\mathbf{a}M_2, M_2\mathbf{a}M_1, M_1\mathbf{q}M_2\}$,
X12 = $\{M_1\mathbf{e}M_2, M_1\mathbf{o}M_2, M_2\mathbf{o}M_1, M_1\mathbf{q}M_2\}$,
X13 = $\{M_1\mathbf{i}M_2, M_1\mathbf{o}M_2, M_2\mathbf{o}M_1, M_1\mathbf{q}M_2\}$,
X14 = $\{M_1\mathbf{e}M_2, M_1\mathbf{o}M_2, M_2\mathbf{o}M_1, M_1\mathbf{u}M_2\}$,
X15 = $\{M_1\mathbf{i}M_2, M_1\mathbf{o}M_2, M_2\mathbf{o}M_1, M_1\mathbf{u}M_2\}$.

Для каждого из перечисленных характеристических множеств можно подобрать модель, в которой все его формулы истинны. Для **X1** это модель с пустыми $\varphi(M_1)$ и $\varphi(M_2)$. Для **X2** – с пустым $\varphi(M_1)$ и универсальным $\varphi(M_2)$. Для **X3** – с универсальным $\varphi(M_1)$ и пустым $\varphi(M_2)$. Для **X4** – с универсальными $\varphi(M_1)$ и $\varphi(M_2)$. Для **X5** – с пустым $\varphi(M_1)$ и правильным (т.е. непустым и неуниверсальным) $\varphi(M_2)$. Для **X6** – с правильным $\varphi(M_1)$ и пустым $\varphi(M_2)$. Для **X7** – с универсальным $\varphi(M_1)$ и правильным $\varphi(M_2)$. Для **X8** – с правильным $\varphi(M_1)$ и универсальным $\varphi(M_2)$.

Для характеристических множеств **X9–X15** в искомых моделях $\varphi(M_1)$ и $\varphi(M_2)$ являются правильными. При этом для **X9** имеет место $\varphi(M_1) \subset \varphi(M_2)$. Для **X10** – $\varphi(M_2) \subset \varphi(M_1)$. Для **X11** – $\varphi(M_1) = \varphi(M_2)$. Для **X12** – $\varphi(M_1) \cap \varphi(M_2) = \varnothing$ и $\varphi(M_1) \cup \varphi(M_2) \neq \mathbf{D}$. Для **X13** – $\varphi(M_1) \cap \varphi(M_2) \neq \varnothing$, $\varphi(M_1) \setminus \varphi(M_2) \neq \varnothing$, $\varphi(M_2) \setminus \varphi(M_1) \neq \varnothing$ и $\varphi(M_1) \cup \varphi(M_2) \neq \mathbf{D}$. Для **X14** – $\varphi(M_1) \cap \varphi(M_2) = \varnothing$ и $\varphi(M_1) \cup \varphi(M_2) = \mathbf{D}$. Для **X15** – $\varphi(M_1) \cap \varphi(M_2) \neq \varnothing$, $\varphi(M_1) \setminus \varphi(M_2) \neq \varnothing$, $\varphi(M_2) \setminus \varphi(M_1) \neq \varnothing$ и $\varphi(M_1) \cup \varphi(M_2) = \mathbf{D}$.

Поскольку каждая из формул $\mathbf{F}_1$, $\mathbf{F}_2$, $\mathbf{F}_3$, $\mathbf{F}_4$ в составе каждого из перечисленных характеристических множеств истинна в соответствующей модели, все 15 формул вида $\neg(\mathbf{F}_1 \,\&\, \mathbf{F}_2 \,\&\, \mathbf{F}_3 \,\&\, \mathbf{F}_4)$ недоказуемы в **ОФС**, а значит **X1–X15 ОФС**-непротиворечивы.

Единственное характеристическое множество, которое не может содержаться ни в каком максимальном множестве Δ в силу непротиворечивости последнего, – это $\{M_1\mathbf{e}M_2, M_1\mathbf{a}M_2, M_2\mathbf{a}M_1, M_1\mathbf{u}M_2\}$, поскольку отрицание конъюнкции формул данного множества – теорема системы **ОФС**. **Утверждение 3** доказано.

Каждое характеристическое подмножество $\{\mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2, \mathbf{F}_3, \mathbf{F}_4\}$ **ОФС**-максимального относительно двухэлементного списка терминов множества Δ однозначным образом определяет все другие элементарные формулы в составе данного Δ.

Вообще, в подъязыке с двумя терминами M_1 и M_2 имеется 24 элементарные формулы: $M_1\mathbf{y}M_1$, $M_2\mathbf{y}M_2$, $M_1\mathbf{y}M_2$, $M_2\mathbf{y}M_1$, где **y** – одна из шести силлогистических констант. В силу того, что фор-

мулы типов **a** и **o**, **e** и **i**, **u** и **q** со одинаковыми субъектом и предикатом находятся в отношении противоречия, лишь 12 элементарных формул содержатся в максимальном множестве Δ.

Рассмотрим произвольное характеристическое подмножество **XN** = {$\mathbf{F}_1$, $\mathbf{F}_2$, $\mathbf{F}_3$, $\mathbf{F}_4$} некоторого Δ (**1 ≤ N ≤ 15**). Покажем, как оно может быть расширено до **ФN** – множества всех элементарных формул в составе Δ. Прежде всего в **ФN** следует включить формулы $M_1\mathbf{a}M_1$ и $M_2\mathbf{a}M_2$, ведь они являются частными случаями схемы **A7**, а все теоремы **ОФС** данного подъязыка должны содержаться в соответствующем максимальном множестве. Кроме того, если $\mathbf{F}_1$ есть $M_1\mathbf{e}M_2$, то к **XN** следует добавить формулу $M_2\mathbf{e}M_1$ в силу **A5** и замкнутости Δ относительно *modus ponens*; если же $\mathbf{F}_1$ есть $M_1\mathbf{i}M_2$, то добавляется $M_2\mathbf{i}M_1$, так как формула $M_1\mathbf{i}M_2 \supset M_2\mathbf{i}M_1$ доказуема в **ОФС**. По сходным причинам (в силу чистой обратимости формул видов **u** и **q**) если $\mathbf{F}_4$ есть $M_1\mathbf{u}M_2$, добавляем к **XN** формулу $M_2\mathbf{u}M_1$, если же $\mathbf{F}_4$ есть $M_1\mathbf{q}M_2$, присоединяем $M_2\mathbf{q}M_1$.

Выбор остальных 4 формул из пар $M_1\mathbf{e}M_1$ и $M_1\mathbf{i}M_1$, $M_1\mathbf{u}M_1$ и $M_1\mathbf{q}M_1$, $M_2\mathbf{e}M_2$ и $M_2\mathbf{i}M_2$, $M_2\mathbf{u}M_2$ и $M_2\mathbf{q}M_2$ осуществляется с использованием теорем **ОФС** следующих типов:

$S\mathbf{i}P \supset (S\mathbf{i}S \,\&\, P\mathbf{i}P)$, $S\mathbf{o}P \supset (S\mathbf{i}S \,\&\, P\mathbf{q}P)$, $S\mathbf{q}P \supset (S\mathbf{q}S \,\&\, P\mathbf{q}P)$,

$(S\mathbf{e}P \,\&\, S\mathbf{a}P) \supset S\mathbf{e}S$, $(S\mathbf{u}P \,\&\, S\mathbf{a}P) \supset P\mathbf{u}P$.

Перечислим, какие из указанных элементарных формул должны быть введены в **Ф1**–**Ф15**:

Ф1: {$M_1\mathbf{e}M_1$, $M_1\mathbf{q}M_1$, $M_2\mathbf{e}M_2$, $M_2\mathbf{q}M_2$},
Ф2: {$M_1\mathbf{e}M_1$, $M_1\mathbf{q}M_1$, $M_2\mathbf{i}M_2$, $M_2\mathbf{u}M_2$},
Ф3: {$M_1\mathbf{i}M_1$, $M_1\mathbf{u}M_1$, $M_2\mathbf{e}M_2$, $M_2\mathbf{q}M_2$},
Ф4: {$M_1\mathbf{i}M_1$, $M_1\mathbf{u}M_1$, $M_2\mathbf{i}M_2$, $M_2\mathbf{u}M_2$},
Ф5: {$M_1\mathbf{e}M_1$, $M_1\mathbf{q}M_1$, $M_2\mathbf{i}M_2$, $M_2\mathbf{q}M_2$},
Ф6: {$M_1\mathbf{i}M_1$, $M_1\mathbf{q}M_1$, $M_2\mathbf{e}M_2$, $M_2\mathbf{q}M_2$},
Ф7: {$M_1\mathbf{i}M_1$, $M_1\mathbf{u}M_1$, $M_2\mathbf{i}M_2$, $M_2\mathbf{q}M_2$},
Ф8: {$M_1\mathbf{i}M_1$, $M_1\mathbf{q}M_1$, $M_2\mathbf{i}M_2$, $M_2\mathbf{u}M_2$},
Ф9–**Ф15**: {$M_1\mathbf{i}M_1$, $M_1\mathbf{q}M_1$, $M_2\mathbf{i}M_2$, $M_2\mathbf{q}M_2$}.

Каждая (из перечисленных) формула произвольного **ФN** выводима в системе **ОФС** из соответствующего **XN**.

По существу, мы обосновали следующее утверждение:

Утверждение 4. *Если* Δ **ОФС**-*максимально относительно двухэлементного списка терминов* {M_1, M_2}, *то класс элементарных формул из* Δ *является одним из* 15 *множеств* **Ф1**–**Ф15**, *каждое из которых является расширением какого-то из характеристических множеств* **X1**–**X15**.

В дальнейшем с каждым **ОФС**-максимальным множеством будет связываться каноническая модель. Введем предварительно ряд понятий и обоснуем справедливость нескольких утверждений.

Описанием объекта посредством терминов M_1, ..., M_n назовем множество {M_1^0, ..., M_n^0}, где каждое M_i^0 есть либо M_i^+, либо M_i^-. Неформально, наличие M_i^+ в описании некоторого объекта означает присущность, а наличие M_i^- неприсущность ему свойства

M_i. В качестве метапеременных по описаниям объектов будем использовать буквы α и β (возможно с индексами).

Пусть Δ является **ОФС**-максимальным множеством формул относительно конечного списка терминов **Т**. Описание α объекта посредством терминов M_1, ..., M_n назовем Δ-*допустимым*, е.т.е. (1) $\{M_1, ..., M_n\} = \mathbf{T}$, и для любых M_r и M_s из данного списка: (2) $M_r^+ \in \alpha$ и $M_s^+ \in \alpha \Rightarrow M_r \mathbf{i} M_s \in \Delta$, (3) $M_r^+ \in \alpha$ и $M_s^- \in \alpha \Rightarrow M_r \mathbf{o} M_s \in \Delta$, (4) $M_r^- \in \alpha$ и $M_s^- \in \alpha \Rightarrow M_r \mathbf{q} M_s \in \Delta$.

Если список **Т** состоит из одного термина M_1, то существует всего два описания объекта $\{M_1^+\}$ и $\{M_1^-\}$. Ответим на вопрос, для каких Δ, максимальных относительно $\{M_1\}$, они допустимы.

Если множество элементарных формул из Δ есть $\{M_1 \mathbf{a} M_1, M_1 \mathbf{i} M_1, M_1 \mathbf{u} M_1\}$, то согласно определению Δ-допустимого описания, таковым в данном случае является лишь $\{M_1^+\}$. Описание $\{M_1^-\}$ не является здесь Δ-допустимым, ведь если бы было так, то формула $M_1 \mathbf{q} M_1$ должна была содержаться в Δ.

Если множество элементарных формул из Δ есть $\{M_1 \mathbf{a} M_1, M_1 \mathbf{e} M_1, M_1 \mathbf{q} M_1\}$, то Δ-допустимым является лишь описание $\{M_1^-\}$. $\{M_1^+\}$ не будет в данном случае Δ-допустимым, так как если предположить обратное, формула $M_1 \mathbf{i} M_1$ должна была бы содержаться в Δ, что не соответствует действительности.

Если же множество элементарных формул из Δ есть $\{M_1 \mathbf{a} M_1, M_1 \mathbf{i} M_1, M_1 \mathbf{q} M_1\}$, то Δ-допустимы оба описания – $\{M_1^+\}$ и $\{M_1^-\}$.

Лемма 2. *Если Δ является* **ОФС**-*максимальным относительно списка $\{M_1\}$, то* (1) *если $M_1 \mathbf{i} M_1 \in \Delta$, то $\{M_1^+\}$ является Δ-допустимым описанием объекта*; (2) *если $M_1 \mathbf{q} M_1 \in \Delta$, то $\{M_1^-\}$ является Δ-допустимым описанием объекта.*

Доказательство леммы основано на **Утверждении 2** и сопоставлении каждого из трех возможных множеств элементарных формул в составе Δ – $\{M_1 \mathbf{a} M_1, M_1 \mathbf{i} M_1, M_1 \mathbf{u} M_1\}$, $\{M_1 \mathbf{a} M_1, M_1 \mathbf{e} M_1, M_1 \mathbf{q} M_1\}$, $\{M_1 \mathbf{a} M_1, M_1 \mathbf{i} M_1, M_1 \mathbf{q} M_1\}$ – с соответствующими Δ-допустимыми описаниями объекта.

Рассмотрим далее случай, когда список M_1, ..., M_n состоит из двух терминов: M_1 и M_2. Тогда существует 4 возможных описания объекта: $\beta_1 = \{M_1^+, M_2^+\}$; $\beta_2 = \{M_1^+, M_2^-\}$; $\beta_3 = \{M_1^-, M_2^+\}$; $\beta_4 = \{M_1^-, M_2^-\}$. Приведем списки Δ-допустимых описаний для всех 15 типов **ОФС**-максимальных относительно $\{M_1, M_2\}$ множеств Δ, различающихся классами элементарных формул **Ф1**–**Ф15**:

Ф1: β_4;	**Ф6**: β_2, β_4;	**Ф11**: β_1, β_4;
Ф2: β_3;	**Ф7**: β_1, β_2;	**Ф12**: $\beta_2, \beta_3, \beta_4$;
Ф3: β_2;	**Ф8**: β_1, β_3;	**Ф13**: $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$;
Ф4: β_1;	**Ф9**: $\beta_1, \beta_3, \beta_4$;	**Ф14**: β_2, β_3;
Ф5: β_3, β_4;	**Ф10**: $\beta_1, \beta_2, \beta_4$;	**Ф15**: $\beta_1, \beta_2, \beta_3$.

Лемма 3. *Пусть Δ является* **ОФС**-*максимальным относительно списка $\{M_1, M_2\}$; тогда* (1) *если $M_1 \mathbf{i} M_2 \in \Delta$, то $\{M_1^+, M_2^+\}$ является Δ-допустимым описанием объекта*; (2) *если $M_1 \mathbf{o} M_2 \in \Delta$, то $\{M_1^+,$*

$M_2^-\}$ Δ-*допустимо*; (3) *если* $M_2\mathbf{o}M_1 \in \Delta$, *то* $\{M_1^-, M_2^+\}$ Δ-*допустимо*; (4) *если* $M_1\mathbf{q}M_2 \in \Delta$, *то* $\{M_1^-, M_2^-\}$ Δ-*допустимо*.

Согласно **Утверждению 4**, любое **ОФС**-максимальное относительно списка $\{M_1, M_2\}$ множество формул содержит в качестве подкласса элементарных подформул одно из множеств **Ф1**–**Ф15**. Сопоставляя каждое **ФN** с соответствующими ему Δ-допустимыми описаниями объекта, убеждаемся в справедливости леммы.

Теперь обоснуем два важных утверждения о соотношении между описаниями объекта, допустимыми относительно таких **ОФС**-максимальных множеств, одно из которых вложено в другое.

Лемма 4. *Пусть* Δ_1 – **ОФС**-*максимальное множество относительно списка терминов* $\{M_1, ..., M_n\}$, *а* Δ_2 – **ОФС**-*максимальное множество относительно списка терминов* $\{M_1, ..., M_n, Q\}$. *Пусть также* $\Delta_1 \subset \Delta_2$. *Тогда для любого* Δ_1-*допустимого описания* α *найдется* Δ_2-*допустимое описание* β, *такое что* $\beta = \alpha \cup \{Q^+\}$ *или* $\beta = \alpha \cup \{Q^-\}$.

Рассмотрим произвольное Δ_1-допустимое описание α. Обозначим символом **P** множество всех таких силлогистических терминов M_i из списка $\{M_1, ..., M_n\}$, что $M_i^+ \in \alpha$; а множество терминов M_j из данного списка, таких что $M_j^- \in \alpha$, обозначим символом **N**. Ясно, что $\{M_1, ..., M_n\} = \mathbf{P} \cup \mathbf{N}$.

Возможны три ситуации: (1) как **P**, так и **N** непусты; (2) **N** пусто; (3) **P** пусто. Наибольшую сложность представляет ситуация (1), которую мы и рассмотрим подробнее.

Согласно определению Δ-допустимого описания объекта, для любых терминов P_1, P_2 из **P**, любых терминов N_1, N_2 из **N** верно:

(i) $P_1\mathbf{i}P_2 \in \Delta_1$; (ii) $N_1\mathbf{q}N_2 \in \Delta_1$; (iii) $P_1\mathbf{o}N_1 \in \Delta_1$.

Случай 1. В **P** найдется термин P_1, такой что $P_1\mathbf{a}Q \in \Delta_2$.

Тогда искомое $\beta = \alpha \cup \{Q^+\}$. Чтобы продемонстрировать Δ_2-допустимость β, нужно показать, что $Q\mathbf{i}Q \in \Delta_2$ и для произвольных $P_2 \in \mathbf{P}$ и $N_1 \in \mathbf{N}$ имеет место: $Q\mathbf{i}P_2 \in \Delta_2$, $P_2\mathbf{i}Q \in \Delta_2$, $Q\mathbf{o}N_1 \in \Delta_2$.

1. $P_1\mathbf{a}Q \in \Delta_2$	условие случая 1
2. $P_1\mathbf{i}P_2 \in \Delta_2$	(i); $\Delta_1 \subset \Delta_2$
3. $(Q\mathbf{e}P_2 \,\&\, P_1\mathbf{a}Q) \supset P_1\mathbf{e}P_2 \in \Delta_2$	**A2**
4. $(\neg P_1\mathbf{e}P_2 \,\&\, P_1\mathbf{a}Q) \supset \neg Q\mathbf{e}P_2 \in \Delta_2$	3; **КИВ**[3]
5. $P_1\mathbf{i}P_2 \equiv \neg P_1\mathbf{e}P_2 \in \Delta_2$	**A12**
6. $Q\mathbf{i}P_2 \equiv \neg Q\mathbf{e}P_2 \in \Delta_2$	**A12**
7. $(P_1\mathbf{i}P_2 \,\&\, P_1\mathbf{a}Q) \supset Q\mathbf{i}P_2 \in \Delta_2$	4, 5, 6
8. $Q\mathbf{i}P_2 \in \Delta_2$	7, 2, 1
9. $Q\mathbf{i}P_2 \supset Q\mathbf{i}Q \in \Delta_2$	**A8**
10. $Q\mathbf{i}Q \in \Delta_2$	9, 8
11. $Q\mathbf{i}P_2 \supset P_2\mathbf{i}Q \in \Delta_2$	теорема (получается из **A5** и **A12**)
12. $P_2\mathbf{i}Q \in \Delta_2$	11, 8
13. $P_1\mathbf{o}N_1 \in \Delta_2$	(iii), $\Delta_1 \subset \Delta_2$

[3] Классическое исчисление высказываний.

14.$(Q\mathbf{a}N_1 \;\&\; P_1\mathbf{a}Q) \supset P_1\mathbf{a}N_1 \in \Delta_2$ **A1**
15.$(\neg P_1\mathbf{a}N_1 \;\&\; P_1\mathbf{a}Q) \supset \neg Q\mathbf{a}N_1 \in \Delta_2$ 14; **КИВ**
16.$P_1\mathbf{o}N_1 \equiv \neg P_1\mathbf{a}N_1 \in \Delta_2$ **A13**
17.$Q\mathbf{o}N_1 \equiv \neg Q\mathbf{a}N_1 \in \Delta_2$ **A13**
18.$(P_1\mathbf{o}N_1 \;\&\; P_1\mathbf{a}Q) \supset Q\mathbf{o}N_1 \in \Delta_2$ 15, 16, 17
19.$Q\mathbf{o}N_1 \in \Delta_2$ 13, 1, 18

Подлежащие доказательству положения занимают в метарассуждении места 8, 10, 12 и 19.

Случай 2. В **P** не найдется термина P_1, такого что $P_1\mathbf{a}Q \in \Delta_2$, но в **P** найдется термин P_1, такой что $P_1\mathbf{e}Q \in \Delta_2$.

Тогда искомое $\beta = \alpha \cup \{Q^-\}$. Для демонстрации Δ_2-допустимости β, необходимо показать, что $Q\mathbf{q}Q \in \Delta_2$ и для произвольных $P_2 \in \mathbf{P}$ и $N_1 \in \mathbf{N}$ верно: $P_2\mathbf{o}Q \in \Delta_2$, $Q\mathbf{q}N_1 \in \Delta_2$, $N_1\mathbf{q}Q \in \Delta_2$.

1. $P_1\mathbf{e}Q \in \Delta_2$ условие случая 2
2. $P_1\mathbf{e}Q \supset Q\mathbf{e}P_1 \in \Delta_2$ **A5**
3. $Q\mathbf{e}P_1 \in \Delta_2$ 1, 2
4. $(Q\mathbf{e}P_1 \;\&\; P_2\mathbf{a}Q) \supset P_2\mathbf{e}P_1 \in \Delta_2$ **A2**
5. $(Q\mathbf{e}P_1 \;\&\; \neg P_2\mathbf{e}P_1) \supset \neg P_2\mathbf{a}Q \in \Delta_2$ 4; **КИВ**
6. $P_2\mathbf{i}P_1 \equiv \neg P_2\mathbf{e}P_1 \in \Delta_2$ **A12**
7. $P_2\mathbf{o}Q \equiv \neg P_2\mathbf{a}Q \in \Delta_2$ **A13**
8. $(Q\mathbf{e}P_1 \;\&\; P_2\mathbf{i}P_1) \supset P_2\mathbf{o}Q \in \Delta_2$ 5, 6, 7
9. $P_2\mathbf{i}P_1 \in \Delta_2$ (i); $\Delta_1 \subset \Delta_2$
10. $P_2\mathbf{o}Q \in \Delta_2$ 8, 3, 9
11. $P_2\mathbf{o}Q \supset Q\mathbf{q}Q \in \Delta_2$ **A11**
12. $Q\mathbf{q}Q \in \Delta_2$ 11, 10
13. $P_1\mathbf{o}N_1 \in \Delta_2$ (iii), $\Delta_1 \subset \Delta_2$
14. $(Q\mathbf{u}N_1 \;\&\; P_1\mathbf{e}Q) \supset P_1\mathbf{a}N_1 \in \Delta_2$ **A4**
15. $(\neg P_1\mathbf{a}N_1 \;\&\; P_1\mathbf{e}Q) \supset \neg Q\mathbf{u}N_1 \in \Delta_2$ 14; **КИВ**
16. $P_1\mathbf{o}N_1 \equiv \neg P_1\mathbf{a}N_1 \in \Delta_2$ **A13**
17. $Q\mathbf{q}N_1 \equiv \neg Q\mathbf{u}N_1 \in \Delta_2$ **A14**
18. $(P_1\mathbf{o}N_1 \;\&\; P_1\mathbf{e}Q) \supset Q\mathbf{q}N_1 \in \Delta_2$ 15, 16, 17
19. $Q\mathbf{q}N_1 \in \Delta_2$ 18, 13, 1
20. $Q\mathbf{q}N_1 \supset N_1\mathbf{q}Q \in \Delta_2$ теорема (получается из **A6** и **A14**)
21. $N_1\mathbf{q}Q \in \Delta_2$ 20, 19

Подлежащие доказательству положения занимают в метарассуждении места 10, 12, 19 и 21.

Случай 3. В **P** не найдется термина P_1, такого что $P_1\mathbf{a}Q \in \Delta_2$ или $P_1\mathbf{e}Q \in \Delta_2$, но в **N** найдется термин N_1 такой что $Q\mathbf{a}N_1 \in \Delta_2$.

Тогда искомое $\beta = \alpha \cup \{Q^-\}$. Чтобы продемонстрировать Δ_2-допустимость β, нужно показать, что $Q\mathbf{q}Q \in \Delta_2$ и для произвольных $P_1 \in \mathbf{P}$ и $N_2 \in \mathbf{N}$ верно: $P_1\mathbf{o}Q \in \Delta_2$, $N_2\mathbf{q}Q \in \Delta_2$, $Q\mathbf{q}N_2 \in \Delta_2$.

1. $Q\mathbf{a}N_1 \in \Delta_2$ условие случая 3
2. $P_1\mathbf{o}N_1 \in \Delta_2$ (iii), $\Delta_1 \subset \Delta_2$
3. $(Q\mathbf{a}N_1 \;\&\; P_1\mathbf{a}Q) \supset P_1\mathbf{a}N_1 \in \Delta_2$ **A1**
4. $(Q\mathbf{a}N_1 \;\&\; \neg P_1\mathbf{a}N_1) \supset \neg P_1\mathbf{a}Q \in \Delta_2$ 3; **КИВ**
5. $P_1\mathbf{o}N_1 \equiv \neg P_1\mathbf{a}N_1 \in \Delta_2$ **A13**
6. $P_1\mathbf{o}Q \equiv \neg P_1\mathbf{a}Q \in \Delta_2$ **A13**

7. $(Q\mathbf{a}N_1 \;\&\; P_1\mathbf{o}N_1) \supset P_1\mathbf{o}Q \in \Delta_2$ — 4, 5, 6
8. $P_1\mathbf{o}Q \in \Delta_2$ — 7, 1, 2
9. $N_2\mathbf{q}N_1 \in \Delta_2$ — (ii); $\Delta_1 \subset \Delta_2$
10. $(Q\mathbf{a}N_1 \;\&\; N_2\mathbf{u}Q) \supset N_2\mathbf{u}N_1 \in \Delta_2$ — **A3**
11. $(Q\mathbf{a}N_1 \;\&\; \neg N_2\mathbf{u}N_1) \supset \neg N_2\mathbf{u}Q \in \Delta_2$ — 10; **КИВ**
12. $N_2\mathbf{q}N_1 \equiv \neg N_2\mathbf{u}N_1 \in \Delta_2$ — **A14**
13. $N_2\mathbf{q}Q \equiv \neg N_2\mathbf{u}Q \in \Delta_2$ — **A14**
14. $(Q\mathbf{a}N_1 \;\&\; N_2\mathbf{q}N_1) \supset N_2\mathbf{q}Q \in \Delta_2$ — 11, 12, 13
15. $N_2\mathbf{q}Q \in \Delta_2$ — 14, 1, 9
16. $N_2\mathbf{q}Q \supset Q\mathbf{q}N_2 \in \Delta_2$ — теорема (получается из **A6** и **A14**)
17. $Q\mathbf{q}N_2 \in \Delta_2$ — 16, 15
18. $Q\mathbf{q}N_2 \supset Q\mathbf{q}Q \in \Delta_2$ — **A10**
19. $Q\mathbf{q}Q \in \Delta_2$ — 18, 17

Подлежащие доказательству положения занимают в метарассуждении места 8, 15, 17 и 19.

Случай 4. В **P** не найдется термина P_1, такого что $P_1\mathbf{a}Q \in \Delta_2$ или $P_1\mathbf{e}Q \in \Delta_2$, и в **N** не найдется термина N_1, такого что $Q\mathbf{a}N_1 \in \Delta_2$, но в **N** найдется термин N_1, такой что $Q\mathbf{u}N_1 \in \Delta_2$.

Тогда искомое $\beta = \alpha \cup \{Q^+\}$. Для демонстрации Δ_2-допустимости β, необходимо показать, что $Q\mathbf{i}Q \in \Delta_2$ и для произвольных $P_1 \in \mathbf{P}$ и $N_2 \in \mathbf{N}$ имеет место: $Q\mathbf{i}P_1 \in \Delta_2$, $P_1\mathbf{i}Q \in \Delta_2$, $Q\mathbf{o}N_2 \in \Delta_2$.

1. $Q\mathbf{u}N_1 \in \Delta_2$ — условие случая 4
2. $P_1\mathbf{o}N_1 \in \Delta_2$ — (iii), $\Delta_1 \subset \Delta_2$
3. $(Q\mathbf{u}N_1 \;\&\; P_1\mathbf{e}Q) \supset P_1\mathbf{a}N_1 \in \Delta_2$ — **A4**
4. $(Q\mathbf{u}N_1 \;\&\; \neg P_1\mathbf{a}N_1) \supset \neg P_1\mathbf{e}Q \in \Delta_2$ — 3; **КИВ**
5. $P_1\mathbf{o}N_1 \equiv \neg P_1\mathbf{a}N_1 \in \Delta_2$ — **A13**
6. $P_1\mathbf{i}Q \equiv \neg P_1\mathbf{e}Q \in \Delta_2$ — **A12**
7. $(Q\mathbf{u}N_1 \;\&\; P_1\mathbf{o}N_1) \supset P_1\mathbf{i}Q \in \Delta_2$ — 4, 5, 6
8. $P_1\mathbf{i}Q \in \Delta_2$ — 7, 1, 2
9. $P_1\mathbf{i}Q \supset Q\mathbf{i}P_1 \in \Delta_2$ — теорема (получается из **A5** и **A12**)
10. $Q\mathbf{i}P_1 \in \Delta_2$ — 9, 8
11. $Q\mathbf{u}N_1 \supset N_1\mathbf{u}Q \in \Delta_2$ — **A6**
12. $N_1\mathbf{u}Q \in \Delta_2$ — 11, 1
13. $(Q\mathbf{a}N_2 \;\&\; N_1\mathbf{u}Q) \supset N_1\mathbf{u}N_2 \in \Delta_2$ — **A3**
14. $N_1\mathbf{q}N_2 \in \Delta_2$ — (ii); $\Delta_1 \subset \Delta_2$
15. $(\neg N_1\mathbf{u}N_2 \;\&\; N_1\mathbf{u}Q) \supset \neg Q\mathbf{a}N_2 \in \Delta_2$ — 13; **КИВ**
16. $N_1\mathbf{q}N_2 \equiv \neg N_1\mathbf{u}N_2 \in \Delta_2$ — **A14**
17. $Q\mathbf{o}N_2 \equiv \neg Q\mathbf{a}N_2 \in \Delta_2$ — **A13**
18. $(N_1\mathbf{q}N_2 \;\&\; N_1\mathbf{u}Q) \supset Q\mathbf{o}N_2 \in \Delta_2$ — 15, 16, 17
19. $Q\mathbf{o}N_2 \in \Delta_2$ — 18, 14, 12
20. $Q\mathbf{o}N_2 \supset Q\mathbf{i}Q \in \Delta_2$ — **A9**
21. $Q\mathbf{i}Q \in \Delta_2$ — 20, 19

Подлежащие доказательству положения занимают в метарассуждении места 8, 10, 19 и 21.

Случай 5. В **P** не найдется термина P_1, такого что $P_1\mathbf{a}Q \in \Delta_2$ или $P_1\mathbf{e}Q \in \Delta_2$, а в **N** не найдется термина N_1, такого что $Q\mathbf{a}N_1 \in \Delta_2$ или $Q\mathbf{u}N_1 \in \Delta_2$.

В силу **ОФС**-максимальности множества Δ_2 и наличия в нем аксиом данной системы видов **A12**, **A13**, **A14** для любых терминов P_1 из **P** и N_1 из **N** имеем:

1. $P_1\mathbf{o}Q \in \Delta_2$
2. $P_1\mathbf{i}Q \in \Delta_2$
3. $Q\mathbf{o}N_1 \in \Delta_2$
4. $Q\mathbf{q}N_1 \in \Delta_2$

Продолжим рассуждение:

5. $P_1\mathbf{i}Q \supset Q\mathbf{i}P_1 \in \Delta_2$	теорема (получается из **A5** и **A12**)
6. $Q\mathbf{i}P_1 \in \Delta_2$	5, 2
7. $Q\mathbf{i}P_1 \supset Q\mathbf{i}Q \in \Delta_2$	**A8**
8. $Q\mathbf{i}Q \in \Delta_2$	7, 6
9. $Q\mathbf{q}N_1 \supset Q\mathbf{q}Q \in \Delta_2$	**A10**
10. $Q\mathbf{q}Q \in \Delta_2$	9, 4
11. $Q\mathbf{q}N_1 \supset N_1\mathbf{q}Q \in \Delta_2$	теорема (получается из **A6** и **A14**)
12. $N_1\mathbf{q}Q \in \Delta_2$	11, 4

Положения 2, 3, 6 и 8 данного рассуждения свидетельствуют о том, что в качестве искомого β может быть выбрано описание $\alpha \cup \{Q^+\}$. А положения 1, 4, 10, 12 позволяют в качестве β рассматривать описание $\alpha \cup \{Q^-\}$.

Таким образом, мы показали, что в ситуации (1), когда Δ_1-допустимое описание α содержит как выражения вида M_i^+, так и выражения вида M_j^- утверждение леммы справедливо.

В ситуации (2), когда **N** пусто, т.е. $\alpha = \{M_1^+, ..., M_n^+\}$, следует рассмотреть три случая:

(a) в α найдется термин P_1, такой что $P_1\mathbf{a}Q \in \Delta_2$. Тогда в качестве β выбираем $\alpha \cup \{Q^+\}$;

(b) в α не найдется термина P_1, такого что $P_1\mathbf{a}Q \in \Delta_2$, но найдется термин P_1, такой что $P_1\mathbf{e}Q \in \Delta_2$. Тогда искомое $\beta = \alpha \cup \{Q^-\}$;

(c) в α не найдется термина P_1, такого что $P_1\mathbf{a}Q \in \Delta_2$ или $P_1\mathbf{e}Q \in \Delta_2$. В этом случае в качестве β следует выбрать $\alpha \cup \{Q^+\}$.

В ситуации (3), когда **P** пусто, т.е. $\alpha = \{M_1^-, ..., M_n^-\}$, следует также рассмотреть три случая:

(a) в α найдется термин N_1 такой что $Q\mathbf{a}N_1 \in \Delta_2$. Тогда искомое $\beta = \alpha \cup \{Q^-\}$.

(b) в α не найдется термина N_1, такого что $Q\mathbf{a}N_1 \in \Delta_2$, но найдется термин N_1, такой что $Q\mathbf{u}N_1 \in \Delta_2$. Тогда в качестве β выбираем $\alpha \cup \{Q^+\}$.

(c) в α не найдется термина N_1, такого что $Q\mathbf{a}N_1 \in \Delta_2$, или $Q\mathbf{u}N_1 \in \Delta_2$. Тогда в качестве β следует рассмотреть $\alpha \cup \{Q^-\}$.

Необходимые обоснования для каждого из перечисленных случаев можно извлечь из соответствующих фрагментов приведенных рассуждений, касающихся ситуации (1). **Лемма 4** доказана.

Лемма 5. *Пусть* Δ_1 – **ОФС**-*максимальное множество относительно списка терминов* $\{M_1, ..., M_n\}$, *а* Δ_2 – **ОФС**-*максимальное множество относительно списка терминов* $\{M_1, ..., M_n, Q_1, ...,$

$Q_m\}$. *Пусть также* $\Delta_1 \subset \Delta_2$. *Тогда для любого* Δ_1*-допустимого описания* α *найдется* Δ_2*-допустимое описание* β, *такое что* $\beta = \alpha \cup \{Q_1^0, ..., Q_m^0\}$.

Лемма доказывается m-кратным применением **Леммы 4**.

Приступим к построению канонических моделей для максимальных множеств формул. Рассмотрим произвольное множество силлогистических формул Δ, **ОФС**-максимальное относительно списка $\{M_1, ..., M_n\}$. Ассоциируем с ним пару $<\mathbf{D}_\Delta, \varphi_\Delta>$, такую что $\mathbf{D}_\Delta$ – множество всех Δ-допустимых описаний объекта, а $\varphi_\Delta(Q) = \{\alpha: \alpha - \Delta$-допустимое описание и $Q^+ \in \alpha\}$. Из определения φ_Δ в частности вытекает, что всем терминам, не входящим в список $\{M_1, ..., M_n\}$, эта функция сопоставляет пустое множество. Пару $<\mathbf{D}_\Delta, \varphi_\Delta>$ будем называть *канонической моделью*.

Необходимо показать, что $<\mathbf{D}_\Delta, \varphi_\Delta>$ удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к моделям в семантике исчисления **ОФС**. Очевидно, что $\varphi_\Delta(Q) \subseteq \mathbf{D}_\Delta$. Продемонстрируем непустоту $\mathbf{D}_\Delta$.

Лемма 6. *Для любого* **ОФС***-максимального относительно списка* $\{M_1, ..., M_n\}$ *множества формул* Δ *существует по крайней мере одно* Δ*-допустимое описание объекта* $\{M_1^0, ..., M_n^0\}$.

Если формулы из Δ содержат ровно один силлогистический термин M_1 (т.е. если n=1), то согласно **Утверждению 2**, множество элементарных формул из Δ является одним из трех классов: $\{M_1\mathbf{a}M_1, M_1\mathbf{i}M_1, M_1\mathbf{u}M_1\}$ или $\{M_1\mathbf{a}M_1, M_1\mathbf{e}M_1, M_1\mathbf{q}M_1\}$ или $\{M_1\mathbf{a}M_1, M_1\mathbf{i}M_1, M_1\mathbf{q}M_1\}$. Каждому из трех типов Δ, соответствует непустое множество Δ-допустимых описаний: первому – $\{\{M_1^+\}\}$, второму – $\{\{M_1^-\}\}$, третьему – $\{\{M_1^+\}, \{M_1^-\}\}$.

Если n>1, то рассмотрим сначала множество Δ_1 формул из Δ, не содержащих иных терминов, кроме M_1. Согласно **Утверждению 1**, Δ_1 является **ОФС**-максимальным относительно списка $\{M_1\}$. Только что было доказано существование Δ_1-допустимого описания объекта. Рассмотрим какое-нибудь подобное описание α. В соответствии с **Леммой 5**, найдется описание $\alpha \cup \{M_2^0, ..., M_n^0\}$, которое является Δ-допустимым. **Лемма 6** доказана.

Теперь мы в состоянии приступить к доказательству основной леммы о равносильности двух утверждений: о принадлежности формулы **ОФС**-максимальному множеству и об истинности ее в канонической модели, ассоциированной с данным множеством.

Лемма 7. *Пусть* Δ *– произвольное множество формул,* **ОФС***-максимальное относительно списка терминов* $\{M_1, ..., M_n\}$. *Пусть* **A** *– формула, не содержащая терминов, отличных от* $M_1, ..., M_n$. *Тогда* $\mathbf{A} \in \Delta$, *е.т.е.* $|\mathbf{A}| = \mathbf{1}$ *в модели* $<\mathbf{D}_\Delta, \varphi_\Delta>$.

Доказательство осуществляется индукцией по числу пропозициональных связок в формуле **A**. Базис индукции (**A** не содержит пропозициональных связок) включает 6 случаев (по количеству типов элементарных силлогистических формул в языке **ОФС**).

I. **A** есть SiP.

Докажем сначала, что $SiP \in \Delta \Rightarrow |SiP| = \mathbf{1}$ в модели $<\mathbf{D}_\Delta, \varphi_\Delta>$.

Рассмотрим случай, когда S совпадает с P.

1. $S\mathbf{i}S \in \Delta$ — допущение
2. *Пусть* Δ_1 – *множество всех формул из* Δ, *не содержащих иных терминов, кроме* S.
3. $\{S^+\}$ Δ_1-допустимо — 1; **Лемма 2**
4. Существует $\alpha \in \mathbf{D}_\Delta$ $[S^+ \in \alpha]$ — 3, 2; **Лемма 5**
5. Существует $\alpha \in \mathbf{D}_\Delta$ $[\alpha \in \varphi_\Delta(S)]$ — 4; опр. φ_Δ
6. $\varphi_\Delta(S) \neq \varnothing$ — 5
7. $|S\mathbf{i}S| = \mathbf{1}$ в $\langle \mathbf{D}_\Delta, \varphi_\Delta \rangle$ — 6; **И2**

Пусть теперь S не совпадает с P.

1. $S\mathbf{i}P \in \Delta$ — допущение
2. Пусть Δ_1 – множество всех формул из Δ, не содержащих иных терминов, кроме S и P.
3. $\{S^+, P^+\}$ Δ_1-допустимо — 1; **Лемма 3**
4. Существует $\alpha \in \mathbf{D}_\Delta$ $[S^+ \in \alpha$ и $P^+ \in \alpha]$ — 2, 3; **Лемма 5**
5. Существует $\alpha \in \mathbf{D}_\Delta$ $[\alpha \in \varphi_\Delta(S)$ и $\alpha \in \varphi_\Delta(P)]$ — 4; опр. φ_Δ
6. $\varphi_\Delta(S) \cap \varphi_\Delta(P) \neq \varnothing$ — 5
7. $|S\mathbf{i}P| = \mathbf{1}$ в $\langle \mathbf{D}_\Delta, \varphi_\Delta \rangle$ — 6; **И2**

Докажем обратное утверждение.

1. $|S\mathbf{i}P| = \mathbf{1}$ в $\langle \mathbf{D}_\Delta, \varphi_\Delta \rangle$ — допущение
2. $\varphi_\Delta(S) \cap \varphi_\Delta(P) \neq \varnothing$ — 1; **И2**
3. $S\mathbf{i}P \notin \Delta$ — допущение
4. Не существует $\alpha \in \mathbf{D}_\Delta$ $[S^+ \in \alpha$ и $P^+ \in \alpha]$ — 3; опр. $\mathbf{D}_\Delta$ и Δ-допустимого описания
5. Не существует $\alpha \in \mathbf{D}_\Delta$ $[\alpha \in \varphi_\Delta(S)$ и $\alpha \in \varphi_\Delta(P)]$ — 4; опр. φ_Δ
6. $\varphi_\Delta(S) \cap \varphi_\Delta(P) = \varnothing$ — 5
7. Противоречие — 2, 6

II. **A** есть $S\mathbf{q}P$.

Докажем сначала, что $S\mathbf{q}P \in \Delta \Rightarrow |S\mathbf{q}P| = \mathbf{1}$ в $\langle \mathbf{D}_\Delta, \varphi_\Delta \rangle$.

Рассмотрим случай, когда S совпадает с P.

1. $S\mathbf{q}S \in \Delta$ — допущение
2. Пусть Δ_1 – множество всех формул из Δ, не содержащих иных терминов, кроме S.
3. $\{S^-\}$ Δ_1-допустимо — 1; **Лемма 2**
4. Существует $\alpha \in \mathbf{D}_\Delta$ $[S^- \in \alpha]$ — 3, 2; **Лемма 5**
5. Существует $\alpha \in \mathbf{D}_\Delta$ $[S^+ \notin \alpha]$ — 4; опр. описания объекта
6. Существует $\alpha \in \mathbf{D}_\Delta$ $[\alpha \notin \varphi_\Delta(S)]$ — 5; опр. φ_Δ
7. $\varphi_\Delta(S) \neq \mathbf{D}_\Delta$ — 6
8. $|S\mathbf{q}S| = \mathbf{1}$ в $\langle \mathbf{D}_\Delta, \varphi_\Delta \rangle$ — 7; **И6**

Пусть теперь S не совпадает с P.

1. $S\mathbf{q}P \in \Delta$ — допущение
2. Пусть Δ_1 – множество всех формул из Δ, не содержащих иных терминов, кроме S и P.
3. $\{S^-, P^-\}$ Δ_1-допустимо — 1; **Лемма 3**
4. Существует $\alpha \in \mathbf{D}_\Delta$ $[S^- \in \alpha$ и $P^- \in \alpha]$ — 2, 3; **Лемма 5**
5. Существует $\alpha \in \mathbf{D}_\Delta$ $[S^+ \notin \alpha$ и $P^+ \notin \alpha]$ — 4; опр. описания объекта
6. Существует $\alpha \in \mathbf{D}_\Delta$ $[\alpha \notin \varphi_\Delta(S)$ и $\alpha \notin \varphi_\Delta(P)]$ — 5; опр. φ_Δ

7. $\varphi_\Delta(S) \cup \varphi_\Delta(P) \neq \mathbf{D}_\Delta$ 6
8. $|SqP| = \mathbf{1}$ в $\langle \mathbf{D}_\Delta, \varphi_\Delta \rangle$ 6; **И6**

Докажем обратное утверждение.

1. $|SqP| = \mathbf{1}$ в $\langle \mathbf{D}_\Delta, \varphi_\Delta \rangle$ допущение
2. $\varphi_\Delta(S) \cup \varphi_\Delta(P) \neq \mathbf{D}_\Delta$ 2; **И6**
3. $SqP \notin \Delta$ допущение
4. Не существует $\alpha \in \mathbf{D}_\Delta$ $[S^- \in \alpha$ и $P^- \in \alpha]$ 3; опр. $\mathbf{D}_\Delta$ и Δ-допустимого описания
5. Не существует $\alpha \in \mathbf{D}_\Delta$ $[S^+ \notin \alpha$ и $P^+ \notin \alpha]$ 4; опр. опис. объекта
6. Для всякого $\alpha \in \mathbf{D}_\Delta$ $[S^+ \in \alpha$ или $P^+ \in \alpha]$ 5
7. Для всякого $\alpha \in \mathbf{D}_\Delta$ $[\alpha \in \varphi_\Delta(S)$ или $\alpha \in \varphi_\Delta(P)]$ 6; опр. φ_Δ
8. $\varphi_\Delta(S) \cup \varphi_\Delta(P) = \mathbf{D}_\Delta$ 7
9. Противоречие 2, 8

III. **A** есть SoP.

Докажем сначала, что $SoP \in \Delta \Rightarrow |SoP| = \mathbf{1}$ в $\langle \mathbf{D}_\Delta, \varphi_\Delta \rangle$.

1. $SoP \in \Delta$ допущение
2. $SoP \equiv \neg SaP \in \Delta$ **A13**
3. $SaP \notin \Delta$ 2, 1
4. $SaS \in \Delta$ **A7**
5. S не совпадает с P 3, 4
6. Пусть Δ_1 – множество всех формул из Δ, не содержащих иных терминов, кроме S и P.
7. $\{S^+, P^-\}$ Δ_1-допустимо 1, 5; **Лемма 3**
8. Существует $\alpha \in \mathbf{D}_\Delta$ $[S^+ \in \alpha$ и $P^- \in \alpha]$ 6, 7; **Лемма 5**
9. Существует $\alpha \in \mathbf{D}_\Delta$ $[S^+ \in \alpha$ и $P^+ \notin \alpha]$ 8; опр. опис. объекта
10. Существует $\alpha \in \mathbf{D}_\Delta$ $[\alpha \in \varphi_\Delta(S)$ и $\alpha \notin \varphi_\Delta(P)]$ 9; опр. φ_Δ
11. $\varphi_\Delta(S) \setminus \varphi_\Delta(P) \neq \varnothing$ 10
12. $|SoP| = \mathbf{1}$ в $\langle \mathbf{D}_\Delta, \varphi_\Delta \rangle$ 11; **И4**

Докажем обратное утверждение.

1. $|SoP| = \mathbf{1}$ в $\langle \mathbf{D}_\Delta, \varphi_\Delta \rangle$ допущение
2. $\varphi_\Delta(S) \setminus \varphi_\Delta(P) \neq \varnothing$ 2; **И4**
3. $SoP \notin \Delta$ допущение
4. Не существует $\alpha \in \mathbf{D}_\Delta$ $[S^+ \in \alpha$ и $P^- \in \alpha]$ 3; опр. $\mathbf{D}_\Delta$ и Δ-допустимого описания
5. Не существует $\alpha \in \mathbf{D}_\Delta$ $[S^+ \in \alpha$ и $P^+ \notin \alpha]$ 4; опр. опис. объекта
6. Не существует $\alpha \in \mathbf{D}_\Delta$ $[\alpha \in \varphi_\Delta(S)$ и $\alpha \notin \varphi_\Delta(P)]$ 5; опр. φ_Δ
7. $\varphi_\Delta(S) \setminus \varphi_\Delta(P) = \varnothing$ 6
8. Противоречие 2, 7

IV. **A** есть SeP. **V.** **A** есть SuP. **VI.** **A** есть SaP.

Эти случаи сводятся, соответственно, к случаям **I**, **II**, **III** в силу условий истинности **И3**, **И5**, **И1** и наличия в Δ аксиом **A12**, **A14**, **A13** системы **ОФС**.

Индуктивный переход обосновывается тривиальным образом. **Лемма 7** доказана.

Метатеорема 2. *Всякая* **ОФС**-*общезначимая формула доказуема в исчислении* **ОФС**.

Рассмотрим произвольную **ОФС**-общезначимую формулу **A** силлогистического языка. Допустим, что она не теорема **ОФС**. Тогда и формула $\neg\neg$**A** не доказуема в этой системе. Последнее означает, что множество $\{\neg$**A**$\}$ **ОФС**-непротиворечиво. Список **T** силлогистических терминов в составе $\neg$**A** конечен. Согласно **Лемме 1**, $\{\neg$**A**$\}$ можно расширить до **ОФС**-максимального относительно **T** множества формул Δ. Ассоциируем с ним каноническую модель $<\mathbf{D}_\Delta, \varphi_\Delta>$. В силу **Леммы 7**, всякая формула, не содержащая иных терминов, кроме входящих в список **T**, принадлежит Δ, е.т.е. эта формула истинна в модели $<\mathbf{D}_\Delta, \varphi_\Delta>$. Поскольку $\neg$**A** $\in \Delta$, постольку $|\neg\mathbf{A}| = \mathbf{1}$ в $<\mathbf{D}_\Delta, \varphi_\Delta>$. Отсюда следует, что **A** ложна в данной модели. Поэтому **A** не является **ОФС**-общезначимой формулой. В рассуждении получено противоречие. Следовательно, формула **A** доказуема в **ОФС**. **Метатеорема 2** доказана.

Итак, мы продемонстрировали адекватность построенной нами семантики системе **ОФС** обобщенной позитивной фундаментальной силлогистики. Отсюда, как было сказано в начале данной работы, вытекает погружаемость этой системы в классическое одноместное исчисление предикатов посредством функции * – стандартного, «фундаментального» перевода силлогистических формул, естественным образом расширенного относительно выражений видов *S***u***P* и *S***q***P*, которые содержат информацию о наличии между объемами терминов *S* и *P* базисных отношений исчерпываемости и неисчерпываемости универсума.

Приступим далее к построению обобщенного (за счет введения констант **u** и **q**) варианта традиционной позитивной силлогистики, которая формализуется исчислением **C4** В.А.Смирнова, дедуктивно эквивалентным силлогистике Я.Лукасевича.

Отличительной особенностью традиционной силлогистики является принятие исходной предпосылки о непустоте и неуниверсальности терминов, входящих в состав силлогистического рассуждения. Эта идея может быть реализована в семантике расширенного силлогистического языка за счет модификации понятия общезначимой формулы. Назовем формулу **A** **OC4**-общезначимой, е.т.е. $|\mathbf{A}| = \mathbf{1}$ во всякой модели $<\mathbf{D}, \varphi>$ такой, что для любого термина *S* в составе **A**, $\varphi(S) \neq \varnothing$ и $\varphi(S) \neq \mathbf{D}$.

Множество **OC4**-общезначимых формул как раз и составляет обобщенную традиционную позитивную силлогистику. Покажем, что это множество может быть аксиоматизировано исчислением **OC4**, которое получается из системы **ОФС** заменой схем аксиом **A8–A11**, **A15** на

A16. *S***a***P* $\supset$ *S***i***P*, **A17**. *S***a***P* $\supset$ *S***q***P*.

При доказательстве семантической непротиворечивости и полноты исчисления **OC4** будем использовать следующее очевидное утверждение:

Утверждение 5. *Пусть* $S_1, \ldots, S_n$ *– список всех терминов, входящих в состав произвольной формулы* **A** *языка обобщенной*

силлогистики. **А** *является* **ОС4***-общезначимой, е.т.е.* **ОФС***-общезначима формула* $(S_1\mathbf{i}S_1 \,\&\, S_1\mathbf{q}S_1 \,\&\, \ldots \,\&\, S_n\mathbf{i}S_n \,\&\, S_n\mathbf{q}S_n) \supset \mathbf{A}$.

Продемонстрируем сначала полноту системы **ОС4**.

Метатеорема 3. *Всякая* **ОС4***-общезначимая формула доказуема в исчислении* **ОС4**.

Рассмотрим произвольную **ОС4**-общезначимую формулу **А**. Согласно **Утверждению 5**, формула $(S_1\mathbf{i}S_1 \,\&\, S_1\mathbf{q}S_1 \,\&\, \ldots \,\&\, S_n\mathbf{i}S_n \,\&\, S_n\mathbf{q}S_n) \supset \mathbf{A}$ является **ОФС**-общезначимой и, по **Метатеореме 2**, доказуемой в системе **ОФС**. Несложно показать, что **ОФС** – подсистема **ОС4**. Поэтому формула $(S_1\mathbf{i}S_1 \,\&\, S_1\mathbf{q}S_1 \,\&\, \ldots \,\&\, S_n\mathbf{i}S_n \,\&\, S_n\mathbf{q}S_n) \supset \mathbf{A}$ – теорема **ОС4**. Но ее антецедент также является теоремой **ОС4** (в его доказательстве используются **А7**, **А16**, **А17** и **А0**). Значит, и консеквент – формула **А** – доказуем в **ОС4**.

Докажем обратное метаутверждение.

Метатеорема 4. *Всякая теорема исчисления* **ОС4** *является* **ОС4***-общезначимой формулой.*

Легко установить **ОС4**-общезначимость всех аксиом системы **ОС4**. Остается показать, что правило *modus ponens* сохраняет свойство "быть **ОС4**-общезначимой формулой".

Допустим, что формулы $\mathbf{A} \supset \mathbf{B}$ и **А** **ОС4**-общезначимы.

Пусть $M_1, \ldots, M_m$ – список терминов, входящих в **А**, но не входящих в **В**; $P_1, \ldots, P_p$ – список терминов, входящих и в **А**, и в **В**, а $R_1, \ldots, R_r$ – список терминов, не входящих в **А**, но входящих в **В**. Ясно, что по отдельности каждый из трех списков может, в принципе, оказаться пустым, но по крайней мере один – первый или второй, а также второй или третий – обязательно непуст.

Обозначим посредством **М** формулу $M_1\mathbf{i}M_1 \,\&\, M_1\mathbf{q}M_1 \,\&\, \ldots \,\&\, M_m\mathbf{i}M_m \,\&\, M_m\mathbf{q}M_m$, посредством **Р** – формулу $P_1\mathbf{i}P_1 \,\&\, P_1\mathbf{q}P_1 \,\&\, \ldots \,\&\, P_p\mathbf{i}P_p \,\&\, P_p\mathbf{q}P_p$, посредством **R** – формулу $R_1\mathbf{i}R_1 \,\&\, R_1\mathbf{q}R_1 \,\&\, \ldots \,\&\, R_r\mathbf{i}R_r \,\&\, R_r\mathbf{q}R_r$. Согласно принятому допущению и **Утверждению 5**, формулы $(\mathbf{M} \,\&\, \mathbf{P} \,\&\, \mathbf{R}) \supset (\mathbf{A} \supset \mathbf{B})$ и $(\mathbf{M} \,\&\, \mathbf{P}) \supset \mathbf{A}$ **ОФС**-общезначимы. Покажем, что в этом случае формула $(\mathbf{P} \,\&\, \mathbf{R}) \supset \mathbf{B}$ также будет **ОФС**-общезначимой.

Справедливость данного утверждения очевидна, когда список $M_1, \ldots, M_m$ пуст. В случае непустоты указанного списка продолжим рассуждение методом "от противного".

Предположим, что формула $(\mathbf{P} \,\&\, \mathbf{R}) \supset \mathbf{B}$ не является **ОФС**-общезначимой. Тогда существует модель $\langle \mathbf{D}, \varphi \rangle$, в которой она ложна. Значит, $|P_1\mathbf{i}P_1| = |P_1\mathbf{q}P_1| = \ldots = |P_p\mathbf{i}P_p| = |P_p\mathbf{q}P_p| = \mathbf{1}$, $|R_1\mathbf{i}R_1| = |R_1\mathbf{q}R_1| = \ldots = |R_r\mathbf{i}R_r| = |R_r\mathbf{q}R_r| = \mathbf{1}$, а $|\mathbf{B}| = \mathbf{0}$ в модели $\langle \mathbf{D}, \varphi \rangle$. Отсюда, в силу условий истинности **И2** и **И6**, следует, что множество **D** содержит, как минимум, два элемента.

Рассмотрим модель $\langle \mathbf{D}', \varphi' \rangle$, в которой $\mathbf{D}' = \mathbf{D}$, φ' сопоставляет терминам $P_1, \ldots, P_p, R_1, \ldots, R_r$ те же значения, что и φ; выделим в **D'** произвольный элемент **d**, и пусть φ' сопоставляет каждому из терминов $M_1, \ldots, M_m$ множество $\{\mathbf{d}\}$. В силу **И2**, $|M_1\mathbf{i}M_1| = \ldots = |M_m\mathbf{i}M_m| = \mathbf{1}$ в $\langle \mathbf{D}', \varphi' \rangle$, а поскольку в **D'** найдется отличный от **d**

объект, то, в силу **И6**, $|M_1\mathbf{q}M_1| = \ldots = |M_m\mathbf{q}M_m| = \mathbf{1}$ в этой модели. Таким образом, формула **M** истинна в <**D'**, φ'>.

Значения формул **P**, **R** и **B** в модели <**D'**, φ'> такие же, как и в <**D**, φ> (соответственно **1**, **1** и **0**), поскольку в их состав не входят термины M_1, ..., M_m.

Из **ОФС**-общезначимости формулы (**M** & **P**) ⊃ **A** и истинности в <**D'**, φ'> ее антецедента вытекает, что консеквент **A** в данной модели также истинен. А из этого обстоятельства, общезначимости формулы (**M** & **P** & **R**) ⊃ (**A** ⊃ **B**) и истинности **M** & **P** & **R** в <**D'**, φ'> можно сделать вывод, что $|\mathbf{B}| = \mathbf{1}$ в этой модели, что противоречит одному из положений нашего рассуждения.

Следовательно, формула (**P** & **R**) ⊃ **B** **ОФС**-общезначима, откуда по **Утверждению 5** вытекает **ОС4**-общезначимость **B**.

Правило *modus ponens* сохраняет, таким образом, свойство "быть **ОС4**-общезначимой формулой". **Метатеорема 4** доказана.

Исчисление **ОС4**, формализующее обобщенную традиционную позитивную силлогистику, погружается в классическое исчисление предикатов посредством следующего перевода Θ:

$$\Theta(\mathbf{A}) = (\exists x S_1 x \;\&\; \exists x \neg S_1 x \;\&\; \ldots \;\&\; \exists x S_n x \;\&\; \exists x \neg S_n x) \supset \mathbf{A}^*,$$

где **A** – произвольная формула расширенного языка силлогистики, а S_1, ..., S_n – список всех терминов в составе **A**.

Действительно: **A** доказуема в **ОС4**, е.т.е. (в силу **Метатеорем 3** и **4**) **A** **ОС4**-общезначима, е.т.е. (по **Утверждению 5**) формула $(S_1\mathbf{i}S_1 \;\&\; S_1\mathbf{q}S_1 \;\&\; \ldots \;\&\; S_n\mathbf{i}S_n \;\&\; S_n\mathbf{q}S_n) \supset \mathbf{A}$ **ОФС**-общезначима, е.т.е. (в силу **Метатеорем 1** и **2**) $(S_1\mathbf{i}S_1 \;\&\; S_1\mathbf{q}S_1 \;\&\; \ldots \;\&\; S_n\mathbf{i}S_n \;\&\; S_n\mathbf{q}S_n) \supset \mathbf{A}$ доказуема в системе **ОФС**, е.т.е. (в силу погружаемости **ОФС** в исчисление предикатов) $[(S_1\mathbf{i}S_1 \;\&\; S_1\mathbf{q}S_1 \;\&\; \ldots \;\&\; S_n\mathbf{i}S_n \;\&\; S_n\mathbf{q}S_n) \supset \mathbf{A}]^*$ – теорема исчисления предикатов, е.т.е. (по определению *) $(\exists x S_1 x \;\&\; \exists x \neg S_1 x \;\&\; \ldots \;\&\; \exists x S_n x \;\&\; \exists x \neg S_n x) \supset \mathbf{A}^*$ – теорема исчисления предикатов, е.т.е. (по определению Θ) формула Θ(**A**) доказуема в исчислении предикатов.

ЛИТЕРАТУРА:

1. *Лукасевич Я.* Аристотелевская силлогистика с точки зрения современной формальной логики. М., 1959.
2. *Маркин В.И.* Силлогистические теории в современной логике. М., 1991.
3. *Смирнов В.А.* Адекватный перевод утверждений силлогистики в исчисление предикатов // Актуальные проблемы логики и методологии науки. Киев, 1980.

Т.П.Костюк

ПОЗИТИВНЫЕ СИЛЛОГИСТИКИ ВАСИЛЬЕВСКОГО ТИПА[1]

Abstract. *The famous Russian logician N.A. Vasiliev in his article "About Particular Statements, Triangle of Oppositions and the Law of Excluded Forth" proposed to found the logic of syllogistic type on the ground of three kinds of propositions:* ***a****,* ***e*** *and the so called accidental propositions "Only some (not all) S are P". In this paper we try to reconstruct in Vasiliev's style three well-known syllogistic systems: fundamental Brentano-Leibnitz syllogistic, positive syllogistic fragment of Bolzano's logic and traditional syllogistic formalized by Łukasiewicz. The modification of the last system can be regarded as an adequate formalization of Vasiliev's assertoric syllogistic, because all syllogistic principles accepted by Vasiliev are provable in it.*

Н.А. Васильев в своих работах [2] выдвинул ряд идей, которые должны были привести к коренной ломке традиционных подходов в логике. Одним из объектов его критики стала аристотелевская силлогистика, или, точнее, тезис о том, что эта логическая система является единственно возможной и верной. Васильев произвел тщательный анализ категорических суждений, на основании которого продемонстрировал возможность построения альтернативных, неаристотелевских систем.

Одна из его идей состояла в рассмотрении наряду с утвердительными и отрицательными так называемых индифферентных суждений – суждений противоречия, содержащих связку "суть и не суть зараз". В русле этого подхода Васильевым была разработана "воображаемая" логика.

Другая идея, развиваемая им в статье "О частных суждениях, о треугольнике противоположностей, о законе исключенного четвертого", основана на критике традиционной трактовки частных высказываний. Васильев утверждал, что категорические суждения могут относиться либо к реальности, фактам (восприятиям и представлениям), либо к понятиям. Традиционный логический квадрат верен только в том случае, когда в него наряду с общими включаются фактические, "неопределенные" частные суждения – суждения, в которых квантор "некоторые" трактуется как "по крайней мере один, а может быть, и все". Такие суждения, по Васильеву, продиктованы неполнотой знания и скрыто содержат в себе задачу

[1] Работа выполнена при поддержке РГНФ, грант № 97-03-04352.

выяснить, все ли упомянутые предметы обладают неким свойством, или не все.

Неопределенные суждения появляются на некоторой (психологической, а не логической) стадии познания и являются переходным, "подготовительным" этапом к суждениям о понятии. Суждения же о понятии – всегда общие, и существует только три (а не четыре) их типа. Два из них – это известные суждения аристотелевской силлогистики: общеутвердительные (типа **a**) – «Все *S* есть *P*» и общеотрицательные (типа **e**) «Все *S* не есть *P*». Третью группу суждений о понятии составляют высказывания, которые обычно называют определенно-частными (типа **t**) – «Некоторые *S* есть *P*, а некоторые *S* не есть *P*». Согласно Васильеву, их можно трактовать как общие, как содержащие информацию обо всем объеме субъекта *S*: «Всякий *S* есть *P* или не есть *P*, причем одни *S* есть *P*, а все остальные не есть *P*» (данную трактовку Васильев называет дизъюнктивной).

Для суждений о понятии неверны некоторые принципы логического квадрата, в частности, законы подчинения и законы диагоналей (силлогистические варианты закона исключенного третьего). Эти принципы справедливы только по отношению к суждениям о фактах. Для суждений о понятиях Васильев предлагает треугольник противоположностей и формулирует закон исключенного четвертого: из трех суждений видов $S\mathbf{a}P$, $S\mathbf{e}P$, $S\mathbf{t}P$ одно и только одно является истинным. Указанные принципы могут быть выражены в силлогистическом языке, надстраиваемым над языком пропозициональной логики, следующим образом:

$$\neg(S\mathbf{a}P \,\&\, S\mathbf{e}P), \qquad \neg(S\mathbf{e}P \,\&\, S\mathbf{t}P), \qquad \neg(S\mathbf{a}P \,\&\, S\mathbf{t}P),$$
$$S\mathbf{a}P \vee S\mathbf{e}P \vee S\mathbf{t}P.$$

Мы ставим задачей перестроить известные системы позитивной силлогистики, приняв в качестве исходных высказывания типов **a**, **e** и **t**, дать их аксиоматизации и установить взаимоотношение с исчислением предикатов, а также решить вопрос, какие из этих систем могут рассматриваться в качестве адекватных реконструкций ассерторической силлогистики самого Васильева.

Первая система васильевского типа **C2V** была предложена В.А. Смирновым [5]. Ее постулатами являются:

A0. Схемы аксиом исчисления высказываний,

A1. $(M\mathbf{a}P \,\&\, S\mathbf{a}M) \supset S\mathbf{a}P$,

A2. $(M\mathbf{e}P \,\&\, S\mathbf{a}M) \supset S\mathbf{e}P$,

A3. $S\mathbf{e}P \supset P\mathbf{e}S$,

A4. $\neg(S\mathbf{a}P \,\&\, S\mathbf{e}P)$,

A5. $\neg(S\mathbf{a}P \,\&\, S\mathbf{t}P)$,

A6. $\neg(S\mathbf{e}P \,\&\, S\mathbf{t}P)$,

A7. $S\mathbf{a}P \vee S\mathbf{e}P \vee S\mathbf{t}P$,

A8. $S\mathbf{e}P \vee S\mathbf{a}S$,

modus ponens.

В.А. Смирнов доказал дефинициальную эквивалентность системы **C2V** и силлогистики **C2** стандартного языка, в основе которой лежит трактовка категорических суждений, явно сформули-

рованная В. Оккамом и предполагавшаяся самим Аристотелем. Согласно этой трактовке, каждое утвердительное суждение с пустым субъектом ложно, а каждое отрицательное истинно.

В системе **C2** определение константы **t** таково:

$$\mathit{St}P \Leftrightarrow \mathit{Si}P \;\&\; \mathit{So}P.$$

В системе **C2V** определения констант **i** и **o** следующие:

$$\mathit{Si}P \Leftrightarrow \neg \mathit{Se}P, \qquad \mathit{So}P \Leftrightarrow \neg \mathit{Sa}P.$$

В.А. Смирновым получен результат о погружаемости **C2V** в исчисление предикатов посредством функции, которая переводит элементарные силлогистические формулы трех типов следующим образом:

$$\mathit{Sa}P \to \exists x \mathit{S}x \;\&\; \forall x(\mathit{S}x \supset \mathit{P}x), \qquad \mathit{Se}P \to \forall x(\mathit{S}x \supset \neg \mathit{P}x),$$

$$\mathit{St}P \to \exists x(\mathit{S}x \;\&\; \mathit{P}x) \;\&\; \exists x(\mathit{S}x \;\&\; \neg \mathit{P}x).$$

В системе **C2V** правомерны шесть модусов четырех фигур: $(\mathit{Ma}P \;\&\; \mathit{Sa}M) \supset \mathit{Sa}P$; $(\mathit{Me}P \;\&\; \mathit{Sa}M) \supset \mathit{Se}P$; $(\mathit{Pa}M \;\&\; \mathit{Se}M) \supset \mathit{Se}P$; $(\mathit{Pe}M \;\&\; \mathit{Sa}M) \supset \mathit{Se}P$; $(\mathit{Mt}P \;\&\; \mathit{Ma}S) \supset \mathit{St}P$; $(\mathit{Pa}M \;\&\; \mathit{Me}S) \supset \mathit{Se}P$. Доказуемы также все законы треугольника противоположностей, что позволяет считать систему **C2V** одной из возможных реконструкций ассерторической силлогистики Васильева.

Осуществим модификацию в васильевском духе фундаментальной позитивной силлогистики, в основе которой лежит стандартная трактовка силлогистических констант: общие суждения считаются истинными, а неопределенно-частные ложными при пустом субъекте.

Система **ФВ**, аксиоматизирующая фундаментальную силлогистику васильевского типа (в языке с исходными константами **a**, **e** и **t**), получается из **C2V** заменой схем аксиом **A4** и **A8** на:

A9. $\mathit{Sa}S$, **A10.** $\mathit{Se}S \supset \mathit{Se}P$, **A11.** $\mathit{Se}S \supset \mathit{Sa}P$.

Нами установлена дефинициальная эквивалентность системы **ФВ** и построенного В.И. Маркиным [3] исчисления **ФС**, формализующего обычную фундаментальную силлогистику. Определение **t** в **ФС** определения **i** и **o** в **ФВ** такие же, как в системах **C2** и **C2V**. Из этого факта, а также из доказанной В.И. Маркиным погружаемости **ФС** в исчисление предикатов следует, что **ФВ** также погружается в исчисление предикатов, причем переводы элементарных силлогистических формул таковы:

$$\mathit{Sa}P \to \forall x(\mathit{S}x \supset \mathit{P}x), \qquad \mathit{Se}P \to \forall x(\mathit{S}x \supset \neg \mathit{P}x).$$

$$\mathit{St}P \to \exists x(\mathit{S}x \;\&\; \mathit{P}x) \;\&\; \exists x(\mathit{S}x \;\&\; \neg \mathit{P}x).$$

В системе **ФВ** имеются те же шесть правильных модусов четырех фигур, что и в системе **C2V**. Однако **ФВ** нельзя считать адекватной реконструкцией ассерторической силлогистики Васильева, поскольку один из законов треугольника противоположностей – $\neg(\mathit{Sa}P \;\&\; \mathit{Se}P)$ – не является теоремой данной системы. Доказуемо в ней лишь ослабление этого закона – $\neg \mathit{Se}S \supset$

$\neg(SaP \,\&\, SeP)$, утверждающее, что суждения SaP и SeP несовместимы при условии непустоты их субъекта.

В больцановской силлогистике всякое суждение, как утвердительное, так и отрицательное, утверждает непустоту своего субъекта. Данной трактовке соответствуют следующие переводы общеутвердительных и общеотрицательных высказываний:

$$SaP \to \forall x(Sx \supset Px) \,\&\, \exists x Sx, \quad SeP \to \forall x(Sx \supset \neg Px) \,\&\, \exists x Sx.$$

Интерпретацию StP естественно оставить прежней.

Нами установлено, что данный перевод, стандартным образом распространенный на сложные формулы, погружает в исчисление предикатов систему **БВ** васильевского типа, которая получается из **C2** отбрасыванием схем **A3**, **A7**, **A8** и добавлением следующих постулатов:

A12. $(SaP \vee StP) \supset (PaS \vee PtS)$, **A13.** $(SaP \vee StP) \supset SaS$,

A14. $SaS \supset (SaP \vee SeP \vee StP)$.

Несложно показать, что система **БВ** дефинициально эквивалентна исчислению **СБ** В.И. Маркина [3], формализующему позитивный фрагмент силлогистики Больцано.

Определение суждений типа **t** в **СБ** такое же, как и в рассмотренных ранее системах. Определения **i** и **o** в системе **БВ** следующие:

$$SiP \Leftrightarrow SaP \vee StP, \qquad SoP \Leftrightarrow SeP \vee StP.$$

С учетом данных определений проясним содержательный смысл схем **A12–A14**. **A12** представляет собой аналог закона **i**-обращения. **A13** указывает на непустоту субъекта в истинных высказываниях SaP и StP (формула SaS в системе **БВ**, также как и в **C2V**, содержит информацию о непустоте термина S). **A14** означает, что принцип исключенного четвертого – $SaP \vee SeP \vee StP$ – имеет место в том случае, когда S непуст. Фактически, в системе **БВ** доказуемо лишь ослабление закона исключенного четвертого, которое можно трактовать как принцип "исключенного пятого": **A14** равносильна формуле $SaP \vee SeP \vee StP \vee \neg SaS$ (либо верна одна из формул типов **a**, **e** и **t**, либо субъект высказывания пуст).

Сказанное означает, что система **БВ**, также как и **ФВ**, не может претендовать на роль адекватной формализации силлогистики Васильева.

Рассмотрим далее исчисление **C4** В.А. Смирнова, дедуктивно эквивалентное силлогистике Я. Лукасевича. Эта система адекватно формализует чистый позитивный фрагмент традиционной силлогистики. Сформулируем в языке с исходными константами **a**, **e** и **t** исчисление **C4B**, дефинициально эквивалентное **C4**. Оно получается из **C2V** добавлением новой схемы аксиом

A15. $\neg SeS$.

Определение константы **t** в **C4** и определения **i** и **o** в **C4B** такие же, как для систем **C2** и **C2V**.

Для системы **C4** существует несколько неэквивалентных друг

другу адекватных переводов в исчисление предикатов. Один из них, предложенный В.А. Бочаровым [1], задает следующую интерпретацию силлогистических формул:

$$\mathit{SaP} \rightarrow \forall x(\mathit{Sx} \supset \mathit{Px}) \;\&\; (\exists x \mathit{Sx} \vee \neg\exists x \mathit{Px}),$$

$$\mathit{SiP} \rightarrow \exists x(\mathit{Sx} \;\&\; \mathit{Px}) \vee (\neg\exists x \mathit{Sx} \;\&\; \neg\exists x \mathit{Px}),$$

$$\mathit{SeP} \rightarrow \forall x(\mathit{Sx} \supset \neg \mathit{Px}) \;\&\; (\exists x \mathit{Sx} \vee \exists x \mathit{Px}),$$

$$\mathit{SoP} \rightarrow \exists x(\mathit{Sx} \;\&\; \neg \mathit{Px}) \vee (\neg\exists x \mathit{Sx} \;\&\; \exists x \mathit{Px}).$$

Учитывая дефинициальную эквивалентность **С4** и **С4В**, а также доказанную В.А. Смирновым [4] и В.И. Маркиным [3] погружаемость **С4** в исчисление предикатов посредством перевода Бочарова, можно обосновать утверждение о погружаемости **С4В** в исчисление предикатов посредством функции, интерпретирующей формулы типов *SaP* и *SeP* только что указанным способом, а формулы типа *StP* – конъюнкцией переводов *SiP* и *SoP*.

Существует другой перевод системы **С4** в исчисление предикатов (назовем его Θ), определяющийся с использованием "фундаментального" перевода силлогистических формул *:

$$\Theta(\mathbf{A}) = (\exists x S_1 x \;\&\; \ldots \;\&\; \exists x S_n x) \supset \mathbf{A}^*,$$

где А – произвольная формула языка **С4**, а S_1, ..., S_n – список всех силлогистических терминов, входящих в ее состав. Такой перевод представляется более естественным, в нем явным образом фиксируется принимавшаяся в традиционной логике предпосылка о непустоте терминов в составе силлогистического рассуждения.

Изменим область определения функций Θ и *: будем считать, что их аргументами являются формулы силлогистики **С4В** васильевского типа. Перевод * в этом случае будет представлять собой сформулированную ранее операцию, погружающую систему **ФВ** (модификацию в стиле Васильева фундаментальной силлогистики) в исчисление предикатов.

Докажем, что Θ погружает силлогистику **С4В** в исчисление предикатов. При этом в качестве "промежуточной" системы будем использовать исчисление **ФВ**. Зададим перевод ω из **С4В** в **ФВ**:

$$\omega(\mathbf{A}) = (\neg S_1 \mathbf{e} S_1 \;\&\; \ldots \;\&\; \neg S_n \mathbf{e} S_n) \supset \mathbf{A},$$

где **A** – произвольная формула силлогистического языка с исходными константами **a**, **e** и **t**, а S_1, ..., S_n – список всех силлогистических терминов, входящих в ее состав.

Несложно показать, что композиция переводов ω и * равносильна в классической логике предикатов переводу Θ:

$$[\omega(\mathbf{A})]^* = [(\neg S_1 \mathbf{e} S_1 \;\&\; \ldots \;\&\; \neg S_n \mathbf{e} S_n) \supset \mathbf{A}]^* = (\neg(S_1 \mathbf{e} S_1)^* \;\&\; \ldots \;\&\; \neg(S_n \mathbf{e} S_n)^*) \supset \mathbf{A}^* = (\neg\forall x(S_1(x) \supset \neg\, S_1(x)) \;\&\; \ldots \;\&\; \neg\forall x(S_n(x) \supset \neg S_n(x)) \supset \mathbf{A}^* \equiv (\exists x S_1 x \;\&\; \ldots \;\&\; \exists x S_n x) \supset \mathbf{A}^* = \Theta(\mathbf{A}).$$

Следовательно, поскольку * погружает **ФВ** в исчисление предикатов, для демонстрации погружаемости в него посредством Θ системы **С4В**, достаточно показать, что ω погружает **С4В** в **ФВ**.

Будем использовать следующий критерий погружаемости одного исчисления в другое, сформулированный В.А. Смирновым [4]: исчисление $\mathbf{S_1}$ погружается в исчисление $\mathbf{S_2}$ посредством функции ψ_1, если и только если (1) для каждой формулы **A** языка $\mathbf{S_1}$ имеет место $\mathbf{S_1}|\!-\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{S_2}|\!-\psi_1(\mathbf{A})$); и существует функция ψ_2 из $\mathbf{S_2}$ в $\mathbf{S_1}$ такая, что (2) для каждой формулы **A** языка $\mathbf{S_2}$ имеет место $\mathbf{S_2}|\!-\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{S_1}|\!-\psi_2(\mathbf{A})$); и (3) для каждой формулы **A** языка $\mathbf{S_1}$ имеет место $\mathbf{S_1}|\!-\mathbf{A} \equiv \psi_2(\psi_1(\mathbf{A}))$.

В качестве $\mathbf{S_1}$ будет выступать силлогистика **C4B**, в качестве $\mathbf{S_2}$ – силлогистика **ФВ**, а в роли ψ_1 – перевод ω.

Покажем, что ω-переводы всех теорем системы **C4B** доказуемы в **ФВ**.

Пусть **A** – произвольная теорема **C4B**, а последовательность формул $\mathbf{C_1}$, ..., $\mathbf{C_k}$ – ее доказательство в этой системе. Методом возвратной индукции докажем, что ω-перевод любой формулы данной последовательности является теоремой **ФВ**.

Рассмотрим произвольную формулу $\mathbf{C_i}$, входящую в состав доказательства **A**. Допустим, что ω-переводы всех формул доказательства, предшествовавших $\mathbf{C_i}$, являются теоремами **ФВ**. Покажем, что это утверждение справедливо и для $\mathbf{C_i}$.

Согласно определению доказательства, $\mathbf{C_i}$ может быть либо аксиомой **C4B**, либо получена из предыдущих формул по правилу *modus ponens*.

Рассмотрим первый случай: $\mathbf{C_i}$ является аксиомой **C4B**.

Если $\mathbf{C_i}$ является одной из аксиом **A0–A3**, **A5–A7**, то, поскольку аналогичные аксиомы имеются и в **ФВ**, ω($\mathbf{C_i}$), т.е. формула $(\neg S_1 \mathbf{e} S_1 \,\&\, \ldots \,\&\, \neg S_n \mathbf{e} S_n) \supset \mathbf{C_i}$, выводится в системе **ФВ** из $\mathbf{C_i}$ с использованием закона утверждения консеквента.

Перевод аксиомы **A15** – формула $\neg S\mathbf{e}S \supset \neg S\mathbf{e}S$ – является пропозициональной тавтологией.

Докажем в **ФВ** ω-переводы **A4** и **A7**.

$$\omega(\neg(S\mathbf{a}P \,\&\, S\mathbf{e}P)) = (\neg S\mathbf{e}S \,\&\, \neg P\mathbf{e}P) \supset \neg(S\mathbf{a}P \,\&\, S\mathbf{e}P).$$

1.	$S\mathbf{e}P \supset P\mathbf{e}S$	**A3**
2.	$(P\mathbf{e}S \,\&\, S\mathbf{a}P) \supset S\mathbf{e}S$	**A2**
3.	$(S\mathbf{a}P \,\&\, S\mathbf{e}P) \supset S\mathbf{e}S$	1,2
4.	$(\neg S\mathbf{e}S \,\&\, \neg P\mathbf{e}P) \supset \neg(S\mathbf{a}P \,\&\, S\mathbf{e}P)$	3.

$$\omega(S\mathbf{e}P \vee S\mathbf{a}S) = (\neg S\mathbf{e}S \,\&\, \neg P\mathbf{e}P) \supset (S\mathbf{e}P \vee S\mathbf{a}S).$$

1.	$S\mathbf{a}S$	**A9**
2.	$S\mathbf{e}P \vee S\mathbf{a}S$	1
3.	$(\neg S\mathbf{e}S \,\&\, \neg P\mathbf{e}P) \supset (S\mathbf{e}P \vee S\mathbf{a}S)$	2.

Рассмотрим далее случай, когда $\mathbf{C_i}$ получена из $\mathbf{C_j} \supset \mathbf{C_i}$, $\mathbf{C_j}$ по правилу *modus ponens*. Пусть M_1, ..., M_m – список терминов, входящих в $\mathbf{C_j}$, но не входящих в $\mathbf{C_i}$, P_1, ..., P_p – список терминов, входящих в $\mathbf{C_j}$ и $\mathbf{C_i}$, Q_1, ..., Q_q – список терминов, входящих в $\mathbf{C_i}$, но не входящих в $\mathbf{C_j}$. По отдельности каждый из этих списков может

оказаться пустым, но по крайней мере один из них - первый или второй, а также второй или третий обязательно непуст.

Обозначим через $\mathbf{K_M}$ формулу $(\neg M_1 \mathbf{e} M_1 \,\&\, ... \,\&\, \neg M_m \mathbf{e} M_m)$, через $\mathbf{K_P}$ – формулу $(\neg P_1 \mathbf{e} P_1 \,\&\, ... \,\&\, \neg P_p \mathbf{e} P_p)$ и через $\mathbf{K_Q}$ – формулу $(\neg Q_1 \mathbf{e} Q_1 \,\&\, ... \,\&\, \neg Q_q \mathbf{e} Q_q)$. Тогда $\omega(\mathbf{C_j}) = (\mathbf{K_M} \,\&\, \mathbf{K_P}) \supset \mathbf{C_j}$, $\omega(\mathbf{C_j} \supset \mathbf{C_i}) = (\mathbf{K_M} \,\&\, \mathbf{K_P} \,\&\, \mathbf{K_Q}) \supset (\mathbf{C_j} \supset \mathbf{C_i})$.

По индуктивному допущению эти формулы доказуемы в **ФВ**. Покажем, что в таком случае теоремой будет и перевод $\mathbf{C_i}$: $\omega(\mathbf{C_i}) = (\mathbf{K_P} \,\&\, \mathbf{K_Q}) \supset \mathbf{C_i}$.

Из доказуемости $(\mathbf{K_M} \,\&\, \mathbf{K_P}) \supset \mathbf{C_j}$ и $(\mathbf{K_M} \,\&\, \mathbf{K_P} \,\&\, \mathbf{K_Q}) \supset (\mathbf{C_j} \supset \mathbf{C_i})$ вытекает доказуемость формулы $\mathbf{K_M} \supset ((\mathbf{K_P} \,\&\, \mathbf{K_Q}) \supset \mathbf{C_i})$, т.е. $\mathbf{K_M} \supset \omega(\mathbf{C_i})$.

Если список M_1, ..., M_m пуст, то уже имеем доказательство ω-перевода $\mathbf{C_i}$. Если список непуст, то продолжим доказательство методом "от противного".

Допустим, что $\omega(\mathbf{C_i})$ недоказуема в **ФВ**. Напомним, что это исчисление является модификацией позитивной фундаментальной силлогистики **ФС**, сформулированной в стандартном силлогистическом языке. Для исчисления **ФС** В.И. Маркиным [3] построена теоретико-множественная семантика, доказаны метатеоремы о непротиворечивости и полноте. Из отмеченного выше факта дефинициальной эквивалентности систем **ФС** и **ФВ** следует, что для последней также существует адекватная семантика. Класс теорем исчисления **ФС** совпадает с множеством формул истинных во всех моделях <**D**, φ> таких, что $\mathbf{D} \neq \varnothing$, $\varphi(S) \subseteq \mathbf{D}$ для любого термина S, а условия истинности элементарных формул задаются следующим образом (для сложных формул они обычные):

$|S\mathbf{a}P| = \mathbf{1}$, е.т.е. $\varphi(S) \subseteq \varphi(P)$,

$|S\mathbf{e}P| = \mathbf{1}$, е.т.е. $\varphi(S) \cap \varphi(P) = \varnothing$,

$|S\mathbf{t}P| = \mathbf{1}$, е.т.е. $\varphi(S) \cap \varphi(P) \neq \varnothing$ и $\varphi(S) \setminus \varphi(P) \neq \varnothing$.

В силу семантической полноты **ФВ** из недоказуемости в этой системе формулы $\omega(\mathbf{C_i})$ следует, что она не является **ФВ**-общезначимой, то есть существует модель <**D**, φ>, в которой она принимает значение **0**.

Рассмотрим модель <**D**, φ′>, где φ′ всем терминам, отличным от M_1, ..., M_m приписывает те же подмножества **D**, что и φ, а $\varphi'(M_1) = \varphi'(M_2) = ... = \varphi'(M_m) = \mathbf{D}$. В модели <**D**, φ′> каждая из формул $\neg M_1 \mathbf{e} M_1$, ..., $\neg M_m \mathbf{e} M_m$ примет значение **1** в силу непустоты множества **D**. Поэтому и конъюнкция этих формул $\mathbf{K_M}$ истинна в рассматриваемой модели. Значение формулы $\omega(\mathbf{C_i})$ в модели <**D**, φ′> будет таким же, как и в модели <**D**, φ>, поскольку она не содержит терминов M_1, ..., M_m, т.е. она примет значение **0**.

Отсюда следует, что формула $\mathbf{K_M} \supset \omega(\mathbf{C_i})$ ложна в <**D**, φ′> и поэтому она не является **ФВ**-общезначимой. В силу семантической непротиворечивости **ФВ** получаем, что $\mathbf{K_M} \supset \omega(\mathbf{C_i})$ недока-

зуема в этой системе, что противоречит полученному ранее из индуктивного предположения следствию.

Поэтому допущение о недоказуемости $\omega(C_i)$ неверно. Следовательно, эта формула является теоремой **ФВ**.

Итак, мы доказали, что ω-перевод каждой из формул, входящих в доказательство произвольной теоремы **A** системы **C4B** доказуем в **ФВ**. И поскольку последняя формула доказательства $\mathbf{C}_k$ есть **A**, то **ФВ**|– ω(**A**). Таким образом, показана справедливость первой части критерия В.А. Смирнова:

$$\forall \mathbf{A}(\mathbf{C4B}|\!-\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{ФВ}|\!-\omega(\mathbf{A})).$$

В качестве обратного перевода τ из **ФВ** в **C4B** рассмотрим тождественное преобразование:

$$\tau(\mathbf{A}) = \mathbf{A}.$$

Необходимо показать, что все теоремы **ФВ** доказуемы в **C4B**. Аксиомы системы **ФВ** видов **A0**–**A3**, **A5**–**A7** являются также аксиомами **C4B**.

A9. $S\mathbf{a}S$.

1. $S\mathbf{e}S \vee S\mathbf{a}S$	**A8**
2. $\neg S\mathbf{e}S$	**A15**
3. $S\mathbf{a}S$	1,2.

A10. $S\mathbf{e}S \supset S\mathbf{e}P$.

1. $\neg S\mathbf{e}S$	**A15**
2. $S\mathbf{e}S \supset S\mathbf{e}P$	1

A11. $S\mathbf{e}S \supset S\mathbf{a}P$ – доказывается аналогично.

Правило *modus ponens* является единственным в обеих системах. Рассмотрение второй части критерия В.А. Смирнова завершено.

Остается продемонстрировать, что для произвольной силлогистической формулы **A** теоремой системы **C4B** является формула **A** ≡ τ(ω(**A**)). Поскольку τ(ω(**A**)) = ω(**A**) = $(\neg S_1\mathbf{e}S_1 \,\&\, \ldots \,\&\, \neg S_n\mathbf{e}S_n) \supset \mathbf{A}$, нам следует показать что **C4B**|– **A** ≡ $((\neg S_1\mathbf{e}S_1 \,\&\, \ldots \,\&\, \neg S_n\mathbf{e}S_n) \supset \mathbf{A})$. Импликация **A** ⊃ $((\neg S_1\mathbf{e}S_1 \,\&\, \ldots \,\&\, \neg S_n\mathbf{e}S_n) \supset \mathbf{A})$ является пропозициональной тавтологией. Обратная импликация $((\neg S_1\mathbf{e}S_1 \,\&\, \ldots \,\& \neg S_n\mathbf{e}S_n) \supset \mathbf{A}) \supset \mathbf{A}$ также доказуема в **C4B**, поскольку формулы $\neg S_1\mathbf{e}S_1$, ..., $\neg S_n\mathbf{e}S_n$ являются ее аксиомами.

Таким образом, все три части критерия В.А. Смирнова выполняются. Операция ω погружает **C4B** в **ФВ**, а значит перевод Θ погружает **C4B** в исчисление предикатов.

Из всех рассмотренных систем силлогистики, строящихся в языке с исходными константами **a**, **e** и **t**, только в системе В.А. Смирнова **C2V** и в системе **C4B** выполняются все законы треугольника противоположностей Н.А. Васильева. Поэтому только эти системы могут рассматриваться как адекватные идеям Васильева, претендовать на роль формальных реконструкций его ассерторической силлогистики. Ответ на вопрос, какая из двух

силлогистик – **C2V** или **C4B** – ближе взглядам самого Васильева, весьма затруднителен, поскольку в его работах не сформулирована точная семантика категорических высказываний. Можно лишь высказать предположение, что поскольку во времена Васильева доминирующее положение занимала традиционная, а не аристотелевско-оккамовская версия силлогистики, именно этот традиционный вариант силлогистической теории и был перестроен Васильевым в свете его оригинальной трактовки частных суждений. Система **C4B** как раз и является модификацией исчисления **C4**, формализующего традиционную позитивную силлогистику, – модификацией, осуществляемой в языке, элементарные формулы которого являются формами васильевских суждений о понятии.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Бочаров В.А.* Аристотель и традиционная логика. М., 1984.
2. *Васильев Н.А.* Воображаемая логика. М., 1989.
3. *Маркин В.И.* Силлогистические теории в современной логике. М., 1991.
4. *Смирнов В.А.* Логические методы анализа научного знания. М., 1987.
5. *Смирнов В.А.* Логические идеи Н.А. Васильева и современная логика // Н.А. Васильев. Воображаемая логика. М., 1989.

К.И.Бахтияров

ИНТЕРАКТИВНАЯ ИГРА «КЭРРОЛЛ» И КАЛЬКУЛЯТОР «АРИСТОТЕЛЬ»

Abstract. *The algorithm of the solution of syllogisms suggested by author is based on his method of logical vectors. We give a detailed description of the structure of an electronic table Aristotle.xls for solving syllogisms. The method was realized by the author in electronic tables Excel 7. The introduction of logic vectors has allowed us to reduce the reception of the conclusions to arithmetic actions with their components and to realize the computer analogues of Carroll's logic game in programmes: «Aristotle.exe» and «Carroll.exe» in Visual Basic 5. The electronic tables of syllogisms and the interactive programmes permit us to do away completely with the memorizing the traditional mnemonics, giving an evident and a simple way of derivation the conclusion from premises of the syllogism.*

«Никто никогда не слышал о калькуляторах...
для философских проблем.»
К.Саймак

Целью этой статьи является применение интерактивных компьютерных методов к умозаключениям на основе ***векторного подхода*** [1]. Новый подход был реализован в программах *Aristotle.exe*, *Carroll.exe*, написанных на *Visual Basic*. При арифметизации будем кодировать утверждение числом +1, отрицание числом –1, а отсутствие информации - числом 0.

Частноутвердительному суждению соответствует положительный вектор, а общеотрицательному суждению - отрицательный вектор. Если обозначить: x = ученые, y = люди, z = смертные, то вектор +(1, 0, 1) будет обозначать частноутвердительное суждение "Некоторые ученые смертны" = "Некоторые x суть z", а вектор –(1, 0, –1) - общеотрицательное суждение "Ни один ученый не бессмертен" = "Ни один x не есть не-z". Эти два вектора дают общеутвердительное суждение "Все ученые смертны" = "Все x суть z".

Получение логического заключения сводится к исключению термина-посредника "y" (среднего термина силлогизма). Приведем пример силлогизма, который состоит из общеутвердительных суждений

Все люди смертны
Все ученые - люди
Все ученые смертны

В векторных обозначениях приведенный выше силлогизм может быть записан в следующем виде:

Все люди смертны	**=Все *y* суть *z***	**=+(0,1,1)–(0,1,-1)**
Все ученые - люди	**=Все *x* суть *y***	**= +(1,1,0)–(1,-1,0)**
Все ученые смертны	**=Все *x* суть *z***	**= +(1,0,1)–(1,0,-1)**

При решении проблемы разрешимости силлогизмов решающую роль играет *принцип аннигиляции*. Заключение следует из данных посылок при условии обнуления ровно одной компоненты при сложении или вычитании векторов.

В заключении получаем положительный вектор как перекрестную разность (1,1,0)–(0,1,–1)=(1,0,1), а отрицательный вектор - как знак суммы отрицательных частей (0,1,–1) + (1,–1,0) = (1,0,–1). ***Заключение принимается, когда сумма отрицательных частей или хотя бы одна перекрестная разность дает ровно один нуль.*** Другая разность (0, 1, 1) – (1,–1,0) = (–1,2,1) отвергается, ибо число 2 в заключении указывает на несовместность утверждения +1 и отрицания –1.

Эффективность нового метода наглядно проявляется в таблице *EXCEL*, которую Билл Гейтс назвал электронной таблицей будущего. «Это стало большим достижением. Они позволили вставлять в ячейки таблиц любые формулы» [2]. По его признанию, когда в 1975 году была основана фирма *Microsoft*, «появление первой электронной таблицы предугадать было невозможно». Однако всего два года спустя Дэн Бриклин изобрел ее за одну неделю, на которую ему одолжили компьютер *Apple II*, чтобы у него была возможность разработать действующую модель своей программы. Так возник прототип пакета *EXCEL*, который по праву считается современным суперкалькулятором.

Векторный подход для решения силлогизмов был реализован автором в таблицах *Excel* [1]. Дадим описание структуры электронной таблицы *Aristotle.xls* для решения силлогизмов. Заключение принимается при условии ровно одного обнуления при сложении или вычитании векторов. В противном случае - заключение отвергается, что записывается как нулевая строка. Электронная таблица *Aristotle.xls* построена с использованием массивов, в которых покомпонентные вычисления выполнены с помощью единых компактных формул (рис.1).

Вычисление ***положительноо вектора заключения*** сводится к получению: 1)*вектора обнулений*

B4:D4={=ЕСЛИ(ABS(B2:D2+F3:H3)=2;1;0)};

2) *суммы обнулений* A4=СУММ(B4:D4);3);

3) *положительного вектора заключения* B5:D5=

={= A4*(B2:D2–F3:H3)} как массива разностей.

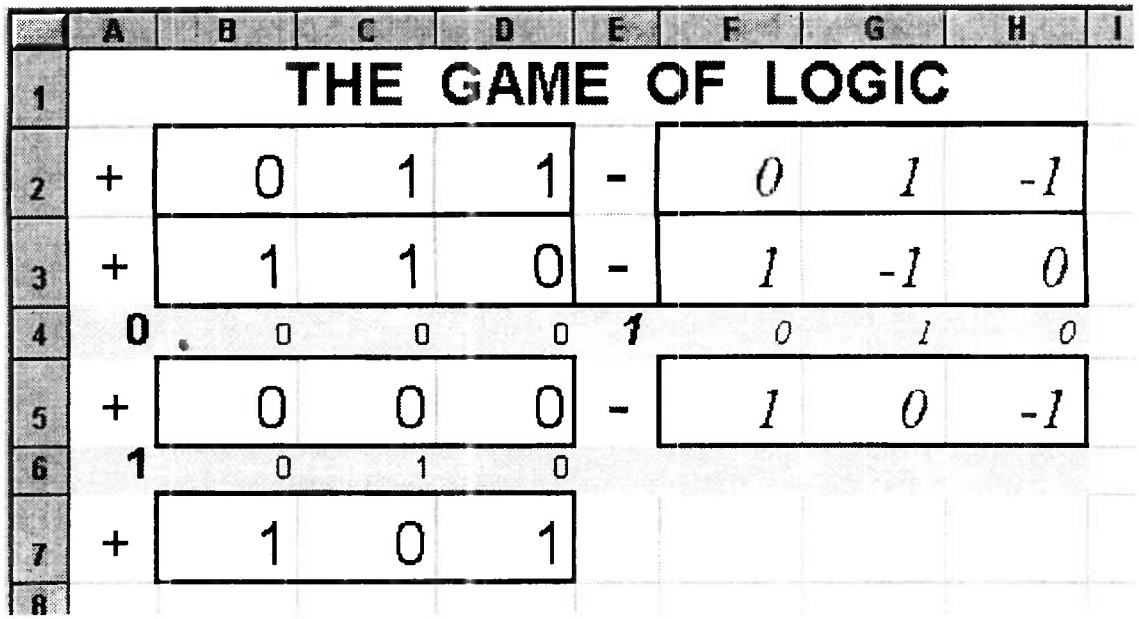


Рис.1

«EXCEL считает массив одним элементом» [3]. Покажем как создавать массив для функции (1), легко формируя ссылки. Мышью выделяем *вектор обнулений* от B4 до D4, печатаем знак « = » и нажимаем кнопку мастера функций f_x, вызывая оператор ЕСЛИ. Печатаем « ABS(», выделяем мышью положительный вектор 1-й посылки от B2 до D2, печатаем знак « + », выделяем мышью отрицательный вектор 2-й посылки от F3 до H3 и печатаем «) = 2 ». Нажимаем клавишу TAB, печатаем цифру 1, а затем нажимаем клавишу TAB, печатаем цифру 0. Вместо клавиши ENTER используется аккорд клавиш SHIFT+CTRL+ENTER, что автоматически добавляет фигурные скобки, размножая ***формулу массива*** по всем его ячейкам. Для вычисления *суммы обнулений* (2) устанавливаем курсор в клетке A4 и нажимаем кнопку автосуммирования Σ, вызывая оператор СУММ. Выделяем мышью *вектор обнулений* от B4 до D4 и нажимаем клавишу ENTER.

С целью создания массива для функции (3) мышью выделяем *положительный вектор заключения* от B5 до D5. Затем печатаем знак « = », выделяем мышью клетку A4, печатаем « *(», выделяем мышью положительный вектор 1-й посылки от B2 до D2, печатаем знак « – », выделяем мышью отрицательный вектор 2-й посылки от F3 до H3, печатаем «) », и для введения массива используем аккорд клавиш SHIFT+CTRL+ENTER.

Компоненты ***другого положительного вектора*** от B7 до D7 вычисляются аналогично как разности: {= A6*(B3:D3–F2:H2)} с учетом суммы A6 = СУММ(B6:D6) для чисел обнулений от B6 до D6: {= ЕСЛИ(ABS(B3:D3+F2:H2)=2; 1; 0)}. Компоненты от F5 до H5 ***отрицательного вектора*** вычисляются как знаки сумм: {= E4*ЗНАК(F2:H2+F3:H3)} с учетом суммы E4 = СУММ(F4:H4) для чисел обнулений от F4 до H4: {= ЕСЛИ(ABS(F2:H2–F3:H3)=2; 1; 0)}. Изменение значений ком-

понентов первой пары положительного вектора от B2 до D2 и отрицательного вектора от F2 до H2; а также второй пары положительного вектора B3 до D3 и отрицательного вектора от F3 до H3 приводит к автоматическому пересчету электронной таблицы. ***Результаты вычислений прочитываются в клетках:*** от B5 до D5 (для положительного вектора заключения) и от F5 до H5 (для отрицательного вектора заключения), а также от B7 до D7 (для второго положительного вектора заключения). Изменяя данные, вы можете сразу же видеть результаты.

Традиционные способы решения основаны на аристотелевой классификации модусов на 4 фигуры. Но попробуйте сами вывести заключение из пары посылок: «Ни один честный человек не мошенник», «Ни один бесчестный человек не заслуживает доверия». В отличие от Аристотеля, у Кэрролла выводим силлогизм:

Ни один честный человек (*y*) не мошенник (*x*) =–(1,1,0)

Ни один бесчестный человек (-*y*) не заслуживает доверия(*z*)=–(0,-1,1)

Ни один мошенник (*x*) не заслуживает доверия (*z*) =–(1,0,1)

В книге «Логическая игра» Кэрролл предупреждает, что в учебниках по логике нет такого правила, по которому из двух отрицательных посылок следует отрицательное заключение. А в приведенном примере это заключение - «Ни один мошенник не заслуживает доверия», которое следует по первой фигуре Кэрролла. «Эти логики испытывают нечто вроде нервического припадка при виде признаков, начинающихся с отрицательной частицы. Но не будем ссориться... и предоставим им идти навстречу своей судьбе. Вряд ли можно повстречать что-нибудь более опасное, чем собственная судьба!» [4].

Кэрроллом были сформулированы законы вывода силлогизмов в виде словесных правил-фигур. Взаимное уничтожение одноименных координат: для разных знаков реализуется операцией ***сложения*** отрицательных векторов (*первая формула Кэрролла*), для одинаковых знаков - операцией ***вычитания*** противоположных векторов (*вторая формула Кэрролла*) [5].. Метод Кэрролла позволяет полностью избавиться от запоминания традиционных мнемонических слов, давая наглядный и простой способ получения заключения из посылок силлогизма. Г.К.Честертон назвал его метод ***«геометрией мысли будущего».*** *Формулы* Кэрролла позволяют сразу, без диаграмм выводить заключение.

Недаром один из лидеров группы французских математиков, писавших под псевдонимом Н.Бурбаки, предсказывал, что «открытия, которые стоили стольких усилий ... рискуют превратиться в игрушки для школьников будущих поколений». [6]. Сегодня школьник может играть в логическую игру уже на компьютере [7]. Она была впервые придумана замечательным педагогом и логиком Л.Кэрроллом (более известном у нас как автор «Алисы в Стране Чудес»), столетие со дня смерти которого весь мир отмечает в 1998 году. Ему удалось сделать существенный шаг - *свести*

умозаключения к передвижению фишек на игровой доске. Желающим Кэрролл даже предлагает выслать комплект из фишек и игровой доски. «Чтобы играть в эту игру, необходимо иметь девять фишек... Например, четыре красных и пять черных... Хотя одного игрока для нашей игры вполне достаточно, намного интереснее играть в нее вдвоем и помогать друг другу исправлять допущенные ошибки» [4, 5]. Г.К.Честертон называл метод диаграмм Кэрролла ***«геометрией мысли будущего».***

Автору удалось сделать следующий шаг - *свести умозаключения к действиям с логическими векторами.* [8]. Аналитическая силлогистика является синтезом алгебры и геометрии логики, а не версией аксиоматической силлогистики. Это во многом аналогично синтезу, осуществленному при создании аналитической геометрии Декарта. Подобно тому как аналитическая геометрия появилась из координатного метода Декарта в геометрии, ***аналитическая силлогистика возникла из координатного метода Кэрролла в логике.***

Интерактивный подход нашел наиболее полное воплощение в одной программе, олицетворяющей геометрический подход - ИГРЕ «КЭРРОЛЛ» и в другой программе, олицетворяющей алгебраический подход - КАЛЬКУЛЯТОРЕ. «АРИСТОТЕЛЬ». Обе программы реализованы на *Visual Basic*.

1. ЛОГИЧЕСКАЯ ИГРА (*Carroll.exe*). На диаграмме верхняя и нижняя половины соответствуют $+x$ и $-x$, левая и правая половины соответствуют $+z$ и $-z$, внутренний квадрат и его внешность соответствуют $+y$ и $-y$ (рис.2).

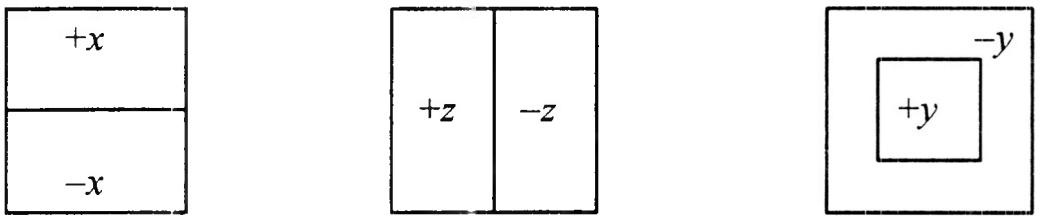


Рис.2.

Всевозможные комбинации x, y и z приводят к различным тройкам (x, y, z).

Кнопкой «*Diagram*» вызываем сетку диаграммы Кэрролла (рис.3). Для первой посылки используется левая клавиша мыши, нажатием которой устанавливаем красную фишку в требуемой точке. Не отпуская клавишу, протаскиваем мышь в другую точку и только после этого отпускаем клавишу мыши для установки синей фишки. Нажимая кнопку *P1*, вызываем в левой части дисплея распечатку положительного (под знаком «+») и отрицательного (под знаком «–») векторов первой посылки, соответствующих красной и синей фишкам.

Для второй посылки все операции повторяют с правой клавишей мыши. При нажатии кнопки *P2,* вызываем распечатку пары векторов второй посылки. Командной кнопкой «*C*» вызывается (под знаком черты) распечатка векторов заключения, а на диаграмме возникают соответствующие фишки. Работа завершается с помощью кнопки «*Exit*».

Например, нажатием левой клавиши мыши фиксируем курсор в точке на стенке между первой и второй верхними клетками внутреннего квадрата. Клавишу мыши отпускаем в точке на стенке между первой и второй верхними клетками внешнего квадрата. Нажимая кнопку P1, получаем векторы +(1, 1, 0) и –(1, -1, 0), соответственно. Нажимая правую клавишу мыши в точке на стенке между первыми клетками верхнего и нижнего ряда внутреннего квадрата, получаем вектор +(0, 1, 1); а в точке на стенке между вторыми клетками верхнего и нижнего ряда внутреннего квадрата - вектор –(0, 1, -1).

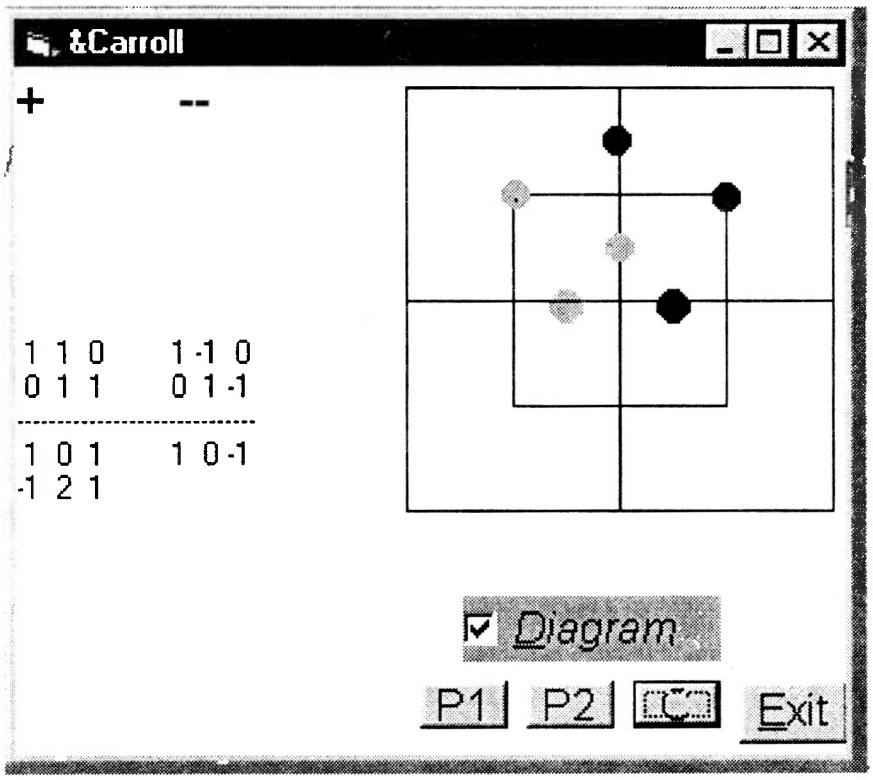


Рис.3.

2. ФИЛОСОФСКИЙ КАЛЬКУЛЯТОР (*Aristotle.exe*). Положительный вектор первой посылки вводится нажатием левых кнопок первого ряда *Y11/N11, Y12/N12, Y13/N13,* где *Y* соответствует положительной, а *N* - отрицательной координате (рис.4). Отрицательный вектор первой посылки вводится правыми кнопками первого ряда *D11/H11, D12/H12, D13/H13,* где *D* соответствует положительной, а *H* - отрицательной координате. Например, для пер-

вой посылки при вводе положительного вектора +(1, 1, 0) нажимаем кнопки *Y11* и *Y12*, а отрицательного вектора –(1, -1, 0) - кнопки *D11* и *H12*.

Вторая посылка вводится аналогично с помощью кнопок второго ряда с номерами *21, 22, 23*. При вводе положительного вектора +(0, 1, 1) нажимаем кнопки *Y22* и *Y23*, а отрицательного вектора –(0, -1, 1) - кнопки *D22* и *H23*. При этом появляются красные квадраты для положительных и синие квадраты для отрица

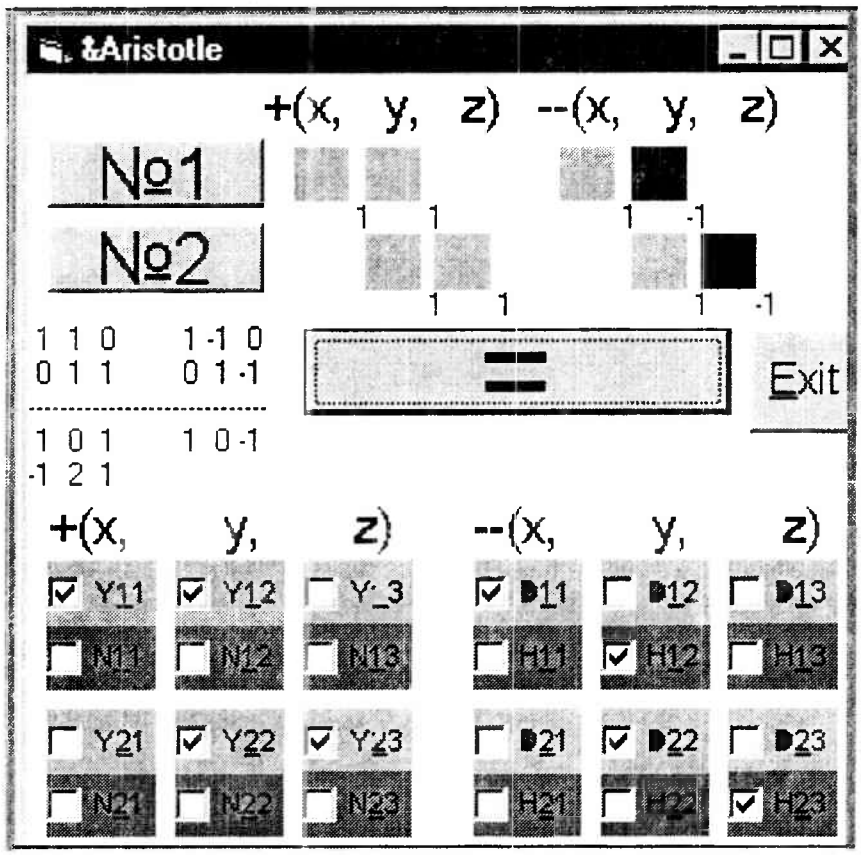


Рис.4.

тельных координат. Нажатие кнопок №1 и №2 вызывает в левой части дисплея распечатку векторов первой и второй посылок. Командной кнопкой «=» вызывается под знаком черты заключение. Заканчивается работа с помощью кнопки «*Exit*».

ЛИТЕРАТУРА

1. *Бахтияров К.И.* Векторный подход в логике и электронные таблицы EXCEL // Вестник МГУ, сер.7, 1997, №6.
2. *Гейтс Б.* Дорога в будущее. М.: Русская редакция TO Channel Trading Ltd 1996. С.145.
3. *Носитер Дж.* EXCEL 7 для WINDOWS 95. М.: БИНОМ. 1996. С.171-173.

4. *Кэрролл Л.* Логическая игра. // Библиотечка «КВАНТ». Вып.64. М.: Наука. 1991. С.29, 9.
5. *Carroll L.* Symbolic Logic. N.Y.: Clarkson N.Potter, Inc., Publishers, 1977. P. 126.
6. *Дьедонне Ж.* Линейная алгебра и элементарная геометрия. М.: Наука. 1972. С.11.
7. *Бахтияров К.И.* Логическая игра Л.Кэрролла на компьютере // Информатика, 1995, №23.
8. *Бахтияров К.И.* Логическая игра на компьютере // Информатика и образование, 1998, №6.

К.Ф.Самохвалов

ПРЕДИКАТЫ СУЩЕСТВОВАНИЯ И "ОНТОЛОГИЧЕСКИЙ АРГУМЕНТ"[1]

Abstract. *So-called "existence predicates" are introduced. A very simple analysis of the "ontological argument" in terms of these predicates is presented. It is argued that under some reasonable conditions, atheism is incoherent.*

Пафос статьи – призыв не пренебрегать в логико-философских исследованиях так называемыми "предикатами существования". Цель статьи – оправдать этот призыв, показав на простейшем классическом примере полезность введения предикатов существования. В качестве такого примера выбран пресловутый "онтологический аргумент".

1. Предикаты существования

Глагол "существовать" повсеместно употребляется в обычной и научной речи. Однако *смысл* этого глагола отнюдь не один и тот же в разных контекстах. Эмпирический объект яблоко существует или не существует не в том смысле, в каком существует или не существует такая идеальная вещь, как число два, или такая своеобразная сущность, как моя печаль. Яблоко существует или нет в пространстве и во времени. Есть смысл говорить, что оно сейчас здесь, а потом будет там. Число два существует или нет вне пространства и времени. Не имеет смысла сказать, что число два расположено или не расположено слева от меня или длится больше секунды. Ваши радости и печали, уважаемые читатели, существуют только во времени. Имеет смысл сказать, что сначала была радость, потом печаль, но глупо заявить, что радость спереди, а печаль сзади. Исторический Буцефал существует или не существует не так, как существует или не существует мифический Пегас. Равным образом, рубль в моём кармане существует или не существует не так, как существуют или нет миллион долларов в мечтах. Ваши *Я* существуют "в себе и для себя", а яблоко в этом смысле не существует вовсе (если мы не предполагаем, что оно обладает самосознанием). Такие примеры можно приводить сколь угодно долго.

Кроме того, глагол "существовать" употребляется ещё и в смысле "быть объектом внимания", или просто "быть объектом". Этот последний смысл отличается от всех вышеуказанных. В этом

[1] Работа поддержана РФФИ, грант №96-06-80970.

смысле, если x – объект внимания, то x существует, более того, не может не существовать. В частности, в этом смысле существуют эмпирически несуществующие объекты, которые, очевидно, не существуют эмпирически.

В математике и логике рассматриваемый смысл "быть объектом внимания" передаётся словами "быть значением подходящей переменной". Правила, управляющие употреблением квантора существования $\exists$ в обычной логике, согласованы с передачей именно такого смысла глагола "существовать". Поэтому в математическом (логическом) контексте слова "существует x такой, что ..." (символически, "$\exists x$ ...") я рекомендую воспринимать как сокращение для фразы "среди объектов внимания, которые мы рассматриваем или собираемся рассматривать, есть и такие, что ...". Соответственно слова "не существует x такой, что ..." я рекомендую воспринимать как сокращение для фразы "среди объектов внимания, которые мы рассматриваем или собираемся рассматривать, нет таких, что ..." или для фразы "такие объекты внимания, что ..., не подлежат (по разным причинам) нашему рассмотрению". Среди этих разных причин может быть или просто наш каприз, или наше опасение впасть в противоречие, или что-либо третье.

Остальные смыслы "существования" должны передаваться в логике как-то иначе. Например, можно для каждого из названных в начале смыслов использовать свой *предикат существования*:

$EE(x)$ для "x существует эмпирически (как яблоко)";

$IE(x)$ для "x существует идеально (как число два)";

$ME(x)$ для "x существует ментально (как печаль)";

$RE(x)$ для "x существует реально (как рубль в кармане)";

$ImE(x)$ для "x существует в воображении (как миллион долларов в мечтах)";

$CE(x)$ для "x существует как самосознание (как *Я*)".

При этом каждый такой предикат нужно снабдить подходящими аксиомами, управляющими его употреблением в рассуждениях. Если угодно, выработка таких аксиом – конечная цель раздела философии, известного под названием онтологии. Пока за три с лишним тысячелетия успехи в этом направлении очень скромные.

И всё же, буде эта цель достигнута, можно будет, в итоге, выражать фразы вроде "некоторые объекты не существуют (эмпирически, например)" в виде $\exists x \neg EE(x)$.

Между тем, такую фразу нельзя выразить средствами, в которых глагол "существовать" управляется одними лишь классическими кванторами. Равным образом, если **p** – константа, интерпретируемая как Пегас, то предложение "Пегас не существует (эмпирически)" выражается посредством $\exists x\ (x = \mathbf{p}\ \&\ \neg EE(x))$, а не, как могло бы показаться, в виде

$\neg\exists x\,(x = \mathbf{p})$. (*)

Выражение (*) означало бы, что среди объектов, о которых идёт речь, нет Пегаса, хотя именно о нём-то и идёт речь.

Подчеркну, что от нелепостей, подобных (*), логика защищена тем обстоятельством, что если **c** – имя индивида (замкнутый терм), то предложение $\exists x\,(x = \mathbf{c})$ – логическая тавтология. И поэтому, любая теория, основанная на классической логике, противоречива, когда она содержит теорему вида $\neg\exists x\,(x = \mathbf{c})$, в частности, когда она содержит теорему (*).

Стало быть, относительно любого индивидуального предмета нельзя логически правильно доказать, что он не существует в математическом смысле глагола "существовать", – какие бы непротиворечивые теории об этом предмете (и, возможно, о других предметах) мы ни принимали во внимание. Когда доказательно утверждают, что некоторый индивидуальный предмет *не* существует, всегда имеют в виду смысл "существования", отвечающий одному из предикатов $EE(x)$, $IE(x)$, $ME(x)$, $RE(x)$, $CE(x)$ и т. д. или отвечающий какому-либо нетрадиционному квантору. Или, как ещё говорят, имеют в виду *онтологический* (а не *математический*) смысл слова "существовать". В рамках математического смысла можно доказать (в подходящей теории) отсутствие лишь только *таких-то и таких-то* (не индивидуализированных наименованием) предметов среди рассматриваемых. Что и подразумевается рекомендованным употреблением "$\neg\exists x$..." как сокращения для фразы "среди объектов рассмотрения нет *таких, что* ...".

С другой стороны, встречающиеся в разных контекстах доказательные утверждения о том, что те или иные индивидуальные объекты *существуют*, могут предполагать как онтологические, так и математический смыслы слова "существовать". В таких случаях важно эти смыслы не путать между собою.[2]

---

[2] Между тем, в работах по основаниям математики иногда путают математический смысл "существования" с онтологическим смыслом, отвечающим предикату *IE* (или *ImE*). Обычно эта путаница возникает в связи с аксиомой выбора, континуум гипотезой и т. д. Например, некоторое время после того, как Цермело сформулировал аксиому выбора, математики спорили, не вводит ли эта аксиома в рассмотрение вещи, статус которых незаконен. После результата Гёделя о равнонепротиворечивости **ZF** + *аксиома выбора* с **ZF** бурные споры вокруг аксиомы выбора в основном утихли, но всё-таки спорадически они возникают и сейчас, что и свидетельствует о (неявном) смещении смысла термина "существовать" применительно к множествам от чисто математического к одной из разновидностей онтологического (как правило, к смыслу предиката *IE* или, реже, *ImE*). Ибо, если речь идёт о существовании в математическом смысле – быть объектом рассмотрения, – то существование множеств, вводимых аксиомой выбора, невозможно оспорить, не оспорив при этом **ZF**. Нет противоречия в системе **ZF** + *аксиома выбора*, – значит, рассматриваем, если хотим, любые множества из этой системы. А она непротиворечива, если непротиворечива система **ZF**.

2. Онтологический аргумент

История, связанная с "онтологическим доказательством бытия Божия", часто называемым просто "онтологическим аргументом", длинная, но всё ещё продолжает быть драматической. Можно даже сказать, что за последние 30 лет эта тема исследовалась интенсивнее, чем когда-либо за многовековой период от Парменида до Канта. Анализ этого доказательства в современной литературе (см., например [1, 2, 3]) начинает выглядеть, на мой взгляд, подчас слишком изощрённым. Думается, всё необходимое можно изложить достаточно прямолинейно и просто, если прибегнуть к предикатам существования в онтологическом смысле.

Суть дела такова. Рассмотрим предложение:

(1) *Понятие о Боге есть понятие о совершеннейшей сущности* (Бог совершеннее всего, что только можно помыслить).

Для христианина это предложение выражает несомненную истину (является аподиктическим). Почему? Да просто потому, что, если слово "совершенство" имеет обычный смысл, то христианин не согласен понимать слово "Бог" таким образом, чтобы (1) было ложным или бессмысленным. Ибо, если Бог не самое совершенное, что только можно вообразить, то христианину такой неполноценный Бог не интересен. Для него это и не Бог вовсе. Христианин любит и превозносит своего Бога *безусловным* образом (*абсолютно*), а не по принципу "на безрыбье и рак – торпеда".

Рассмотрим теперь предложение:

(2) Понятие о не существующем Бог есть понятие о не совершеннейшей сущности.

Это предложение также является аподиктическим для христианина и по той же причине, что и предложение (1). Ибо, если Бог не существует и всесовершенен, то существование Бога не относится к числу его совершенств. А если существование Бога не относится к числу его совершенств, то либо существование какое-то ущербное, либо совершенство понимается как-то необычно. В конце концов, если бы мы всерьёз полагали, что не существующий Бог так же хорош, как и существующий, то для нас вообще не было бы проблемы существования Бога. Давайте тогда сразу молиться не существующему Богу. Точнее, давайте тогда молиться ему вне зависимости от того, верим мы в его существование или нет. Ведь, разница-то для нас в этом случае не важна, как мы сами признали это только что, признав, что не существующий Бог столь же хорош, как и существующий. Ясно, что это не та ситуация, которая интересна христианину.

В итоге, при таком подходе к делу высказывания (1) и (2) приобретают статус принципиально неопровержимых высказываний (постулатов значения). Всякая попытка усомниться в (1) или (2) оборачивается попыткой навязать христианину не то понимание

терминов, какое для него важно и интересно. Иными словами, (1) и (2) – *аналитически* истинные высказывания.

Вернёмся к "онтологическому аргументу". Те, кто его приемлют, ожидают, что предложение:

(3) *Бог существует*

истинно, если придавать словам "Бог", "совершенство" и "существует" те же смыслы, что мы придали им в (1) и (2). Ручается, мол-де, за это (классическая) логика, ибо предложение (3) дедуцируемо как *заключение* из несомненно истинных предложений (1) и (2) как *посылок*. Такая дедукция, собственно, и называется "онтологическим аргументом".

При неформальном изложении данное рассуждение выглядит вполне (тривиально) правильным. В самом деле, допустим, что Бог не существует. Тогда он не вполне совершенен. Но он понимается именно как совершеннейшая сущность. Значит, он вполне совершенен. Противоречие. Следовательно, Бог существует.

Типичная первая реакция на такое доказательство существования Бога – ощущение некоей странности: рассуждения кажутся с логической точки зрения верными и, тем не менее, всё-таки очень подозрительными по своему результату. Поэтому-то, вероятно, "онтологический аргумент" стали критиковать сразу с момента опубликования его в XI веке Ансельмом Кентерберийским.

Огонь критики по "онтологическому доказательству" впервые открыл современник Ансельма некий монах Гаунилон. Затем среди многочисленных последователей Гаунилона встречаются очень известные имена, например: Фома Аквинский, Гоббс, Гассенди, Паскаль, Мерсенн, Локк и др. Наконец, эту линию критики подытожил И. Кант и своим колоссальным авторитетом надолго подорвал интерес к данной теме. Как я уже сказал ранее, этот интерес возобновился только в 1960-е годы.

Суть подытоженной Кантом линии критики от Гаунилона до Локка такова: бытие (существование) вообще не есть признак, или, как говорил Кант, не есть предикат, входящий в состав содержания понятия о любой вещи, в том числе понятия о совершеннейшей сущности. Существующее нечто ничуть не совершеннее по своему содержанию, чем это же самое нечто, но не существующее: сто талеров существующих и сто талеров воображаемых есть одна и та же сумма денег с математической точки зрения. Сто талеров существующих и сто талеров только воображаемых различаются, конечно, друг от друга, но не содержанием понятия "сто талеров", а как-то иначе. Иными словами, всякое суждение о существовании есть суждение *синтетическое*: в нём, в этом суждении, к содержанию понятия подлежащего – в случае примера Канта, к понятию "сто талеров"– присоединяется совершенно новое содержание, не заключённое ранее в подлежащем. Это новое со-

держание можно назвать *понятием о факте бытия* (или *небытия*) и иллюстрировать следующей картинкой.

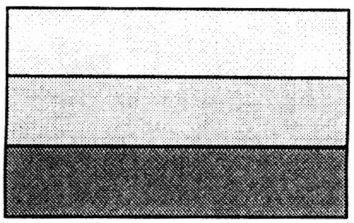


Рис.1

На этом рисунке верхний прямоугольник представляет содержание понятия "сто талеров". Средний – содержание понятия о факте бытия ста талеров. Верхний и средний вместе представляют содержание понятия "существующие сто талеров". Нижний прямоугольник представляет содержание понятия о факте небытия ста талеров. Верхний и нижний вместе представляют содержание понятия "не существующие сто талеров".

Если перейти от содержаний понятий к их объёмам, то мысль Канта состоит в том, что объём понятия "существующие сто талеров" *строго* содержится в объёме понятия "сто талеров". Отсюда следует, что объём понятия "не существующие сто талеров" – *непустое* дополнение первого объёма из предыдущих до второго.

Рассмотрим два предложения:

(a) *Понятие о ста талерах есть понятие о богатстве.*
(b) *Понятие о не существующих ста талерах есть понятие о не богатстве.*

Первое из них – аналог посылки (1), второе – аналог посылки (2). Согласно Канту, предложения (a) и (b) не могут быть истинными одновременно оба. В самом деле, допустим (a) истинно. Тогда высказывание (b) ложно, так как, согласно Канту, объём понятия "не существующие сто талеров" не пуст и есть часть объёма понятия "сто талеров", а раз так, то высказывание (b) противоречит высказыванию (a).

То же самое, полагает Кант, происходит и с "онтологическим доказательством". Таким образом, Кант полагал неверной одну из посылок "онтологического доказательства" – конкретно, вторую посылку (2), ибо не возражал против посылки (1).

Замечу, что когда Кант утверждал, что существование не есть предикат, он вовсе не имел в виду настаивать на кванторной, а не на предикатной форме выражения существования. Кант вообще не имел в виду апеллировать к грамматическим эффектам. Он имел в виду сказать только то, что выражено на рис. 1.

Я вслед за С.Л. Франком считаю, что лишь на первый взгляд критика второй посылки "онтологического аргумента" Кантом выглядит сокрушительной. Если внимательно всмотреться, то вся её убедительность основана на том, что в данном *частном* случае, когда речь идёт о Боге, проявляется *общая*, якобы не имеющая

исключений истина. Истина, что всякое высказывание о существовании всегда является синтетическим. Что всегда, мол-де, а, следовательно, и в данном случае, нужно руководствоваться тем, что визуально кодирует картинка на рис. 1.

Однако эта кантовская установка имеет существенный изъян. На универсальное суждение, выражающее её, есть контрпример. Этот контрпример – декартовское *cogito ergo sum*. Как только я вникаю в содержание своего собственного *Я*, так я сразу знаю о своём существовании. Если я полагаю, что *Я не существую*, то или "*Я*", или "*не*", или "*существую*" понимаются при этом в каком-то совсем новом, чем обычно, смысле. Словом, высказывание "*Я* существую" – *аналитическое* высказывание.

Замечу заодно, что если вообще усматривать в *cogito ergo sum* некий аналог "онтологического аргумента", то соответствующая первая посылка выглядит при этом так: (i) *понятие о собственном Я есть понятие о собственном самосознании*. Аналог второй посылки "онтологического аргумента" звучит здесь так: (ii) *понятие о не существующем собственном Я есть понятие о не собственном самосознании*. Аналог заключения: (iii) *Я существую*.

Непосредственно ясно, что предложение (i) истинно. Непосредственно ясно также, что объём понятия "не существующее собственное *Я*" пуст. Но тогда предложение (ii) истинно тривиальным образом: пустой объём – всегда часть любого заданного объёма.

Этот пример показывает, что высказывание, подобное второй посылке "онтологического аргумента", вообще говоря, не является заведомо ложным. Почему бы тогда и самой посылке (2) ни быть истинной, как это присуще считать христианину?

Во всяком случае, Кант не доказал с полной несомненностью, что "онтологическое доказательство" исходит из заведомо ложных посылок, на что он претендовал. Гегель справедливо заметил по поводу примера Канта, что весь вопрос именно в том и состоит, можно ли Бога уподобить в рассматриваемом вопросе ста талерам. Не лучше ли уподобить здесь понятие о Боге понятию о *Я*?

И всё же "онтологическое доказательство" не верно. Хотя, ещё раз скажу, оно несостоятельно в другом месте, чем думал Кант. А именно: из (1) и (2) не вытекает: *Бог существует*, – хотя кажется, что такой вывод даже очевиден. На самом деле из (1) и (2) вытекает: *понятие о Боге есть понятие о существующем Боге*.

Впрочем, точно и просто выразить, в чём состоит здесь разница, несколько затруднительно, если не прибегнуть к помощи предикатов существования. Чтобы сделать это, полезно наши рассуждения представить в более формальном виде.

Прежде всего, замечу, что существование, о котором идёт речь, соответствует смыслу словосочетания "существовать реально", каков бы он (этот смысл) ни был во всех своих не осознаваемых нами ясно деталях и нюансах. Для передачи этого смысла я

заготовил предикат $RE(x)$. Для понятий "Бог" и "совершеннейшая сущность" – соответственно предикаты $G(x)$ и $F(x)$.

Пусть область изменения переменной x – класс всех мыслимых объектов, не важно, реально существующих или нет. Теперь посылка (1) точно передаётся первопорядковым высказыванием:

(I) $\forall x(G(x) \rightarrow F(x))$.

Посылка (2) – первопорядковым высказыванием:

(II) $\forall x(G(x) \,\&\, \neg RE(x) \rightarrow \neg F(x))$.

Ожидаемое заключение (3) – первопорядковым высказыванием:

(III) $\exists x(G(x) \,\&\, RE(x))$.

Содержательно (III) означает: *Бог существует (реально)*.

Так вот, легко показать, что (III) не выводимо из (I) и (II).[3] Более того, из (I) и (II) не выводимо даже менее сильное заключение $\exists$xG(x), содержательно означающее существование Бога всего лишь в логическом смысле. Зато очевидное следствие посылок (I) и (II) – это высказывание:

(III°) $\forall x(G(x) \rightarrow G(x) \,\&\, RE(x))$.

Содержательно (III°) означает: *понятие о Боге есть понятие о существующем (реально) Боге*.

Замечу, что следствием (III°) является высказывание:

(IV°) $\exists x G(x) \rightarrow \exists x(G(x) \,\&\, RE(x))$.

А это значит, что "онтологический аргумент" доказывает не существование (реальное) Бога, а импликацию: *если Бог существует в логическом смысле, то Он существует и реально.*

3. Заключение

Если к посылкам (I) и (II) добавить ещё одну посылку, а именно, высказывание $\exists x G(x)$, то так усиленный "онтологический аргумент" будет в состоянии действительно доказать реальное существование Бога, что бы последнее ни означало. Иными словами, логическая ценность классического "онтологического доказательства бытия Божия" состоит в том, что оно сводит проблему доказательства *реальности* Бога к проблеме обоснования *логического* существования Бога.

А какова религиозная ценность "онтологического аргумента"?

Допустим, мы в своих рассуждениях о Боге позволяем себе, среди прочего, делать три вещи: а) именовать Бога каким-то именем, скажем Ξ; б) понимать Бога как угодно, но всё-таки так, чтобы при этом понимании выполнялись посылки (I) и (II); в) отри-

---

[3] На модели ({·}; {}, {·}, {·}) сигнатуры (G, F, RE) предложения (I), (II) выполняются, а (III) – нет.

цать реальное существование Бога. Тогда, смею утверждать, наши рассуждения противоречивы. В самом деле, согласно а), наши рассуждения имеют следствием высказывание $G(\Xi)$, а потому и высказывание $\exists x G(x)$. А раз так, то на основании б) мы получаем, учитывая (IV?), следствие: $\exists x(G(x) \,\&\, RE(x))$, содержательно означающее, что Бог реально существует. Это противоречит пункту в).

Таким образом, "онтологический аргумент" затрудняет жизнь атеизму. Из-за этого аргумента атеист, чтобы быть логически последовательным, должен, например, обосновать запрет на употребление в рассуждениях о Боге имени Бога. Что выглядит несколько странно – нечто вроде "не упоминайте имени Бога всуе". Или он должен обосновать запрет понимать Бога так, как это требуется посылками "онтологического аргумента", ссылаясь, скажем, на невозможность логически непротиворечивым образом совместить эти посылки с другими необходимыми для христианина, но пока нами неучтёнными аспектами более полного понимания терминов "Бог", "реальное существование", "совершеннейшая сущность" и так далее. Попросту говоря, нужно исследовать на непротиворечивость более полную версию системы религиозных утверждений. А это значит достаточно далеко продвинуться в реализации " проекта точного богословия". В этом смысле у неверующего атеиста и верующего богослова есть длинный участок общего пути. Вот это и есть религиозная (или антирелигиозная) ценность "онтологического аргумента".

Что касается онтологической стороны упомянутого общего пути, то тут я отмечу следующее. Пока что предикат "*x* существует реально" до такой степени плохо изучен, что мы не в состоянии выписать для него даже те аксиомы, которые были бы ответственны за ответ на вопрос: почему к реальному существованию мы относимся серьёзно, а к иллюзорному – нет? Да что там "реальное существование" или "иллюзорное существование"! Мы не в состоянии пока точно выразить даже ту общую всем онтологическим предикатам специфику, отличающую их от других одноместных предикатов. Словом, онтология как изучение предикатов существования – широкое поле деятельности для философских логиков.

Наконец, для полноты картины следует дополнительно заметить, что есть ещё одно понимание "онтологического аргумента", радикально отличное от рассмотренного и которое я назову *предмистическим*.

Вновь обратимся к декартовскому предложению *cogito ergo sum*. Рассматривая его как аналог "онтологического аргумента", я обязан заявить, что и в этом случае заключение (iii) не вытекает из посылок (i) и (ii). Декарт и сам не рассматривал *cogito ergo sum* ни как импликацию, ни как доказательство. Скорее для него это предложение было способом непосредственно усмотреть истинность высказывания "я существую". Способом "повернуть глаза души", как говорил Платон, в нужном направлении. Иными сло-

вами, не доказательство, а *показательство*. В результате этого показательства мы знаем, что существует, по меньшей мере, одна реальность, которая дана нам так, что вместе с её идеей нам непосредственно очевидна сама эта реальность как таковая. Эта реальность – наш внутренний духовный мир. Она сама себя показывает нашему сознанию, как только оно готово эту демонстрацию наблюдать.

А теперь пойдём дальше и спросим себя: есть ли что-либо ещё кроме нашего собственного *Я*, к чему наш ум стоял бы в таком же отношении?

Упомянутое предмистическое понимание "онтологического аргумента" связано с возможным ответом именно на этот вопрос. Речь идёт о понимании "онтологического доказательства" тоже как некоего "показательства", а не как доказательства в обычном смысле. При таком подходе "онтологический аргумент" рассматривается, как путь для подведения сознания к порогу усмотрения самоочевидности некоего бытия, которое мы склонны будем назвать Богом.

Почему именно такой путь, а не иной, и какое именно бытие мы, пройдя этот путь, собираемся усмотреть, – об этом мне нечего сказать. Но важно отметить, что, пройдя подсказываемый "онтологическим аргументом" путь вплоть до упомянутого порога, нужно ещё этот порог переступить, чтобы убедиться в существовании Бога. Мало правильно ориентировать "глаза души", нужно ещё захотеть ими посмотреть. Только тогда, предположительно, состоится самопоказ искомого Бога, что иначе называют ещё *мистическим опытом*.

Вот почему в данной трактовке "онтологический аргумент" выглядит "показательством", причём частичным.

За порогом "онтологического аргумента" живое, как я уже сказал, желание увидеть что-то очень для себя важное, свободный акт напряжённого стремления к искомому, – *любовь к Богу*, как это называют богословы.

Замечу, что вообще любовь, не только к Богу, если она достаточно талантлива, имеет некий гносеологический привкус преодоления солипсизма путём непосредственного усмотрения другого *Я*. Кто любил, тот знает.

Кстати, когда и если самопоказ божественного бытия состоится, это не означает, что мы познаем Бога. Очень может быть, что мы познаем только его бытие. Подобно тому, как удостовериться в наличии души у любимого человека ещё не значит изучить эту душу. Иначе, откуда эта всемирная тенденция – первая любовь несчастлива?

Излишне подчёркивать, что весь мистический аспект, о котором только что шла речь, носит сугубо предположительный характер надежд и ожиданий, – быть может, вообще тщетных.

В завершение замечу, что к предмистическому пониманию "онтологического аргумента" тяготели такие русские философы, как В.Соловьёв, С.Франк, Н.Лосский.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Plantinga A.* (ed.) The Ontological Argument. – New York: Anchor Books Doubleday & Company, Inc. Garden City. – 1965.
2. *Wainwright W.J.* Philosophy of Religion. – Belmont, California: Wadsworth Publishing Company. – 1988.
3. *Tichy P.* Existence and God. // The Journal of Philosophy. – V. LXXVI. – № 8, 1979. – P. 403 - 420.

Гриненко Г.В.

СМЫСЛ И ЗНАЧЕНИЕ В САКРАЛЬНЫХ ТЕКСТАХ

Abstract. *In antiquity there were two basic theories explaining an origin of language. Aristotle asserted, that the verbal signs receive the meaning by virtue of the agreement between the people, Plato believed the names correspond to a nature of designated objects or otherwise – have an identical nature with them. But this identity distinguishes from usual and carries mystical character ($z=_{м}Z$). In this "natural" theory of language the function of reference R is specific. Let z is a name, and R – the function of reference for names, R depends from the certain basis – q: R (z) /q = Z, where q is $z=_{м}Z$. The mystical identity has property of transitivity, therefore all objects designated by the same word, are somewhat identical. This understanding of a reference allows to explain some ideas kabbala, sufizm, tantrizm both other philosophical and mystical doctrines.*

Сакральные тексты – это тексты, признаваемые священными в каком-либо религиозном или мистическом учении. (Подробно вопрос об определении и происхождении сакральных текстов исследован в [2].) Сакральными текстами являются молитвы и заклинания, мифы, гимны, песнопения и т.п. К числу наиболее известных сакральных текстов относятся Авеста, веды, Библия, Коран. Такого рода тексты играли важную роль в соответствующих системах религиозных верований, и потому были объектами религиозной экзегетики и герменевтики. В Новое Время они стали еще и объектами научного исследования. В XX веке к ним обращено пристальное внимание специалистов самых различных наук: историков, психологов, лингвистов и т.д. Как мне представляется, достижения в области логического анализа естественного языка позволяют ныне попытаться применить к этим текстам и методы логического анализа естественного языка.

Сакральные тексты по сравнению с профанными обладают целым рядом особенностей: обычно им приписывается сверхъестественное происхождение, они часто говорят не об обыденном, а особом мистическом мире, где действуют сверхъестественные существа и магическая сила; в этих текстах проявляется особая логика мистического мышления, в которой не действуют законы классической логики. Сакральные тексты часто считаются носителями магической силы, и потому их произнесение или написание может изменять мир и т.п. С моей точки зрения целый ряд специфических свойств, которые связывают с сакральными текстами в

различных религиозных, мистических и философских учениях, обусловлен тем, что в этих учениях принималась «естественная» или «магическая» теория языка. А в ней понимание природы, значения и смысла языковых знаков принципиально отличается от существующего в современной логике. Именно их специфика и является предметом рассмотрения в данной статье.

Семантика сакральных текстов должна учитывать многозначность терминов, причем не сводящуюся к омонимии, а предполагающую многоуровневость смыслов и значений и сложный характер взаимосвязи между этими уровнями, при этом одни значения могут относиться к обыденному миру, а другие – к сакральному. В одном и том же тексте один и тот же знак может иметь автонимное вхождение и обозначать нечто отличное от самого себя ("Имя Бога есть Бог, хотя Бог не есть имя" – тезис, имеющий место в исихазме). В сакральных текстах могут иметь место очень сложные системы правил, определяющие взаимосвязь между значением сложного выражения и значениями простых, входящих в состав данного сложного, в том числе и такие, когда значение простого выражения в составе некоторого сложного детерминируется значением сложного. Например, в учении пурва-мимансы мы найдем утверждение о том, что точное значение термин получает только в составе предложения, описывающего сакральное ритуальное действие.

Здесь стоит заметить, что в основном те же самые, противоположные фрегевским, семантические принципы присущи не только семантике сакральных текстов (хотя она и имеет свои особенности), но и семантике естественного языка в целом, т.е. речь идет скорее о противопоставлении естественного и искусственного формализованного языка (ибо принципы фрегевского метода отношения именования скорее относятся к последнему). И действительно, язык сакральных текстов – это чаще всего обычный естественный язык, хотя в определенных случаях и обладающий некоторой спецификой (в наборе лексики, приоритетности используемых грамматических форм, определенных поэтически формул, ритмов, ударений, интонаций и т.п.; так, в Авесте используется особый «дэвовский» язык для описания демонов: вместо слово «голова» – «башка», вместо «лицо» – «морда»). Но, что важно для целей проводимого анализа, в религиозных и философско-мистических концепциях, интерпретирующих эти тексты, порой именно такого типа особенности естественного языка, которые устраняются при построении искусственного, формализованного языка как недостатки, возводятся в ранг существенных и фундаментальных свойств сакрального языка и сакрального текста.

На мой взгляд главное отличие знаков в сакральных текстах от знаков в профанных текстах лежит именно в своеобразном отношении референции, которое существует или усматривается между знаком и его значением в религиозных и мистических уче-

ниях. Особенно заметна эта специфичность для символов. В настоящее время термин “символ” используется по крайней мере в двух принципиально различных смыслах: во-первых, в семиотике – как он задан Ч.Пирсом, и во-вторых, в религиозно-мистической традиции.

Хорошо известно, что основоположник семиотики Ч.Пирс выделял три основные типа знаков: индексы (index), иконические знаки (icon) и символы (symbol). Индекс – это знак, связанный с обозначаемым объектом причино-следственной связью, и именно потому, что индекс является следствием по отношению к некоторой причине, он может выступать в качестве так сказать "естественного" знака этой причины (дым – знак огня, повышенная температура – знак болезни и т.п.). Иконические знаки – это знаки, обладающие некоторым сходством с обозначаемым и именно в силу этого сходства они и могут использоваться как "заместители", т.е. знаки обозначаемого: фотография, чертеж, физическая или математическая модель могут служить примерами иконических знаков. И, наконец, символы: Ч.Пирс понимает символы как чисто условные знаки. Отнюдь не оспаривая право Ч.Пирса на такое использование данного термина (введенное через номинальное определение), я хочу только заметить, что в религиозных и мистических учениях, и особенно, в эзотерических, термин "символ" используется в совершенно ином смысле.

Слово "символ" происходит от древнегреческого "симболон", что в буквальном переводе означает "смешанное в кучу". "Симболонами" греки называли осколки разбитой плитки, сложив вместе такие осколки и обнаружив, что следы раскола совпадают, люди могли опознать друг друга как участников некоторой сделки, договора, сообщества. Таким образом, символ по своему изначальному значению есть, во-первых, тайный знак, понятный только посвященным и, тем самым, связывающий посвященных в единое множество, а во-вторых, символ есть условный знак, т.е. знак, о значении которого специально договорились. Ч.Пирс, давая свое определение символам, опирается только на второе значение древнегреческого термина. Чтобы не возникало путаницы, в дальнейшем я вместо термина "символ" в том смысле, который определил Ч.Пирс, буду просто говорить об условных знаках.

В истории культуры за термином "символ" укрепилось скорее иное значение; символ – это знак, который обозначает что-то тайное, скрытое, часто – сверхъестественное, божественное. Можно говорить о символах профанных, мирских с одной стороны, и сакральных, мистических, магических – с другой. Но даже мирской, профанный символ менее всего есть чисто условный знак, b может являться символом d только в силу чего-то, всегда "потому, что". Приведу наугад несколько примеров графических мирских символов и их интерпретации.

"Спящий лев. Не будите его. – Символ того, что мы должны остерегаться излишних опасностей, но не провоцировать их.

Лев, смотрящий вперед. – Символ того, что поистине мужественный и благоразумный всегда заботится о встрече со своими врагами, и благодаря своей предусмотрительности он лучше осведомлен об исходящих от них опасностях и всегда готов отразить любое нападение."[3, с.149]

В первом примере лев выступает как знак опасного существа, именно потому, что реально существующие львы являются опасными хищниками и в европейской культуре утвердилось представление о льве как «царе зверей». Если бы символ был бы чисто условным знаком, то с таким же успехом вместо льва можно было бы нарисовать, скажем, зайца, который в рамках той же европейской культуры скорее является символом трусости (хотя для ряда племен северо-американских индейцев Великий Заяц – это демиург мира). Аналогично, вместо спящего льва можно было бы изобразить льва охотящегося, умывающегося, играющего или смотрящего вперед. Если бы поза льва не была бы связана со смыслом символа, то вместо первого знака можно было использовать второй и наоборот.

Изображения перелетных птиц часто встречались в гербах крестоносцев, *потому что* крестоносцы тоже совершали путешествие в святую землю; саранча в христианской культуре символизирует разрушительные силы, *потому что* в такой роли она выступает в библейских текстах (среди десяти казней египетских и особенно в Апокалипсисе); пятиконечная звезда (пентограмма), являющаяся вообще-то говоря одним из древнейших магических символов, стала символом Советской России по официальной версии *потому, что* пять лучей ее, соединенные воедино, символизировали единство всех пяти населенных континентов Земли и т.п.

Иногда эта связь носила довольно сложный характер. Так, если крест естественно стал символом христианства, поскольку был орудием казни Христа, то изображение рыбы приобрело такой статус только в силу того, что древнегреческое слово "ихтис" (рыба) рассматривалось как аббревиатура, т.е. образованное из первых букв слов, составляющих выражение "Иисус Христос Сын Божий Спаситель", а графический символ рыбы связан с языковым выражением "рыба" посредством того, что и графический и вербальный знаки обозначают один и тот же объект.

Таким образом, знак приобретает статус символа только в силу определенной связи между знаком и его значением, усматриваемой субъектом-пользователем знака (не важно, существует ли эта связь объективно – как для индексов или иконических знаков, или же только в воображении субъекта). Таким образом, если z есть символ, а R – функция приписывания значения символу, то R во-первых, зависит от субъектов пользователей, принадлежащих к определенной культуре, т.е. всегда не просто s, но $s \in S_к$, а также

времени и места использования знака – t и p, а кроме того – еще и от определенного основания – q: $R_i(z)/q = Z$, где $i=\{s \in S_к, t, p\}$.

Многие ученые считают, что истоки символической мысли находятся в первобытной культуре; они прослеживаются во всяком случае до нижнего палеолита, когда на смену "первобытному реализму" в изобразительном искусстве приходит схематизм и "символизм" изображений, когда наблюдается переход от пиктографии (рисуночного письма) к идеографии. Причем появление и широкое распространение символизма можно оценить как важный показатель развития абстрактного мышления.

Как мне представляется, в становлении символизма и, особенно, магического символизма, важнейшую роль сыграли магические представления. Так, первоначально большинство графических символов скорее всего были всего лишь упрощенными схематическими изображениями определенных предметов, и, пользуясь классификацией Ч.Пирса, их закономерно можно было бы отнести к иконическим знакам. Однако в гомеопатической магии любое подобие, в частности, изображение считается внутренне связанным с изображаемым, имеющим тождественную с ним сущность. Аналогично, любая часть объекта, даже отделенная от него и длительное время существующая самостоятельно, считается подобием исходного объекта, сохраняющей с ним внутреннюю связь. В других случаях рождению символа могла способствовать контагиозная магия: все то, что "соприкасается" – и в пространстве, и во времени (в широком смысле слова, в том числе – случайно сопутствует) с каким-то объектом опять-таки считается внутренне взаимосвязанным с ним, и могло получить статус символа данного объекта (в эту же группу попадут знаки, которые Ч.Пирс относит к индексам, для которых имеет место объективно существующая причино-следственная связь). Таким образом, основанием q для превращения z в символ Z оказывается во всех этих случаях то, что у z и у Z усматривается общая природа, они мистически тождественны[1] по своей природе ($z =_м Z$) или, иначе говоря, z сопричастно Z.

Эта сопричастность символа обозначаемому объекту порождает двойственное отношение между знаком и обозначаемым: с одной стороны, символ, как и любой знак при неавтонимном употреблении обозначает что-то иное, отличное от него самого, и, со-

[1] Это особый вид тождества, назовем его мистическим: при этом два объекта а и в могут обладать различными свойства, но для наличия мистического тождества достаточно и необходимо, чтобы оба они обладали неким фиксированным свойством (или набором свойств). Понятие мистического тождества в современной науке было впервые введено Леви-Брюлем, большое внимание ему уделяет и Юнг (бессознательное отождествление). Такое мистическое тождество может иметь место между сингулярным термом и неязыковым объектом, являющимся значением этого терма, между различными неязыковыми объектами, являющимися значениями одного и того же многозначного терма, между значением сингулярного терма и предложения и т.п.

ответственно, не тождественен обозначаемому; но с другой стороны, он тождественен обозначаемому по сущности – обладая той же природой, что и обозначаемое:

$R_i(z)/(z=_м Z)= Z$, где $i=\{s\in S_к, t, p\}$.

Именно так можно понять парадоксальный тезис о том, что имя Бога есть Бог, но Бог не есть имя: имя Бога$=_м$Бог, но имя Бога $\neq$ Бог.

Символы как знаки имеют различную материальную природу. Известен символический язык жестов, в частности, "язык тела" в танце, в Индии широкое распространение получил "язык рук" – "мудры"; во всех культурах встречаются графические символы, скажем, мандалы есть изображения сакральной вселенной, полумесяц – ислама и т.п., символом может быть цвет, аромат, движение, архитектурные формы и многое другое.

Символ является принципиально многозначным и/или "многосмысленным". В.Рабинович в книге "Алхимия как феномен средневековой культуры", разбирая один единственный алхимический рецепт, выделяет несколько уровней смыслов: начиная от прочтения его как чисто химического рецепта, и заканчивая сложнейшими философскими интерпретациями. Такая многозначность позволяет символу выполнять двойственную роль: с одной стороны он хранит информацию для посвященных, а с другой – скрывает ее от непосвященных. В каждой религии и в каждом эзотерическом учении использовались свои символы, и чем выше была степень посвящения человека в тайны учения, тем больше "слоев смысла" он понимал. Правильное понимание сакральных текстов требовало понимания тайного смысла использованных в нем знаков.

При таком понимании символа мы как бы возвращаемся к одному из исходных смыслов древнегреческого "симболона". Но при этом "символ" в значительной степени утратил второй смысл термина "симболон": символ нельзя считать чисто условным знаком. Особый тип связи между символом и его значением требует расширения классификации Ч.Пирса -- выделения особой группы знаков, которые я буду называть сопричастными.

К какому же типу знаков относятся вербальные знаки, или хотя бы (ограничивая объект исследования), те вербальные знаки, которые у Г.Фреге определяются как собственные имена?

Уже в античности сформировались две основные концепции природы языковых знаков. У истоков одной из них стоит Аристотель, который утверждает условный, договорный характер имен (он прямо говорит об этом в работе «Об истолковании»). Другая концепция нашла свое воплощение в работах Платона (в частности, в диалоге «Кратил»). Это последнее учение часто называют «естественной», а можно назвать и «магической» теорией происхождения языка. Согласно этому подходу вербальные знаки соответствуют природе обозначаемых объектов – хотя бы для

«истинного языка» и «истинных имен». Истинный язык и имена в нем считался созданным богами или первыми людьми, которые в силу своей мудрости смогли постичь суть вещей и дать им имена в соответствии с их природой: "Сократ. Однако, если первые имена должны быть выражением чего-либо, знаешь ли ты иной, лучший способ создать эти выражения, нежели сделать их возможно более тождественными тому, что они должны выразить?" ([5, с.481] Сторонники этой «естественной» концепции происхождения языка обычно утверждают, что со временем – по мере деградации людей (например, от Золотого века к Железному) – язык портится, искажается, и поэтому в современном им языке связь имен с обозначаемым уже не очевидна. В тех культурах, где признается существование священных языков, обычно можно найти утверждения, что в этих священных языках и в написанных на них сакральных текстах связь имен с обозначаемым наиболее значительна (санскрит в индуизме, арабский в исламе, древнееврейский, древнегреческий и латынь в католицизме и т.п.) Эта «естественная» теория происхождения языка имела место в самых различных культурах и учениях: почти во всех школах древнеиндийской философии, в конфуцианстве (здесь особо интересна программа Конфуция по исправлению имен), в гностицизме, в суфизме и др. В европейской философии эта «линия Платона» отчетливо прослеживается до поздней схоластики, выступая обоснованием терминализма В.Оккама. Начиная с эпохи Просвещения доминирующим становится понимание вербальных знаков как чисто условных. В современном языкознании это практически общепринято. [2] Но, отбросив «естественную» теория происхождения языка, мы тем самым утрачиваем важный ключ для понимания сакральных текстов.

Говоря о сходстве, тождестве или сопричастии имени и его значения, необходимо выделять два соответствующих уровня: имя в целом – обозначаемый объект и составляющие имени (звуки, буквы) – свойства обозначаемого объекта.

---

[2] Промежуточное положение между этими двумя теориями занимала звукоподражательная теория происхождения языка, сформулированная еще стоиками. В ней имя уже не обладает природой, тождественной природе обозначаемого, но имя имеет определенные черты сходства с обозначаемым (звукоподражательные слова и звукосимволизм между языковыми звуками и незвучащими объектами). Но в наше время она была решительно отвергнута, так как процент такого рода слов в любом естественном языке ("громыхать", "шипеть", "бублик" и т.п.) весьма не значителен. Несомненно, что между языком и действительностью есть некоторые черты сходства, например, во многих языках *множественное* число существительного отличается от единичного за счет *дополнительной* буквы или букв в составе слова, и *нет ни одного языка*, где имело бы место обратное отношение. Но такие черты сходства проявляются скорее как сходство языка (системы знаков) и внеязыковой действительности, а не отдельных знаков с обозначаемыми объектами.

"Сократ. ...Если имя будет подобно вещи, то по природе необходимо, чтобы и буквы, из которых составлены первые имена, были подобны вещам. Разве не так?" [5, с.481]

При таком подходе самим звукам речи приписываются определенные свойства:

"Сократ. ... Скажи, хорошо ли, по-твоему, говорить, что буква r соответствует порыву, движению и в то же время твердости (непреклонности)? Или нехорошо?

Кратил. По-моему, хорошо.

Сократ. А l гладкости, податливости, ну и всему тому, о чем мы говорили?

Кратил. Да." [5, с.481]

В целом ряде религиозных и мистических учений обнаруживается вера в то, что сами звуки языка – фонемы – обладают самостоятельным значением в силу своей сопричастности каким-то высшим сущностям бытия. В современной же лингвистике минимальными носителями лексического значения считаются слова или хотя бы морфемы, являющиеся сложными знаками и состоящими из простых – фонем, которые сами по себе не обладают лексическим значением (исключением является тот случай, когда морфема оказывается отдельным звуком, т.е. тождественна фонеме).

В учении пурва-мимансы (одна из ортодоксальных школ индийской философии) имеется утверждение, что изначальной сакральной сущностью бытия являются артикулированные звуки из которых состоит текст вед, звукам присывается мистические свойства в тантризме, гностицизме, митраизме, суфизме, исихазме и т.д. :"Звук А по своему тональному и мантрическому значению стоит посредине между всеобъемлющим О и глубинным У. Он соответствует горизонтальному движению и выражает способность речи и мышления (соответствуя "логосу" в западной традиции). Это первый звук новорожденного ребенка. Это первое выражение распознавания других и окружающего мира и связи с ними. Это выражение удивления и непосредственного сознания.» [4, с.70-71]

Таким образом можно выделить три различных подхода к пониманию значения имени. В логическом анализе естественного языка в качестве обозначающих выражений – сингулярных термов – рассматриваются определенные слова и словосочетания, и их значениями являются денотаты. Отдельное слово при этом считается элементарным знаком, и никакие его составляющие не обладают значением. Поэтому при переводе на формализованный язык имени, состоящего из одного слова, каким бы длинным и сложным по своему составу оно бы ни было, оно все равно переводится как элементарный знак. В лингвистике в качестве обозначающих выражений рассматриваются уже составные части слова – морфемы, но при этом морфемам сопоставляются не денотаты, а лек-

сические значения. Два эти подхода совпадут (относительно собственных имен) только для аналитических языков, где нет словообразования. Но составляющие морфем – отдельные фонемы – уже не считаются в лингвистике носителями какого-либо значения. И, наконец, еще один вариант дает нам разбираемая выше религиозно-мистическая трактовка языка: здесь уже каждая фонема (а иногда даже – аллофон) рассматривается как обладающая особым значением.

При таком подходе семантику и синтаксис сакральных текстов необходимо рассматривать, на мой взгляд, как трехуровневые. Так, пусть s будет отдельным словом, например, сингулярным термом священного языка L, обозначающим объект w. В логико-семантической интерпретации данного языка функция приписывания значения R просто сопоставляет s индивид w из множества возможных объектов W. При этом между s и w действительно нет никакой связи, s есть чисто условный знак для w, настоящее имя-ярлык по способу приписывания. И в пределах данной интерпретации s оказывается жестким десигнатором для w. Но именно потому, что R ничем не обусловлена, правила обозначения мы задаем сами, нам ничто не мешает в другой интерпретации данного же языка задать R таким образом, что значением s окажется уже не w, а w_1 или w_2 и т.п. Таким образом, в семействе возможных интерпретаций данного языка один и тот же терм может обозначать любые индивиды из множества возможных объектов.

Но пусть при этом s состоит в естественном языке из звуков или письменных знаков: $s=a_1,a_2...a_n$, т.е. является синтаксически сложным. С точки зрения логической семантики соответствующие синтаксические единицы не являются носителями смысла и значения, и тем самым все выражение s в целом оказывалось семантически простым, так как не имеет в своем составе значащих конституэнт. Но, предположим, что s состоит хотя бы из двух морфем: $s=(a_1,..a_k)$, $(a_n ,..a_m)$. Тогда с точки зрения лингвистической семантики оно оказывается уже сложным выражением, так как каждая морфема имеет свое лексического значение. Теперь s уже больше напоминает дескриптивное имя, нежели имя-ярлык, в силу лексического значения морфем оно несет определенную информацию о денотате. Тогда R не может приписывать s *произвольный* индивид из множества возможных объектов. В каждой возможной интерпретации R может теперь приписывать данному имени только объект из определенного подмножества множества возможных объектов, и это подмножество определяется теми свойствами, которые задаются через лексическое значение морфем.

Но в сакральном языке L в его, так сказать, сакральной семантике каждому звуку или письменному знаку a_i в L приписывается свойство (или набор свойств) A_i. Отсюда, в силу наличия отноше-

ния обозначения между s(=a_1,a_2...a_n) и w (на уровне обыденной семантики), объект w считается носителем свойств A_1,A_2,...A_n. Таким образом, языковое выражение, которое в профанном языке было бы простым именем-ярлыком, в сакральном языке оказывается чем-то аналогичным дескриптивному имени. С одной стороны повторяется ситуация с лингвистической семантикой, где простое имя-ярлык истолковывается как состоящее из значащих частей – морфем. Но с другой стороны, в сакральной семантике даже на уровне элементарных составляющих слова – фонем – нет места условным знакам: фонема оказывается не просто знаком, который по соглашению между субъектами обозначает некоторое свойство, звук сопричастен сути обозначаемого, он сам носитель того же свойства, которое обозначает. Поэтому имя на сакральном языке – это всегда *жесткий десигнатор*[3], во всех возможных интерпретациях данного языка имя обозначает один и тот же индивид из множества возможных объектов.

Именно в силу этой сопричастности, звуки или письменные знаки, из которых состоит слово, т.е. сама материальная оболочка слова, рассматривается в ряде мистических учений как носитель магической силы. Так, Климент Александрийский говорит о том, что правильное произнесение истинного и сокровенного имени Бога, убивает непосвященных, услышавших его, и рассказывает, как во время ежегодного богослужения в иерусалимском храме некий мирянин оказался рядом с верховным жрецом, произнесшим это имя; в результате мирянин упал мертвым. А правильное произнесение мантр считается в буддизме (в частности, в тантризме) способом преобразования действительности. Но замечу, что носителем такой же магической силы могут быть и неязыковые объекты – это и графические изображения (янтры, мандалы), и вещи (амулеты, языческие фетиши, кресты, иконы, мощи святых и т.п.), и акустические эффекты (звук церковного колокола способен сбить на землю летящую в небе ведьму). Таким образом, сверхъестественная или магическая сила, которой обладают или которой сопричастны сакральные тексты и знаки, не является свойством исключительно языковых объектов. И здесь обнаруживается следующая фундаментальная особенность семантики сакральных текстов.

В мистическом сознании язык обладает гораздо большими чертами сходства с неязыковыми объектами, чем это признается в современных научных теориях. В древних культурах, когда создавалось большинство сакральных текстов и интерпретирующих их учений, Язык в сознании людей был одной из священных составляющих мира. При этом не только неязыковым объектам приписывались вербальные свойства, но и слова и другие языковые

---

[3] Проблема жестких десигнаторов в связи с проблемой эссенциализма рассматривается в [1].

выражения овеществлялись. (Например, Ра, не желая открывать Исиде свое истинное имя, говорит, что у него его нет, и предлагает Исиде *обыскать* его; Моисей, получив от Ягве истинное имя последнего, прячет *имя в складках своей одежды*.)

Еще одна особенность семантики сакральных текстов порождается сочетанием их двух ранее обсуждаемых свойств: во-первых, термины здесь многозначны, а во-вторых, сопричастны (мистически тождественны) своим значениям. Отсюда следует, что все значения термина оказываются взаимосвязанными между собой.

С этим связаны своеобразные виды семантической абстракции отождествления, например, в суфизме утверждается тождество значений всех слов, имеющих одинаковое написание (в арабской письменности опускались гласные), каббалистический метод гематрии утверждал подобное же тождество значений для языковых выражений, сумма цифр которых была тождественна[4], тамура – тех слов и предложений, которые получались из данного при перестановке букв по определенным правилам.

Но иногда мистические свойства языковых знаков приписываются им на базе того набора значений, которые имеет определенная совокупность слов священного языка, состоящих из данных знаков или начинающихся с данных знаков и т.п.

Можно усмотреть определенную аналогию этим методам в способах развития письменности от иероглифического письма к силлабическому, а затем – алфавитному: иероглиф, ведущий свое происхождение от рисунка, был знаком отдельного объекта, и читался первоначально как целое отдельное слово; в силлабическом письме он становится знаком слога (или трансформируется в знак слога), с которого начиналось слово, обозначавшееся (записываемое) данным исходным иероглифом, аналогично при переходе к алфавитному письму. Буква – алфавитный знак – уже не имеет ни малейших черт сходства с обозначаемым объектом (отдельным звуком), но человеческая память хранит информацию о ее происхождении (буква – слог – иероглиф). Имя, записанное алфавитным письмом, оказывается в таком случае чем-то вроде аббревиатуры.

Один из способов каббалистического метода нотарикон как раз и основан на понимании слов Священного Писания (Торы) как аббревиатур, т.е. каждая буква в составе некоторого слова понимается как начальная буква нового слова. Таким образом слово оказывается при его расшифровке целым предложением. Но в отличии от современных аббревиатур, здесь усматривается определенная связь между смыслом и значением слова, подвергнутого

---

[4] Можно предположить, что рождению этого метода способствовала традиция обозначения цифр буквами алфавита, имевшая место в различных древних культурах.

расшифровке, и смыслом и значением предложения, полученного в результате расшифровки.

Другой способ нотарикона в некотором смысле повторяет упомянутый выше ход развития письменности: здесь из предложения "вычитывается" имя путем выписывания первых и последних букв слов в составе предложения. Но и в этом случае фиксируется связь между смыслами и значениями соответствующих выражений на двух уровнях. Так, например, из стихов, говорящих об ангелах Господних, вычитываются имена этих ангелов. Другой пример: каббала называется еще Хохмо Нейсутро, т.е. тайная мудрость, а из начальных букв этих двух слов образуется слово ХН, Хейн, т.е. милость, и тайная мудрость и милость трактуются как в некотором смысле тождественные.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Гриненко Г.В.* Магия и логика истинных имен // Истина и истинность в культуре и языке. М., 1995. С.65-75.
2. *Гриненко Г.В.* Сакральные тексты и современная логика // Полигнозис, 1998, №1. С.117-131.
3. *Кох Р.* Книга символов. Эмблемата. М., 1995.
4. *Лама Анагарика Говинда.* Психология раннего буддизма: основы тибетского мистицизма. СПб., 1993.
5. *Платон* Кратил // Платон. Соч.: В 3-х т., М., 1968, т.1.
6. *Флоренский П.* Имена. М., 1993.
7. *Фреге Г.* Значение и смысл // Фреге Г. Избранные работы. М., 1997.

E.D.Smirnova

THE PROBLEM OF FORMALIZATION OF SOME NONSTANDARD SEMANTICS[1]

I shall propose the formalization of some nonstandard semantics in sequential form.

On semantical level the problem of paraconsistency has the following aspects:

First of all, what does it mean, that "contradictions entails everything"? What kind of entailment is involved here? Below we are going to show that under the different presuppositions different notions of entailment relation can be formalized in the same system.

Second, what is our interepretation of contradiction. This question is related to the treatment of negation.

The notion of impossible possible worlds and its analogoues are not admitted in semantics as considered to be less clear. Instead of this predicates of truth and falsity are considered to be partially defined.

Second, – we proceed from the idea of the symmetry of concepts of truth and falsity (and this is very important). Falsity is considered to be an *independent* notion and not as absence or negation of the truth.

Let W be a nonempty set of possible worlds, φ a function ascribing a pair of sets $<H_1,H_2>$ to propositional variables where $H_1 \subseteq W$, $H_2 \subseteq W$. $\varphi_T(p) = H_1$ is the class of worlds in which p holds (the domain of a sentence). $\varphi_F(p) = H_2$ – a class of worlds in which p does not hold (the anti-domain of a sentence).

The relation between classes $\varphi_T(A)$ and $\varphi_F(A)$ may both satisfy or not satisfy the following conditions:

(1) $\varphi_T(A) \cap \varphi_F(A) = \phi$ (2) $\varphi_T(A) \cup \varphi_F(A) = W$

Accepting both (1) and (2) we get standard semantics. Accepting (1) and rejecting (2) – semantics with *glut evaluations*; rejecting both (1) and (2) we get relevant semantics.

With our approach, it is possible to introduce not a one, but a whole class of different relations of a type of logical entailment. We define these relations of logical entailment in the terms of relations between domains and anti-domains of formulas. We shall mark the complement of the class $\varphi_F(A)$ by $\varphi_{\neg F}(A)$.

1. $\varphi_T(A) \cap \varphi_{\neg F}(A) \subseteq \varphi_T(B)$
2. $\varphi_T(A) \cap \varphi_{\neg F}(A) \subseteq \varphi_{\neg F}(B)$
3. $\varphi_T(A) \cap \varphi_{\neg F}(A) \subseteq \varphi_T(B) \cup \varphi_{\neg F}(B)$
4. $\varphi_T(A) \subseteq \varphi_T(B)$ [a]

[1] This work is supported by INTAS-RFBR, project N95-365.

5. $\varphi_T(A) \subseteq \varphi_{\neg F}(B)$ [d]
6. $\varphi_T(A) \subseteq \varphi_T(B) \cup \varphi_{\neg F}(B)$
7. $\varphi_{\neg F}(A) \subseteq \varphi_T(B)$ [c]
8. $\varphi_{\neg F}(A) \subseteq \varphi_{\neg F}(B)$ [b]
9. $\varphi_{\neg F}(A) \subseteq \varphi_T(B) \cup \varphi_{\neg F}(B)$

The other relations may be reduced to the conjunction of some of these nine relations.

Now, let us consider the problem of the formalization of logics, described above. Let us formulate some well known logical systems in sequential form. The following figures of conclusion are common for these systems:

$$\frac{\Gamma \to \Theta, A \qquad \Gamma \to \Theta, B}{\Gamma \to \Theta, A \& B}\ ; \frac{\Gamma \to \Theta, \neg A, \neg B}{\Gamma \to \Theta, \neg(A \& B)}\ ; \qquad \frac{A, B, \Gamma \to \Theta}{A \& B, \Gamma \to \Theta}\ ;$$

$$\frac{\neg A, \Gamma \to \Theta \qquad \neg B, \Gamma \to \Theta}{\neg(A \& B), \Gamma \to \Theta}$$

$$\frac{\Gamma \to \Theta, A, B}{\Gamma \to \Theta, A \vee B}\ ; \qquad \frac{\Gamma \to \Theta, \neg A \qquad \Gamma \to \Theta, \neg B}{\Gamma \to \Theta, \neg(A \vee B)}\ ;$$

$$\frac{A, \Gamma \to \Theta \qquad B, \Gamma \to \Theta}{A \vee B, \Gamma \to \Theta}\ ; \frac{\neg A, \neg B, \Gamma \to \Theta}{\neg(A \vee B), \Gamma \to \Theta}$$

$$\frac{\Gamma \to \Theta, \neg A, B}{\Gamma \to \Theta, A \supset B}\ ; \qquad \frac{\Gamma \to \Theta, A \qquad \Gamma \to \Theta, \neg B}{\Gamma \to \Theta, \neg(A \supset B)}\ ;$$

$$\frac{\neg A, \Gamma \to \Theta \qquad B, \Gamma \to \Theta}{A \supset B, \Gamma \to \Theta}\ ; \frac{A, \neg B, \Gamma \to \Theta}{\neg(A \supset B), \Gamma \to \Theta}$$

$$\frac{\Gamma \to \Theta, A}{\Gamma \to \Theta, \neg\neg A}\ ; \frac{A, \Gamma \to \Theta}{\neg\neg A, \Gamma \to \Theta}$$

Structural rules are usual. Cut elimination theorem holds. Basic sequences are different in these different systems. Let us consider the following four types: (1) $A, \Gamma \to \Theta, A$; (2) $A, \neg A, \Gamma \to \Theta$; (3) $\Gamma \to \Theta, B, \neg B$; (4) $A, \neg A, \Gamma \to \Theta, B, \neg B$. If sequences only of type (1) are considered as basic, we get de Morgan's logic (M); if sequences of types (1) and (2) – then we get the system of Hao Wang (WH) in sequencial form, (axiomatic construction of which is given by Allan Rose [1]); if we have the sequences of the types (1) and (3) – then we get the logical system, dual to Hao Wang's logic (DWH); with sequences of types (1) and (4) – we have a variant of Lucasiewicz's logic; finally, with

sequences of types (1), (2), (3) – classical system C.

The following theorems hold:

Theorem 1. *In the semantics with truth value gaps, the relation* 7 *is empty; the relation* 4 *is formalized by* WH; *the relation* 8 *is formalized by* DWH; *the relation* 5 – *by* C.

Theorem 2. *In the semantic with glut evaluations, the relation* 5 *is empty; the relation* 4 *is formalized by* DWH; *the relation* 8 – *by* WH; *the relation* 7 *by* C.

Theorem 3. *In semantics, free from the conditions* (1) *and* (2), *relations* 7 *and* 5 *are empty; relations* 4 *and* 8 *are formalized by* M; *relations* 1 *and* 2 – *by* WH; *relations* 6 *and* 9 – *by* DHW.

The proofs of the above mentioned theorems are given in the book [2].

REFERENCES

1. *Vasilyev N.A.* Imaginary Logic. Selected papers. Moscow, 1989; in russian.
2. *Smirnova, E.D.*, Logic and Philosophy. Moscow, 1996; chapter 5; in russian.
3. *Smirnova, E.D.,* Semantics with truth value gaps, glut evaluations, and the concept of logical entailment. In: Intensional logics and the Logical structure of theories. Tbilisi, 1985; (Russian).

G.Sandu, J.Hiipakka

PARTIALLY INTERPRETED CONNECTIVES

0. General Remarks

Partiality is understood in this study as the semantical undeterminacy of an expression in a particular situation, model, possible world, etc. Relativized to predicates, this means that there are models M and predicates P such that for some individuals a in the universe of M, a belongs to neither the extension nor the anti-extension of P.

Perhaps the most discussed instances of partiality in philosophy are the ones connected with the semantical paradoxes. They often arise with self-referential expressions like "this sentence is not true", which lead to paradoxes. One of the most praised solutions to this kind of paradoxes is to give up bivalence and to take the self-referential statements to lack a truth-value. This amounts to give the truth-predicate a partial interpretation as done in the work of Kripke.

Giving up the principle of bivalence forces one to redefine some of the logical constants and concepts. For illustration, let $\|\varphi\|^{M,+}$ denote the truth of a sentence φ in the model M, and $\|\varphi\|^{M,-}$ denote its falsity. Then we can define what is known as *strong negation* $\neg$ by:

$\neg\|\varphi\|^{M,+}$ iff $\|\varphi\|^{M,-}$

$\neg\|\varphi\|^{M,-}$ iff $\|\varphi\|^{M,+}$.

(Kamp, 1983.)

But now, following Langholm (1988) we can also define a *weak negation* $\neg_{w1}$ as the mere absence of truth:

$\neg_{w1}\|\varphi\|^{M,+}$ iff not $\|\varphi\|^{M,+}$

$\neg_{w1}\|\varphi\|^{M,-}$ iff $\|\varphi\|^{M,+}$,

and a weak negation $\neg_{w2}$ as the mere absence of both truth and falsity:

$\neg_{w1}\|\varphi\|^{M,+}$ iff not $\|\varphi\|^{M,+}$

$\neg_{w1}\|\varphi\|^{M,-}$ iff $\|\varphi\|$

as in Hintikka's game-theoretical tradition. In a similar way we get two notions of logical consequence:

Strong consequence. For all M: If $\|\varphi_1\|^{M,+}$ and ... $\|\varphi_n\|^{M,+}$, then $\|\varphi\|^{M,+}$.

Weak consequence. For all M: If $\|\varphi_1\|^{M,+}$ and ... $\|\varphi_n\|^{M,+}$, then not$\|\varphi\|^{M,-}$.

(Cf. Van Benthem, 1984; Fenstad *et al*, 1987.)

The problem of the definability of logical constants in propositional logic in the context of partiality has been thoroughly investigated by Blamey (1986) and Langholm (1988), and for the logic of modalities by van Benthem (1984).

1. Partiality and propositional logic.

A signature σ for a propositional logic L is a finite set of primitive propositional symbols. The set of sentences of L in the signature σ, denoted by $L(\sigma)$, is the set formed from σ using the logical constants $\neg$, $\vee$, and $\top$. A classical structure M of L in the signature σ is a subset of σ. More informally, M is the set of true atomic sentences of $L(\sigma)$.

There are three basic ways of obtaining partial interpetations of propositional logic.

The first way is to have the partiality at the level of primitive (atomic) sentences, that is, at the level of σ. In this case we shall have primitive sentences S in σ which are neither true nor false. But this is another way of saying that the structures of L are partial. The partiality of structures is made explicit by taking a partial structure M to be a pair $M = (M^+, M^-)$, where M^+ and M^- are disjoint subsets of σ, but not necessarily $M^+ \cup M^- = \sigma$. Again, the intuition is that M^+ is the set of true atomic sentences in M, and M^- is the set of false atomic sentences in M. In the particular case in which M^+ is the complement of M^- in σ, we say that M is *complete*. A complete structure is thus a classical structure.

Partial structures for propositional logic have been studied in Blamey (1986) and Langholm (1988).

The second way of introducing partiality into propositional logic is by having truth-value gaps arising at the level of complex sentences. In this case the structures $M = (M^+, M^-)$ are complete, but the propositional language L is enriched with new propositional connectives.

There is a very simple way to implement this proposal, namely to add a 0-place connective, say $\blacktriangle$, defined by

$$\text{not } M \models \blacktriangle^+ \text{ and not } M \models \blacktriangle^-$$

for any model M.

Similarly, we can add another 0-place connective, say *, and set

$$M \models \blacktriangle^+ \text{ and } M \models \blacktriangle^-$$

for any model M.

The resulting propositional logic can be shown to be functionally complete (in four truth-values.)

The alternative we prefer, instead, is to have a 4-place connective denoted by ∇. In the next section we will show that the resulting logic is persistent and coherent, but not determinate.

Finally, the third way to have partiality in propositional logic is by combining the previous two.

2. Partially interpreted connectives: $L(\nabla)$

Let $L(\nabla)$ denote the extension of propositional logic L with a 4-place connective ∇. The set of sentences of $L(\nabla)$ in the signature σ, denoted by $L(\nabla)(\sigma)$, is the smallest set closed with respect to σ, the

rules for $\neg$, $\vee$ and $\top$, and the rule for the new connective ∇:
If φ_{11}, φ_{12}, φ_{21}, and φ_{22} are $L(\nabla)(\sigma)$-sentences, then so is $\nabla(\varphi_{11},\varphi_{12},\varphi_{21},\varphi_{22})$, alternatively written as $\nabla(\varphi_{ij})_{i,j \in \{1,2\}}$.

A *partial structure* in the signature σ is a pair $M = (M^+,M^-)$, where M^+, $M^- \subseteq \sigma$, and $M^+ \cap M^- = \varnothing$. If, in addition, $M^+ \cup M^- = \sigma$ the structure is called *complete*. All the partial structures in this chapter will be complete. We define $M \models \varphi^+$ ("φ is true in M") and $M \models \varphi^-$ ("φ is false in M") by double induction on the complexity of φ:

1. Definition.

(i) $M \models S^+$ iff $S \in M^+$ (S is a primitive propositional symbol)

(ii) $M \models S^-$ iff $S \in M^-$

(iii) $M \models (\neg\varphi)^+$ iff $M \models \varphi^-$

(iv) $M \models (\neg\varphi)^-$ iff $M \models \varphi^+$

(v) $M \models (\varphi \vee \psi)^+$ iff $M \models \varphi^+$ or $M \models \varphi^+$

(vi) $M \models (\varphi \vee \psi)^-$ iff $M \models \varphi^-$ and $M \models \varphi^-$

(vii) $M \models \nabla(\varphi_{11},\varphi_{12},\varphi_{21},\varphi_{22})^+$ iff $\exists j \in \{1,2\} \forall i \in \{1,2\} M \models \varphi_{ij}$

(viii) $M \models \nabla(\varphi_{11},\varphi_{12},\varphi_{21},\varphi_{22})^-$ iff $\exists i \in \{1,2\} \forall j \in \{1,2\} M \models \varphi_{ij}$.

The last two clauses of Definition 1 are equivalent with:

$M \models \nabla(\varphi_{11},\varphi_{12},\varphi_{21},\varphi_{22})^+$ iff $M \models [(\varphi_{11} \wedge \varphi_{21}) \vee (\varphi_{12} \wedge \varphi_{22})]^+$

$M \models \nabla(\varphi_{11},\varphi_{12},\varphi_{21},\varphi_{22})^-$ iff $M \models [(\neg\varphi_{11} \wedge \neg\varphi_{12}) \vee (\neg\varphi_{21} \wedge \neg\varphi_{22})]^+$.

For two partial structures $M = (M^+,M^-)$ and $N = (N^+,N^-)$ in the signature σ, not necessarily complete, we write $M \subseteq N$ if $M^+ \subseteq N^+$ and $M^- \subseteq N^-$. Obviously, if M is complete and $M \subseteq N$, then $M = N$. We call a sentence φ *truth-persistent* if for any structures M and N in the signature σ such that $M \subseteq N$, we have $M \models \varphi^- \Rightarrow M \models \varphi^+$, and *falsity-persistent* if $M \models \varphi^- \Rightarrow M \models \varphi^-$. φ is *persistent*, simpliciter, if it is both truth and falsity-peristent. φ is *coherent* if for any structure M we do not have both $M \models \varphi^+$ and $M \models \varphi^-$, and determinate if for every M, $M \models \varphi^+$ or $M \models \varphi^-$.

2. Proposition. The propositional logic $L(\nabla)$ interpreted on complete partial structures is persistent, coherent but not determinate, that is, for every signature σ, every $L(\nabla)(\sigma)$-sentence is persistent and coherent, but for some signature π, there is an $L(\nabla)(\pi)$-sentence ψ and model M such that neither $M \models \varphi^+$ nor $M \models \varphi^-$.

Proof: Persistence is got for free. For coherence the proof is by induction on the complexity of sentences. The only case of interest is for φ being $\nabla(\varphi_{11},\varphi_{12},\varphi_{21},\varphi_{22})$. So assume, for contradiction, that we have both

$M \models \nabla(\varphi_{11},\varphi_{12},\varphi_{21},\varphi_{22})^+$ and $M \models \nabla(\varphi_{11},\varphi_{12},\varphi_{21},\varphi_{22})^-$.

Then find $j \in \{1,2\}$ such that $M \models \varphi_{1j}$ and $M \models \varphi_{2j}$ and $i \in \{1,2\}$ such that $M \models \varphi_{i1}$ and $M \models \varphi_{i2}$. If $j = 1$, then, if $i = 1$ we have $M \models \varphi_{11}$ and $M \models \varphi_{11}$, which contradicts the inductive hypothesis. All the

other cases are similar.

The following example shows that $L(\triangledown)$ is not determinate. Let $\sigma = \{S,P,R,Q\}$ and $\varphi_{11} = S$, $\varphi_{12} = P$, $\varphi_{21} = R$, and $\varphi_{22} = Q$ and M be the complete partial structure $M = (\{S,Q\},\{R,P\})$. It can be checked that neither $M \models \nabla(\varphi_{11},\varphi_{12},\varphi_{21},\varphi_{22})^+$ nor

$M \models \nabla(\varphi_{11},\varphi_{12},\varphi_{21},\varphi_{22})^-$. □

Let $\|\varphi\|^M$ denote the truth-value of the sentence φ in the structure M. Defining

$\|\varphi\|^M = 1$, if $M \models \varphi^+$ (hence not $M \models \varphi^-$, by Proposition 2)

$\|\varphi\|^M = 0$, if $M \models \varphi^-$ (hence not $M \models \varphi^+$)

$\|\varphi\|^M = ?$, if not $M \models \varphi^+$ and not $M \models \varphi^-$

then we see that the logic $L(\triangledown)$ is three-valued.

It is well-known that in classical propositional logic the set $\{\vee,\neg,\bot\}$ constitutes a truth-functionally complete set of connectives with respect to the two truth-values 0 and 1. In other words, every truth-function f: $\{0,1\}^n \to \{0,1\}$ can be defined by a sentence of the classical logic L (cf. Theorem 3 below.)

As we saw, the logic $L(\triangledown)$ has three truth-values: 1 (true), 0 (false) and ? (neither true nor false). The question we address now is whether the set $\{0,1,?\}$ is functionally complete, i.e., whether any function f: $\{0,1,?\}^n \to \{0,1\}$ can be defined by a sentence of the logic $L(\triangledown)$. The answer is affirmative and is proved in Theorem 4 below. For the proof we need the following result from classical propositional logic:

3. Theorem. Let K be a class of classical structures in the signature σ. For any function f: $K \to \{0,1\}$, there is a sentence φ of $L(\sigma)$ such that $\|\varphi\|^M = f(M)$ for all $M \in K$. □

Obviously the result in Theorem 3 holds if we replace "classical structures" by "complete partial structures". Now we are ready to prove:

4. Theorem. Let K be a class of complete partial structures in the signature σ. For any function f: $K \to \{0,1,?\}$, there is a sentence φ of $L(\triangledown)(\sigma)$ such that $\|\varphi\|^M = f(M)$ for all $M \in K$.

Proof: Fix f: $K \to \{0,1,?\}$, and define two functions $f_1, f_2 : K \to \{0,1\}$:

$f_1(M) = 1$, if $f(M) = 1$ or $f(M) = ?$, and $f_1(M) = 0$, otherwise.

$f_2(M) = 1$, if $f(M) = 1$, and $f_2(M) = 0$, if $f(M) = 0$ or $f(M) = ?$.

Thus both f_1 and f_2 are functions from K into $\{0,1\}$. Hence by Theorem 3 there are $L(\sigma)$-sentences θ and χ such that $\|\chi\|^M = f_1(M)$ for all $M \in K$, and $\|\theta\|^M = f_2(M)$ for all $M \in K$. We claim that $\triangledown(\chi,\theta,\theta,\chi)$ is the sentence we are looking for. If $f(M) = 1$, then $\|\chi\|^M = \|\theta\|^M = 1$, hence $\|\triangledown(\chi,\theta,\theta,\chi)\|^M = 1$; if $f(M) = 0$, then $\|\chi\|^M = \|\theta\|^M = 0$, hence $\|\triangledown(\chi,\theta,\theta,\chi)\|^M = 0$; If $f(M) = ?$, then $\|\chi\|^M = 1$, $\|\theta\|^M = 0$, hence $\|\triangledown(\chi,\theta,\theta,\chi)\|^M = ?$. □

3. Extensions of $L(\triangledown)$.

The interpretation of negation, as given in Definition 1.2.1, makes it strong, positive negation. In this section we investigate what happens to $L(\triangledown)$ when weak, contradictory negation $\neg_w$ is added. We denote the extension by $L(\triangledown,\neg_w)$. The interpretative clauses for weak negation are:

1. Definition.

(i) $M \models (\neg_w\varphi)^+$ iff not $M \models \varphi^+$

(ii) $M \models (\neg_w\varphi)^-$ iff not $M \models \varphi^-$.

Now that we have weak negation available in the logic we can also define implication ($\varphi \rightarrow \psi$) as ($\neg_w\varphi \vee \psi$), and double implication ($\varphi \rightarrow \psi$) as ($\varphi \rightarrow \psi$) and ($\psi \rightarrow \varphi$). Notice that $\models (\varphi \leftrightarrow \psi)^+$ if and only if φ and ψ are true in exactly the same models, and $\models (\varphi \leftrightarrow \psi)^-$ if and only if φ and ψ are false in the same models.

The addition of contradictory negation introduces a fourth truth-value. Recall our example with $\varphi_{11} = S$, $\varphi_{12} = P$, $\varphi_{21} = R$, and $\varphi_{22} = Q$ and M be the complete partial structure $M = (\{S,Q\},\{R,P\})$. We saw that neither $M \models \nabla(\varphi_{11},\varphi_{12},\varphi_{21},\varphi_{22})^+$ nor $M \models \nabla(\varphi_{11},\varphi_{12},\varphi_{21},\varphi_{22})^-$. Hence from the definition of weak negation we get both $M \models \neg_w\nabla(\varphi_{11},\varphi_{12},\varphi_{21},\varphi_{22})^+$ and $M \models \neg_w \nabla(\varphi_{11},\varphi_{12},\varphi_{21},\varphi_{22})^-$. In other words, the logic $L(\triangledown,\neg_w)$ is not coherent, and also, as showed earlier, persistent but not determinate.

For any $L(\triangledown,\neg_w)(\sigma)$-sentence φ, let $\|\varphi\|^M$ denote the truth-value of the sentence φ in the structure M. Setting

$\|\varphi\|^M = 1$, if $M \models \varphi^+$ and not $M \models \varphi^-$,

$\|\varphi\|^M = 0$, if $M \models \varphi^-$ and not $M \models \varphi^+$,

$\|\varphi\|^M = ?$, if not $M \models \varphi^+$ and not $M \models \varphi^-$,

$\|\varphi\|^M = !$, both $M \models \varphi^+$ and $M \models \varphi^-$,

and defining conjunction via disjunction and strong negation, we see that the logic $L(\triangledown,\neg_w)$ is four-valued.

As in the case of $L(\triangledown)$, we ask the question whether the set $\{0,1,?,!\}$ is functionally complete in the logic $L(\triangledown,\neg_w)$, that is, whether for any function f: $K \rightarrow \{0,1,?,!\}$, there is a sentence φ of $L(\triangledown,\neg_w)$ such that $\|\varphi\|^M = f(M)$ for all $M \in K$. A positive answer is given by the next theorem:

2. Theorem. Let K be a class of complete partial structures in the signature σ. For any function f: $K \rightarrow \{0,1,?,!\}$, there is a sentence φ of $L(\triangledown)(\sigma)$ such that $\|\varphi\|^M = f(M)$ for all $M \in K$.

Proof: Fix f: $K \rightarrow \{0,1,?,!\}$, and define two functions f_1, $f_2 : K \rightarrow \{0,1,?\}$:

$f_1(M) = ? \Leftrightarrow f(M) = !$

$f_1(M) = 0 \Leftrightarrow f(M) = 1$

$f_1(M) = 1 \Leftrightarrow f(M) = 0$ or $f(M) = ?$

$f_2(M) = ? \Leftrightarrow f(M) = ?$

$f_2(M) = 0 \Leftrightarrow f(M) = !$ or $f(M) = 0$
$f_2(M) = 1 \Leftrightarrow f(M) = 1$.

By Theorem 2.2.3. there are $L(\nabla)(\sigma)$-sentences θ and χ such that $\|\chi\|^M = f_1(M)$ for all $M \in K$, and $\|\theta\|^M = f_2(M)$ for all $M \in K$. We claim that $\nabla(\neg_w \chi, \theta, \neg_w \chi, \theta)$ is the sentence we are looking for. For the proof of this claim, notice that:

(1) $M \models \nabla(\neg_w \chi, \theta, \neg_w \chi, \theta)^+ \Leftrightarrow M \models (\neg_w \chi \vee \theta)^+ \Leftrightarrow$ (not $M \models \chi^+$ or $M \models \theta^+$)

(2) (1) $M \models \nabla(\neg_w \chi, \theta, \neg_w \chi, \theta)^{\square} \Leftrightarrow M \models (\neg\neg_w \chi \wedge \neg\theta)^+ \Leftrightarrow$ (not $M \models \chi^-$ and $M \models \theta^-$).

Then we have the following cases:

If $f(M) = !$, then $\|\chi\|^M = 0$ and $\|\theta\|^M = 1$ and thus both (not $M \models \chi^+$ or $M \models \theta^+$) and (not $M \models \chi^-$ and $M \models \theta^-$). Hence by (1) and (2), $\|\nabla(\neg_w \chi, \theta, \neg_w \chi, \theta)\|^M = !$.

If $f(M) = 1$, then $\|\chi\|^M = ?$ and $\|\theta\|^M = 0$ and thus (not $M \models \chi^+$ or $M \models \theta^+$) and not (not $M \models \chi^-$ and $M \models \theta^-$). Hence, $\|\nabla(\neg_w \chi, \theta, \neg_w \chi, \theta)\|^M = 1$.

If $f(M) = 0$, then $\|\chi\|^M = 1$ and $\|\theta\|^M = 0$ and thus not (not $M \models \chi^+$ or $M \models \theta^+$) and (not $M \models \chi^-$ and $M \models \theta^-$). Hence, $\|\nabla(\neg_w \chi, \theta, \neg_w \chi, \theta)\|^M = 0$.

If $f(M) = ?$, then $\|\chi\|^M = 1$ and $\|\theta\|^M = ?$ and thus not (not $M \models \chi^+$ or $M \models \theta^+$) and not (not $M \models \chi^-$ and $M \models \theta^-$). Hence, $\|\nabla(\neg_w \chi, \theta, \neg_w \chi, \theta)\|^M = ?$.

□

4. Encoding into classical logic

From any complete partial structure (in a given signature σ) $M = (M^+, M^-)$ we obtain a classical structure M_{cl} by simple deleting M^-, and conversely, from any classical structure M we obtain a complete partial structure M_p by simply setting $M_p = (M, \sigma - M)$. Thus there is a 1-1 correspondence between the class of classical structures and the class of complete partial structures.

We define by induction two mappings t and f, the truth-preserving and the falsity-preserving mapping, respectively, which map $L(\nabla, \neg_w)(\sigma)$-sentences into $L(\wedge, \perp)(\sigma)$-sentences (the set of $L(\wedge, \perp)(\sigma)$-sentences is the closure of σ under $\vee$, $\neg$, $\top$, $\wedge$ and $\perp$):

$t(S) = S$; $f(S) = \neg S$
$t(\top) = \top$; $f(\top) = \perp$
$t(\neg_w \varphi) = \neg t(\varphi)$; $f(\neg_w \varphi) = \neg f(\varphi)$
$t(\neg\varphi) = f(\varphi)$; $f(\neg\varphi) = t(\varphi)$
$t(\varphi \vee \psi) = (t(\varphi) \vee t(\psi))$; $f(\varphi \vee \psi) = (f(\varphi) \wedge f(\psi))$
$t(\nabla(\varphi_{11}, \varphi_{12}, \varphi_{21}, \varphi_{22})) = [(t(\varphi_{11}) \wedge t(\varphi_{21})) \vee (t(\varphi_{12}) \wedge t(\varphi_{22}))]$;
$f(\nabla(\varphi_{11}, \varphi_{12}, \varphi_{21}, \varphi_{22})) = [(f(\varphi_{11}) \wedge f(\varphi_{12})) \vee (t(\varphi_{21}) \wedge f(\varphi_{22}))]$.

We then have:

1. Theorem. For any $L(\nabla, \neg_w)(\sigma)$-sentence φ and complete partial structure M:
(i) $M \models \varphi^+$ iff $M_{cl} \models t(\varphi)$

(ii) $M \models \varphi^{-}$ iff $M_{cl} \models f(\varphi)$.

Proof: By a double induction on the complexity of φ. Consider the cases for $\neg_w \psi$, and $\nabla(\varphi_{11},\varphi_{12},\varphi_{21},\varphi_{22})$, respectively:

$M \models \neg_w \psi^{+}$ iff not $M \models \psi^{+}$ iff (by ind. hyp.) not $M_{cl} \models t(\varphi)$ iff $M_{cl} \models \neg t(\varphi)$.

$M \models \neg_w \psi^{-}$ iff not $M \models \psi^{-}$ iff (by ind. hyp.) not $M_{cl} \models f(\varphi)$ iff $M_{cl} \models \neg f(\varphi)$.

$M \models \nabla(\varphi_{11},\varphi_{12},\varphi_{21},\varphi_{22})^{+}$ iff $\exists j \in \{1,2\} \forall i \in \{1,2\}$ $M \models \varphi i,+_j$ iff (by ind. hyp.) $M_{cl} \models \exists j \in \{1,2\} \forall i \in \{1,2\} M_{cl} \models t(\varphi_{ij})$ iff $M_{cl} \models [(t(\varphi_{11}) \wedge t(\varphi_{21})) \vee (t(\varphi_{12}) \wedge t(\varphi_{22}))]$.□

5. Coherence, determinability and persistence

We saw that the logic $L(\triangledown)$ is persistent, coherent but not determinate on complete partial structures, and that $L(\triangledown,\neg_w)$ is persistent, but neither coherent nor determinate on the same structures. On the other side, $L(\triangledown,\neg_w)$ does not add to the set of coherent and determinate sentences of $L(\triangledown)$. This follows from Theorem1 of the previous section. For fix an $L(\triangledown,\neg_w)(\sigma)$ sentence φ. Its image under the mapping t of that theorem is an $L(\wedge,\perp)(\sigma)$-sentence $t(\varphi)$. Actually, if we replace $\perp$ by $\neg\top$, $t(\varphi)$ can be taken to be an $L(\wedge)(\sigma)$-sentence, and by replacing conjunction with its definition in terms of disjunction and negation, it can be taken to be an $L(\sigma)$-sentence. Thus we have shown:

1. Theorem. For any $L(\triangledown,\neg_w)(\sigma)$ sentence φ there is an $L(\sigma)$-sentence ψ such that $\models (\varphi \leftrightarrow \psi)^{+}$.

A corollary of this theorem is:

2. Theorem. For any $L(\triangledown)(\sigma)$ sentence φ, φ is determinate iff there is an $L(\triangledown)(\sigma)$ sentence ψ such that $\models (\varphi \leftrightarrow \psi)^{+}$ and $\models (\neg\varphi \leftrightarrow \neg\psi)^{+}$.

Proof: Assume φ is determinate. By the previous theorem, we can find an $L(\sigma)$-sentence ψ such that $\models (\varphi \leftrightarrow \psi)^{+}$. We also show that $\models (\neg\varphi \leftrightarrow \neg\psi)^{+}$. Suppose $M \models \neg\varphi^{+}$, i.e., $M \models \varphi^{-}$. By the coherence of φ, not $M \models \varphi^{+}$, and by our first assumption not $M \models \psi^{+}$. Hence from the determinateness of L, $M \models \neg\psi^{+}$. The converse is similar.

3. Theorem. For any $L(\triangledown,\neg_w)(\sigma)$ sentence φ, φ is coherent and determinate iff there is an $L(\triangledown)(\sigma)$ sentence ψ such that $\models (\varphi \leftrightarrow \psi)^{+}$ and $\models (\neg\varphi \leftrightarrow \neg\psi)^{+}$.

Proof: Similar to that of Theorem 2.

6. Partiality of nonlogical constants in propositional logic

The structures M in a signature σ we considered in the previous sections were complete partial structures. It is now time to relax the assumption of the completeness of the structures in order to deal with the partiality of nonlogical constants proper. For the moment we shall forget about the new connective $\triangledown$, but we will return to it in the next

section we we combine the two kinds of partiality.

We fix a propositional language L and a signature σ. The new idea is that in a *partial structure* $M = (M^+, M^-)$ in the signature σ, M^+ and M^- are disjoint subsets of σ whose union is not anylonger the whole σ. Tautologically, every complete partial structure is a partial structure. The definition of truth and falsity in a partial structure is exactly the same as Definition 1 of section 2. We denote the logic determined by L and the Strong-Kleene valuation schema on partial structures by PL.

A proof by induction on the complexity of formulas analogue to the one in Proposition 2 of section 2 yields:

1. Proposition. The logic PL is coherent and persistent.

It is easy to see that PL is not determinate. However, the undeterminateness of PL and $L(\triangledown)$ has different sources: in the former case it is at the level of atomic sentences, in the latter it is at the level of complex ones.

The logic PL is not functionally complete. In order to get a functionally complete logic, one has to look for extensions of PL. Here we shall consider two such extension inspired by Langholm (1988), that we will denote by $PL(\neg_w)$ and $PL(\neg_w,\circledast,\blacktriangle)$. The former is the extension of PL with contradictory negation $\neg_w$, and the latter is the extension of the former with the-place connectives $\circledast$ and $\blacktriangle$. In the remaining of the present chapter we will resume Lanholm's results about $PL(\neg_w)$ and $PL(\neg_w,\circledast,\blacktriangle)$.

The interpretative clauses for $\neg_w$, $\circledast$ and $\blacktriangle$ are:

$M \vDash \neg_w\varphi^+$ iff not $M \vDash \varphi^+$
$M \vDash \neg_w\varphi^-$ iff not $M \vDash \varphi^-$
not $M \vDash \circledast^+$ and not $M \vDash \circledast^-$
$M \vDash \blacktriangle^+$ and $M \vDash \blacktriangle^-$.

Thus it is easy to see that both PL and $PL(\neg_w)$ are four-valued. The logics PL and $PL(\neg_w)$ are not functionally complete, unlike the logic $PL(\neg_w,\circledast,\blacktriangle)$.

2. Theorem. (Langholm, 1988) Let G be a class of partial structures in a signature σ. For any function f: $G \to \{0,1,?,!\}$, there is an $PL(\neg_w,\circledast,\blacktriangle)(\sigma)$-sentence φ such that $\|\varphi\|^M = f(M)$ for all $M \in G$.

The logic PL is persistent and coherent, but not determinate, and easy counter-examples show that the logics $PL(\neg_w)$ and $PL(\neg_w,\circledast,\blacktriangle)$ have none of these properties.

Although $\neg_w$ adds nonpersistence and noncoherence to PL, it does not increase the set of persistent, coherent and determinate sentences of PL. The same holds for $PL(\neg_w,\circledast,\blacktriangle)$, but we shall deal only with $PL(\neg_w)$ here. These results are codified in the following theorems:

4. Theorem. (Langholm, 1988) Let φ be an $PL(\neg_w)(\sigma)$-sentence. Then φ is truth-persistent with respect to partial structures iff there exists an $PL(\sigma)$-sentence ψ such that for every partial structure N, $N \vDash (\varphi \leftrightarrow \psi)^+$.

5. Theorem. (Langholm, 1988) Let φ be an $PL(\neg_w)(\sigma)$-sentence. Then φ is falsity-persistent with respect to partial structures iff there exists an $PL(\sigma)$-sentence ψ such that for every partial structure N, $N \vDash (\neg\varphi \leftrightarrow \neg\psi)^+$.

Putting the last theorems together, we get:

6. Corollary. Let φ be an $PL(\neg_w)(\sigma)$-sentence. Then φ is persistent with respect to partial structures iff there exist $PL(\sigma)$-sentences ψ and θ such that for every partial structure N, $N \vDash (\varphi \leftrightarrow \psi)^+$ and $N \vDash (\neg\varphi \leftrightarrow \neg\theta)^+$.

Recall our result about the logic $L(\triangledown,\neg_w)$: For any $L(\triangledown,\neg_w)(\sigma)$ sentence φ, φ is coherent and determinate iff there is an $L(\triangledown)(\sigma)$ sentence ψ such that $\vDash (\varphi \leftrightarrow \psi)^+$ and $\vDash (\neg\varphi \leftrightarrow \neg\psi)^+$. The next theorem states an analogous result for the logic PL:

7. Theorem. (Langholm, 1988) Let φ be an $PL(\neg_w)(\sigma)$-sentence. Then φ is persistent, coherent and determinate with respect to partial structures iff there exists an $PL(\sigma)$-sentence ψ such that for every partial structure N, $N \vDash (\varphi \leftrightarrow \psi)^+$ and $N \vDash (\neg\varphi \leftrightarrow \neg\psi)^+$.

8. Theorem. (The Saturation theorem, Langholm 1988) For every two $PL(\sigma)$-sentences φ and ψ such that $\vDash_{cl} (\varphi \rightarrow \psi)$ there exists an $PL(\sigma)$-sentences χ such that $\vDash_P (\varphi \rightarrow \chi)^+$ and $\vDash_P (\neg\chi \rightarrow \neg\psi)^+$.

7. Combining two kinds of partiality

In this section we go back to the logic $L(\triangledown,\neg_w)$ and interpret it on partial structures (and not only on complete structures, as we did earlier). We will then show that the resulting logic, call it $PL(\triangledown,\neg_w)$, is functionally complete.

Recall the logic $PL(\neg_w,\circledast,\blacktriangle)$ from the previous section. The following mapping g: $PL(\neg_w,\circledast,\blacktriangle) \rightarrow PL(\triangledown,\neg_w)$ embeds the logic $PL(\neg_w,\circledast,\blacktriangle)$ into the logic $PL(\triangledown,\neg_w)$:

$g(S) = S$
$g(\top) = \top$
$g(\neg\varphi) = \neg g(\varphi)$
$g(\neg_w\varphi) = \neg_w g(\varphi)$
$g(\varphi \vee \psi) = g(\varphi) \vee g(\psi)$
$g(\circledast) = \triangledown(S,\neg S,\neg S, S)$ (For some fixed atomic sentence S)
$g(\blacktriangle) = \neg_w\triangledown(S,\neg S,\neg S, S)$.

1. Proposition. For any $PL(\neg_w,\circledast,\blacktriangle)(\sigma)$ and partial model M we have:

(i) $M \vDash_P \varphi^+$ iff $M \vDash_P g(\varphi)^+$
(ii) $M \vDash_P \varphi^-$ iff $M \vDash_P g(\varphi)^-$.

Proof: An easy proof by induction.

2. Theorem. (The functional completeness of $PL(\triangledown,\neg_w)$). Let G be a class of partial structures in a signature σ. For any function f: $G \rightarrow \{0,1,?,!\}$, there is an $PL(\triangledown,\neg_w)(\sigma)$-sentence φ such that $\|\varphi\|^M = f(M)$ for

all $M \in G$.

Proof: From Theorem 2 of section 6 we know that there is an $PL(\neg_w,\circledast,\blacktriangle)(\sigma)$-sentence φ such that $\|\varphi\|^M = f(M)$ for all $M \in G$. But then, from Proposition 1 we see that $g(\varphi)$ is the sentence we are looking for.

The next result is to show that the connectives $\triangledown$ and $\neg_w$ do not add to the set of persistent, coherent and determinate sentences of PL.

3. Theorem. Let φ be an $PL(\triangledown,\neg_w)(\sigma)$ sentence. Then φ is truth-persistent if and only if there exists an an $PL(\sigma)$-sentence ψ such that $\models_P (\varphi \leftrightarrow \psi)^+$.

Proof: Recall the following mappings from section 4:
$t(S) = S; f(S) = \neg S$
$t(\top) = \top; f(\top) = \bot$
$t(\neg_w\varphi) = \neg t(\varphi); f(\neg_w\varphi) = \neg f(\varphi)$
$t(\neg\varphi) = f(\varphi); f(\neg\varphi) = t(\varphi)$
$t(\varphi \vee \psi) = (t(\varphi) \vee t(\psi)); f(\varphi \vee \psi) = (f(\varphi) \wedge f(\psi))$
$t(\nabla(\varphi_{11},\varphi_{12},\varphi_{21},\varphi_{22})) = [(t(\varphi_{11}) \wedge t(\varphi_{21})) \vee (t(\varphi_{12}) \wedge t(\varphi_{22}))]$;
$f(\nabla(\varphi_{11},\varphi_{12},\varphi_{21},\varphi_{22})) = [(f(\varphi_{11}) \wedge f(\varphi_{12})) \vee (t(\varphi_{21}) \wedge f(\varphi_{22}))]$.
A striaghtforward proof by induction shows:

Claim: For any $PL(\triangledown,\neg_w)(\sigma)$ sentence φ and partial model M:
(i) $M \models_P \varphi^+$ iff $M \models_P t(\varphi)^+$
(ii) $M \models_P \varphi^-$ iff $M \models_P f(\varphi)^-$.

As a corollary to this claim, we obtain that for any $PL(\triangledown,\neg_w)(\sigma)$ sentence φ: φ is truth-persistent iff $t(\varphi)$ is, and φ is falsity-persistent iff $f(\varphi)$ is.

Now assume φ is an $PL(\triangledown,\neg_w)(\sigma)$ sentence and φ is truth-persistent. Then $t(\varphi)$ is truth-persistent too. But $t(\varphi)$ is an $PL(\neg_w)(\sigma)$ sentence, so by Theorem 4 of the previous section, there exists an $PL(\neg_w)(\sigma)$ sentence ψ such that $\models_P t(\varphi) \leftrightarrow t(\psi)^+$. But this together with **Claim** implies $\models_P (\varphi \leftrightarrow \psi)^+$.

In an analoguous way we get:

5. Theorem. Let φ be an $PL(\triangledown,\neg_w)(\sigma)$ sentence. Then φ is falsity-persistent if and only if there exists an $PL(\sigma)$-sentence ψ such that $\models_P (\neg\varphi \leftrightarrow \neg\psi)^+$.

Our final result is:

5. Theorem. Let φ be an $PL(\triangledown,\neg_w)(\sigma)$ sentence. Then φ is persistent, coherent and determinate if and only if there exists an $PL(\sigma)$-sentence ψ such that $\models_P (\varphi \leftrightarrow \psi)^+$ and $\models_P (\neg\varphi \leftrightarrow \neg\psi)^+$.

Proof: Assume φ is persistent, coherent and determinate. By Theorems 3 and 4, there are $PL(\sigma)$-sentence ψ and θ such that $\models_P (\varphi \leftrightarrow \psi)^+$ and $\models_P (\neg\varphi \leftrightarrow \neg\theta)^+$. An easy proof shows that $\models_{cl} (\psi \rightarrow \theta)^+$. We now apply Theorem 8 of the previous section and get χ such that $\models_P (\psi \rightarrow \chi)^+$ and $\models_P (\neg\chi \leftrightarrow \neg\theta)^+$. The rest of the proof is easy.

REFERENCES

Blamey, S., 1986, "Partial Logic", in D. Gabbay and F. Guenthner (eds.) Handbook of Philosophical Logic, volume III, Dordrecht, Reidel, pp. 1-70.

Fenstad, J. L. et al., 1987, Situations, Language, and Logic, Dordrecht, Reidel.

Fenstad, J. E., 1997, "Partiality", in J. van Benthem and A. ter Meulen (eds.), Handbook of Logic and Language, Elsevier Science B.V., pp. 649-682.

Kamp, H., 1983, "A Scenic Tour through the Land of Naked Infinitives", To appear in Linguistics and Philosophy

Kripke, S., 1975, "Outline of a Theory of Truth", Journal of Philosophy 72.

Langholm, T., 1988, Partiality, Truth and Persistence, CSLI Lecture Notes, vol. 15, CSLI Stanford. Distributed by University of Chicago Press.

van Benthem, J., 1985, A Manual of Intensional Logic, CSLI Lecture Notes, vol. 1, Stanford, distributed by University of Chicago Press.

van Eijck, J., 1995, "Quantifiers and Partiality", in Jaap van der Does and Jan van Eijck (eds.), Quantifiers, Logic, and Language, 1995, Stanford University, pp. 105-144.

СОДЕРЖАНИЕ

ОТ РЕДКОЛЛЕГИИ 5
EDITORS' NOTE 6
Смирнова Е.Д. Природа логического знания и вопросы обоснования логических систем 7
Слинин Я.А. Феноменологическое истолкование логики 15
Ивлев Ю.В. Теория логических модальностей 21
Герасимова И.А. Кант и Лейбниц: два подхода к деонтическим модальностям 30
Бежанишвили М.Н. Теорема полноты для одной бимодальной системы знания и веры 47
Быстров П.И. Взаимное преобразование секвенциальных и натуральных выводов в модальной логике 61
Чагров А.В. Строго импликативные формулы в модальных логиках, близких к интуиционистской 69
Карпенко А.С. Импликации следования, строгая, релевантная, интуиционистская и классическая и их взаимоотношения 76
Сидоренко Е.А. Бинарная реляционная семантика релевантной логики 81
Зайцев Д.В. Теория релевантного следования II: Семантика ... 109
Попов В.М. Формализация нестандартных отношений выводимости в паранепротиворечивой логике 116
Гжегорчик А. Психологическая семантика и уклонение от антиномий 126
Васюков В.Л. Ситуации и смысл 138
Микиртумов И.Б. Интенсиональная характеристика функции в логике смысла и денотата 153
Бирюков Б.В. Из истории математической логики в России: "Задача Кэрролла" в трактовке о.Павла Флоренского 163
Павлов С.А. Метапредикат истинности и логика ложности 170
Караваев Э.Ф. О временной логике в одной малоизвестной работе Маркова 186
Анисов А.М. Направленность и обратимость времени 195
Новоселов М.М. Принадлежит ли Локку "Правило Локка"? 218
Войшвилло Е.К. Онтологическая необходимость и аподиктическая силлогистика 227

Мчедлишвили Л.И. К семантике аподиктической силлогистики Аристотеля 230
Маркин В.И. Обобщенная позитивная силлогистика 241
Костюк Т.П. Позитивные силлогистики васильевского типа ... 259
Бахтияров К.И. Интерактивная игра “Кэрролл” и калькулятор “Аристотель” 268
Самохвалов К.Ф. Предикаты существования и "онтологический аргумент" 276
Гриненко Г.В. О логико-семантических особенностях сакральных текстов 287
Smirnova E.D. The problem of formalization of some non-standard semantics 299
Sandu G., Hiipakka J. Partially interpreted connectives 302

CONTENTS

EDITORS' NOTE (in Russian) 5
EDITORS' NOTE 6
Smirnova E.D. Nature of Logical Knowledge and Issues of Justification of Logical Systems 7
Slinin J.A. Phenomenological Interpretation of Logic 15
Ivlev Y.V. Theory of Logical Modalities 21
Gerasimova I.A. Kant and Leibniz: Two Approaches to Deontic Modalities 30
Bezhanishvili M.N. The Completeness Theorem for One Bi-modal System of Knowledge and Belief 47
Bystrov P.I. Mutual Transformation of Sequent and Natural Deductions in Modal Logic 61
Chagrov A.V. Strictly Implicative Formulae in Modal Logics Close to Intuitionistic Logic 69
Karpenko A.S. Interrelations Between Implication of Entailment, Strict, Relevant Intuitionistic and Classical Implications 76
Sidorenko E.A. Binary Relational Semantics for Relevant Logic .. 81
Zaitzev D.V. Theory of Relevant Entailment II: Semantics 109
Popov V.M. Formalization of Non-Standard Relations of Deducibility in Paraconsistent Logic 116
Grzegorczyk A. Psychologistic Semantics and Avoidance of Antinomies 126
Vasjukov V.L. Situations and Meaning 138
Mikirtumov I.B. Intensional Characteristics of Function in the Logic of Meaning and Denotation 153
Birjukov B.V. From the History of Logic in Russia: the "Carroll's Puzzle" in Interpretation of Pavel Florenski ... 163
Pavlov S.A. Metapredicate of Truth and Logic of Falsehood 170
Karavaev E.F. On Tense Logic in One Poorly Known Markov's Contribution 186
Anisov A.M. The Direction and Reversibility of Time 195

Novoselov M.M. Whether the "Locke's Rule" Belongs to Locke? .. 218
Vojshvillo E.K. Ontological Necessity and Apodictic Syllogistics .. 227
Mchedlishvili L.I. Towards Semantics for Aristotle's Apodictic Syllogistics 230
Markin V.I. The Generalized Positive Syllogistics 241
Kostjuk T.P. Positive Syllogistics of Vasiljev's Type 259
Bakhtijarov K.I. The Interactive Game "Carroll" and the Calculator "Aristotle" 268
Samokhvalov K.F. Existence of Predicates and the "Ontological Argument" 276
Grinenko G.V. On Logical and Semantical Pecularities of Sacral Texts 287
Smirnova E.D. The Problem of Formalization of Some Non-Standard Semantics 299
Sandu G., Hiipakka J. Partially Interpreted Connectives 302

Научное издание

Логические исследования
Вып. 6

Утверждено к печати
Институтом философии РАН

Компьютерный набор выполнен
в Институте философии РАН

Компьютерная верстка *С.А.Павлов*

ЛР № 030457 от 15.04.1998. Подписано в печать 14.12.98.
Формат 60x90 1/16. Бумага офсетная № 1. Печать офсетная.
Усл.печ.л. 20,0. Уч.-изд.л. 18,7. Тираж 1000 экз. Заказ № 225

Издательство «Российская политическая энциклопедия»
(РОССПЭН)
29256, Москва, ул. В.Пика, д. 4, корп. 1. Тел. 181-00-13 (дирекция);
181-34-57 (отдел реализации). Факс 181-01-13

Отпечатано в Московской типографии № 2 РАН
121009, Москва, Шубинский пер., 6

Логические исследования. Вып. 5
М.: Наука, 1998.

секция "Символическая логика",
1-ая Международная конференция "Смирновские чтения"
(Москва, март 1997).

СОДЕРЖАНИЕ

Карпенко А.С. Некоторые логические идеи В.А.Смирнова
Эсакиа Л.Л. Доказуемостные интерпретации интуиционистской логики
Аншаков О.М. J-логики и соответствующие им классы алгебр
Максимова Л.Л. Явная и неявная определимость в модальных, суперинтуиционистских и релевантных логиках
Непейвода Н.Н. Неполные структуры выводов и их использование
Batens D. Dynamic semantics applied to inconsistency-adaptive logics
Weingartner P. Different kinds of relevance
Сидоренко Е.А. Нормализованные выводы и обобщение теоремы дедукции
Зайцев Д.В. Теория релевантного следования I: Аксиоматика
Быстров П.И. Разрешимые исчисления, основанные на абсолютной релевантной системе В.А.Смирнова
Segerberg K. On the reversibility of doxastic actions
Kron A. The law of assertion and the rule of restricted permutation
Чагров А.В., Чагрова А.А. Бесконечные множества несводимых модальностей в нормальных модальных логиках
Хаханян В.Х. Независимость принципа двойного дополнения множеств схемы собирания теории множеств с интуиционистской логикой
Шалак В.И. Теория пропозициональных программ II
Болотов А.Е., Бочаров В.А., Горчаков А.Е. Алгоритм поиска вывода в классическом исчислении предикатов
Rantala V. On the logic of connectionist representation
Павлов С.А. Логика ложности как обобщение трехзначной логики Лукасевича
Васюков В. Л. Комбинированная логика В.А.Смирнова с ситуационной точки зрения (не-фрегевский подход)
Бежанишвили М.И. Об одном частично интерпретируемом табличном исчислении
Маркин В.И. Формальная реконструкция традиционной сингулярной негативной силлогистики
Попов В.М., Хорохорин И.И. Диадические семантики для систем формальной силлогистики

Труды научно-исследовательского семинара
Логического центра Института философии РАН 1997
М., 1998.

СОДЕРЖАНИЕ

Новосёлов М.М. К истории дискуссий о логике Брауэра
Гливенко В. О логике Брауэра
Гливенко В. О некоторых аспектах логики Брауэра
Хаханян В.Х. Аксиома выбора и нестандартная теория множеств
Анисов А.М. Представление интенсиональных отношений в теории множеств с атомами
Карпенко А.С. Решение проблемы В.К.Финна о погружении степени простого числа в многозначные логики Лукасевича
Шалак В.И. Теория пропозициональных программ
Одинцов С.П Изоморфизмы логики классической опровержимости и их обобщения
Сидоренко Е.А. Семантика условных высказываний
Зайцев Д.В. Модальности и импликация
Павлов С.А. Аксиоматический подход к теории обозначения
Маркин В.И. Системы силлогистики, адекватные двум переводам силлогистических формул в исчисление предикатов В.А. Смирнова
Бочаров В.А. Дефинициальная эквивалентность элементарной онтологии и силлогистики
Васюков В.Л. Не-фрегевская логика и Пост-Трактатная онтология
Фримучкова Е.В. Полимодальные фрагменты временных логик с нестандартными условиями сопряженности прошлого и будущего
Герасимова И.А. Формальная грамматика для фрагмента русского с кванторными выражениями
Жамбалдагбаев Н.Ц. Буддийская логика и диагностика в тибетской медицине

